

Matematyka

Podręcznik

4

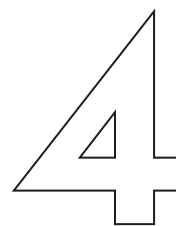
$$32 - 16 : 2$$



$$\frac{6}{7} + 2\frac{1}{7}$$



Jolanta Borzyszkowska
Maria Stolarska-Walkowiak
Monika Czajkowska



Matematyka

Podręcznik dla klasy czwartej
szkoły podstawowej

Marta Czyrkiewicz – autorka doświadczeń edukacyjnych: *Zdrowe miksowanie* (s. 65–66), *Każde drzewo się liczy* (s. 93–94), *EKO-logiczna misja PSZOK* (s. 126–128), *Biała przygoda na stoku* (s. 155–156), *Architekci Przyrody* (s. 207–208), *Słodkie metry* (s. 230–232), *Miasto przyszłości* (s. 301–302)

Izabella Ralska – autorka modułu ekonomiczno-finansowego *Liczę, planuję, działam: Czym jest budżet* (s. 51–52), *Jak przesłać pieniądze* (s. 76), *Czy każda okazja to prawdziwa obniżka* (s. 106–107), *Jak nie zgubić się w czasie* (s. 138–139), *Jak zarządzać domowym budżetem* (s. 189), *Jak czytać paragon* (s. 218), *Jakie figury są w portfelu* (s. 295)

Redaktor prowadzący
Justyna Kubicka

Koordinacja prac graficznych
Milena Kot

Redakcja merytoryczna
Justyna Kubicka
Aleksandra Matla-Bilska
Patrycja Olszowy

Opracowanie graficzne
Agnieszka Staniec, Marcin Kot
na podstawie projektu i koncepcji artystycznej
Futu Creative / Kay Humelt i Rafał Kwiczor

Redakcja językowa i korekta
Joanna Cybula

Opracowanie okładki
Agnieszka Staniec,
na podstawie projektu okładki
Futu Creative / Kay Humelt i Rafał Kwiczor

Redakcja techniczna
Tomasz Ptak

Fotoedycja
Grzegorz Wrzecionowski

Skład i łamanie
Adam Ziółkowski

Opracowanie autorskie Moniki Czajkowskiej, w oparciu o publikację *Matematyka. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej* autorstwa Jolanty Borzyszkowskiej i Marii Stolarskiej-Walkowiak.

W podręczniku zostały uwzględnione zmiany dotyczące zasad pisowni i interpunkcji polskiej obowiązujące od 1 stycznia 2026 roku.

Wydawca oświadcza, że dołożył wszelkich starań, aby dotrzeć do wszystkich właścicieli i dysponentów praw autorskich. Osoby, których nie udało nam się ustalić, prosimy o kontakt z wydawnictwem.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Przestrzegaj praw, jakie im przysługują. Udostępniając książkę lub jej fragmenty, rób to wyłącznie w zakresie dozwolonego użytku, który określają przepisy prawa. Zawartość książki możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Wykorzystywanie treści niniejszego utworu lub jego części do celów eksploracji tekstów i danych (TDM), w szczególności na użytek uczenia maszynowego związanego z procesem szkolenia sztucznej inteligencji, bez wyraźnej zgody wydawcy jest zabronione.

© Grupa MAC S.A., Kielce 2026

ISBN 978-83-8227-970-2

Grupa MAC S.A.
25-561 Kielce, ul. Witosa 76
tel. 41 366 55 55
e-mail: kontakt@mac.pl; www.mac.pl

Spis treści

1. Liczby i działania pamięciowe

1.1.	Oś liczbowa	6
1.2.	Dodawanie i jego własności	11
1.3.	Dodawanie w pamięci	14
1.4.	Odejmowanie i jego własności	19
1.5.	Odejmowanie w pamięci	21
1.6.	Mnożenie i jego własności	26
1.7.	Mnożenie w pamięci	30
1.8.	Dzielenie i jego własności	35
1.9.	Dzielenie w pamięci	39
1.10.	Dzielenie z resztą	42
1.11.	Potęgowanie liczb	45
1.12.	Porównywanie liczb. O ile? Ile razy?	48
1.13.	Kolejność wykonywania działań	54

Zaskocz wiedzą! Łamigłówki matematyczne 60

Podsumowanie działu 1. *Liczby i działania pamięciowe* 62

2. Systemy zapisu liczb

2.1.	Cyfry i liczby	68
2.2.	Dziesiątkowy system pozycyjny	72
2.3.	Duże liczby na osi liczbowej	79
2.4.	Porównywanie liczb. Mniejsza, większa czy równa?	82
2.5.	Rzymski system zapisu liczb	85

Podsumowanie działu 2. *Systemy zapisu liczb* 91

3. Działania na liczbach naturalnych

3.1.	Dodawanie liczb	96
3.2.	Odejmowanie liczb	102
3.3.	Mnożenie liczb	109
3.4.	Dzielenie liczb	116
3.5.	Działania na liczbach naturalnych	121

Podsumowanie działu 3. *Działania na liczbach naturalnych* 123

4. Praktyczne zastosowania matematyki

4.1.	Zegar	130
4.2.	Kalendarz	135
4.3.	Długość i jej jednostki	141
4.4.	Masa i jej jednostki	147

Podsumowanie działu 4. *Praktycznie zastosowania matematyki* 152

5. Ułamki zwykłe

5.1.	Ułamek jako część całości	158
5.2.	Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe	162
5.3.	Ułamek jako iloraz	167
5.4.	Ułamki zwykłe na osi liczbowej	172
5.5.	Porównywanie ułamków	177
5.6.	Rozszerzanie i skracanie ułamków	182
5.7.	Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach	187
5.8.	Dodawanie liczb mieszanych	192
5.9.	Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach	196
5.10.	Odejmowanie liczb mieszanych	199
Podsumowanie działu 5. <i>Ułamki zwykłe</i>		204

6. Ułamki dziesiętne

6.1.	Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych	210
6.2.	Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych	216
6.3.	Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych	220
6.4.	Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych	223

Zaskocz wiedzą! *Inny, zdolny, niezwykły* 226

Podsumowanie działu 6. *Ułamki dziesiętne* 228

7. Figury płaskie

7.1.	Podstawowe figury geometryczne	234
7.2.	Proste i odcinki prostopadłe	241
7.3.	Proste i odcinki równoległe	247
7.4.	Mierzenie długości odcinka i łamanej	253
7.5.	Kąty i ich rodzaje	260
7.6.	Mierzenie kątów	265
7.7.	Wielokąty i ich rodzaje	270
7.8.	Prostokąt i kwadrat	274
7.9.	Obwód prostokąta i kwadratu	281
7.10.	Okrąg i koło	286
7.11.	Skala	292

Podsumowanie działu 7. *Figury płaskie* 298

Odpowiedzi do zadań 303

Indeks 309

JAK KORZYSTAĆ Z PODRĘCZNIKA

TEMAT LEKCJI

Podejmij temat

Wprowadzenie do tematu lekcji

Tego się dowiesz

Informacja o tematyce zajęć

Zaskocz wiedzą!

Treści, które mogą rozwinąć twoje zainteresowania

Treść ważna, definicja

Objaśnienie nowych terminów

Ciekawe!

Interesujące wiadomości uzupełniające temat lekcji

Więcej na temat

Treści dodatkowe

Liczę, planuję, działam

Wprowadzenie zagadnień ekonomiczno-finansowych

Przykład

Przykładowe rozwiązania zadań

Ćwiczenie

Ćwiczenie do wykonania na lekcji

Zadania

Zadania utrwalające materiał



Oznaczenie trudniejszego polecenia

PODSUMOWANIA

Sprawdź się!

Polecenia i pytania na koniec lekcji lub działu

Podsumowanie działu 1

Powtórzenie najważniejszych treści działu

IKONY



Praca zespołowa



Zastosowanie nowoczesnych technologii



Nawiązanie do innego przedmiotu



Uwaga



Gra, łamigłówka, zagadka, żart



Doświadczenie edukacyjne

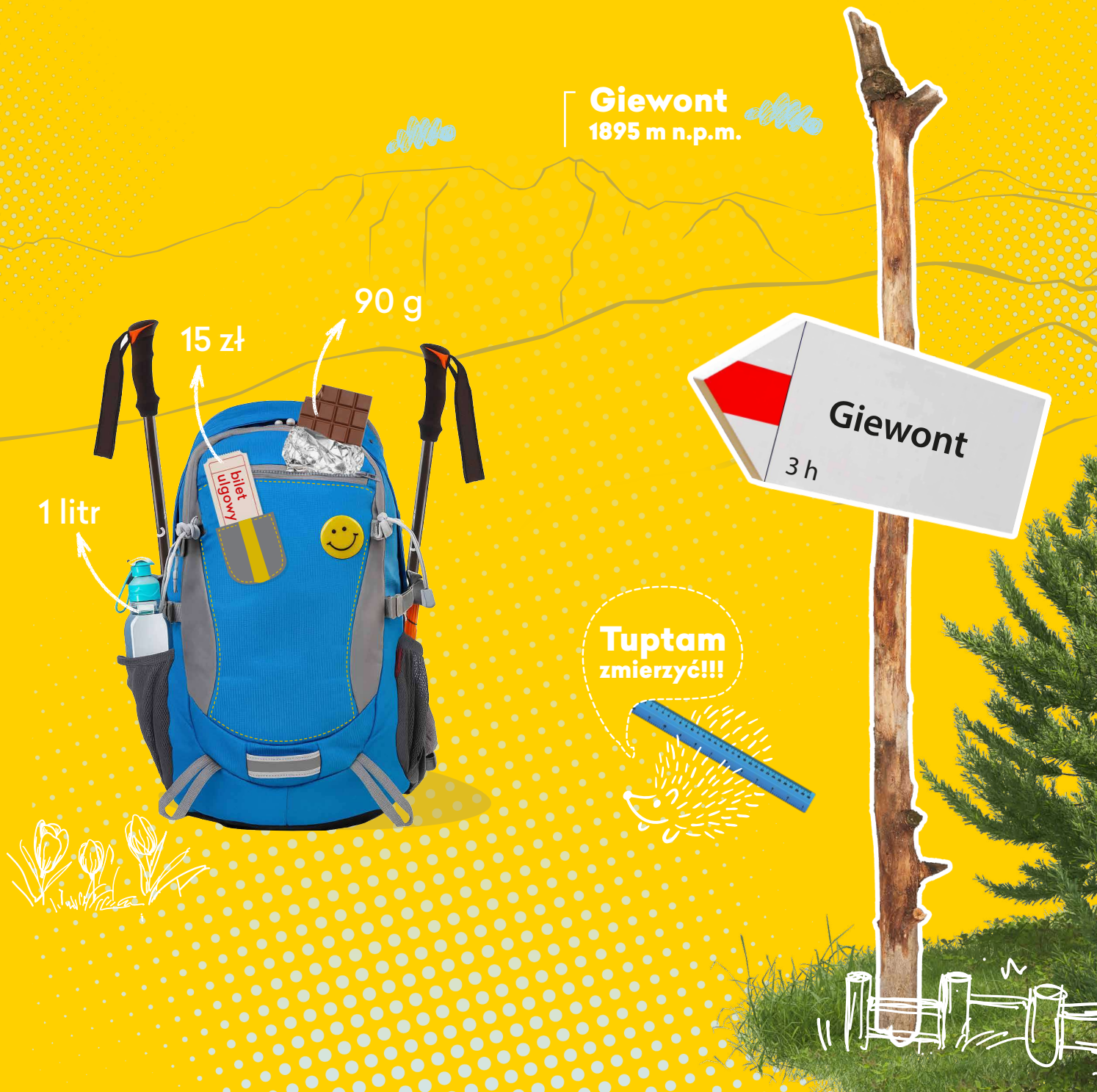


Moduł ekonomiczno-finansowy

Tego podręcznika będą używać inni uczniowie. Niczego w nim nie zapisuj. Przekaż go w dobrym stanie.

1. Liczby i działania pamięciowe

- Co oznaczają liczby znajdujące się na ilustracji?
- W jakich sytuacjach w życiu codziennym spotykasz się z liczbami?
- Jakie działania matematyczne potrafisz wykonywać?



1.1. Oś liczbowa

Tego się dowiesz

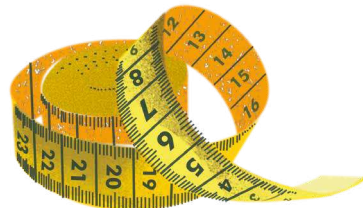
- co to jest oś liczbowa
- jak odczytywać liczby zaznaczone na osi liczbowej
- jak narysować oś liczbową i zaznaczyć na niej dane liczby

Podějmyj temat

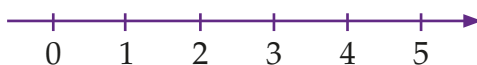
- Jakie widzisz podobieństwa między linijką, miarą krawiecką a osią liczbową?



To jest linijka.



To jest miara krawiecka.



A to jest oś liczbowa.

Oś liczbowa jest to prosta (nie ma początku ani końca), z zaznaczonym **zwrotem** oraz z punktami oznaczonymi liczbami 0 i 1.

Odcinek o długości takiej jak odległość między 0 i 1 nazywa się **odcinkiem jednostkowym** albo **jednostką**.



⚠ Jednostka nie zawsze musi być równa 1 cm.

Na osi liczbowej można umieścić też punkty odpowiadające innym liczbom.

Liczby 0 i 1 różnią się od siebie o 1,
Liczby 1 i 2 różnią się od siebie o 1,
Liczby 2 i 3 różnią się od siebie o 1,
Liczby 3 i 4 różnią się od siebie o 1,

zatem punkty im odpowiadające znajdują się w takiej samej odległości od siebie jak punkty odpowiadające liczbom 0 i 1.

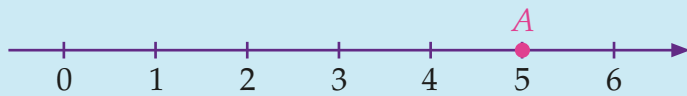


⚠ Zwrot osi liczbowej pokazuje, w którą stronę liczby stają się coraz większe.

Ćwiczenie 1

Wymień inne przedmioty niż te z *Podějmyj temat*, które przypominają oś liczbową.

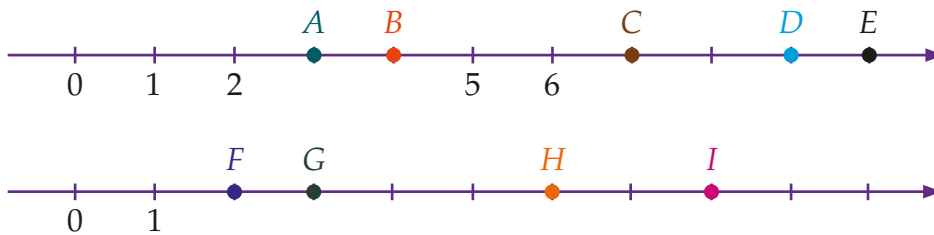
Każdemu punktowi zaznaczonemu na osi liczbowej odpowiada konkretna liczba. Tę liczbę nazywamy **współrzędną punktu**.



Czytamy:
punktowi *A* odpowiada liczba 5
lub
współrzedną punktu *A* jest liczba 5.
Zapisujemy: $A = 5$.

Ćwiczenie 2

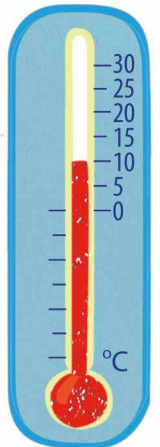
Jakie liczby oznaczono punktami: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*? Odpowiedź zapisz w zeszycie.



Jeżeli jednostka na osi liczbowej jest bardzo mała lub jeżeli na osi liczbowej znajdują się punkty oznaczające duże liczby, nie trzeba zaznaczać liczb 0 i 1. Można zacząć od innych liczb, na przykład 0, 5, 10, 15...

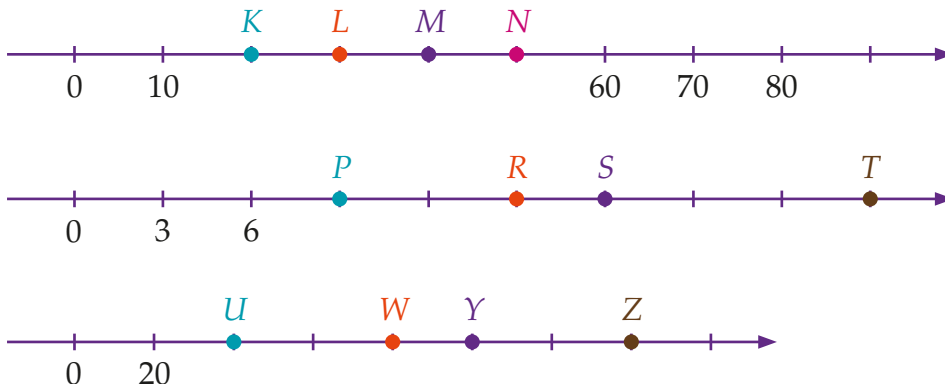


Pomiędzy 0 i 5 na tej osi znajduje się 5 jednostek.



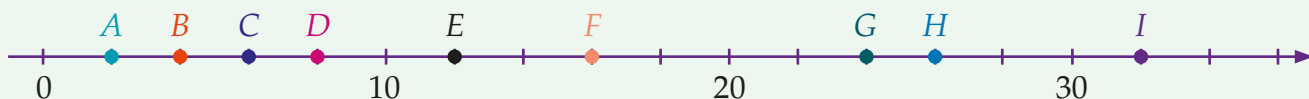
Ćwiczenie 3

Jakie liczby na osi liczbowej oznaczono punktami: *K*, *L*, *M*, *N*, *P*, *R*, *S*, *T*, *U*, *W*, *Y*, *Z*? Odpowiedź zapisz w zeszycie.



Przykład 1

Odczytajmy liczby odpowiadające zaznaczonym punktom.



Popatrz, to proste. Mamy cztery punkty, które dzielą odległość między 0 a 10 na pięć równych części, więc wystarczy podzielić: $10 : 5 = 2$.



Aha... czyli punktowi A odpowiada liczba 2. Każdy kolejny punkt jest oddalony od poprzedniego o 2 jednostki, więc punktowi B odpowiada liczba 4, a punktowi C – liczba 6.

Zatem:

A odpowiada liczbie 2,

B odpowiada liczbie $2 + 2 = 4$,

C odpowiada liczbie $4 + 2 = 6$,

D odpowiada liczbie $6 + 2 = 8$,

E odpowiada liczbie $10 + 2 = 12$,

F odpowiada liczbie $12 + 2 + 2 = 16$,

G odpowiada liczbie $20 + 2 + 2 = 24$,

H odpowiada liczbie $24 + 2 = 26$,

I odpowiada liczbie $30 + 2 = 32$.

Ćwiczenie 4

Odczytaj liczby oznaczone punktami X, Y, Z. Odpowiedź zapisz w zeszyte.

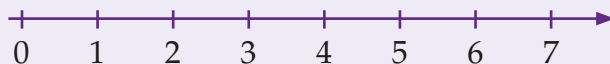


Oś liczbowa jest nieskończona, dlatego rysujemy tylko jej fragment. Może się tak zdarzyć, że na narysowanym fragmencie osi nie będzie liczb 0 i 1.



! Podczas rysowania osi liczbowej, należy pamiętać o zaznaczeniu zwrotu oraz co najmniej dwóch punktów określających jednostkę.

Długość odcinka jednostkowego na osi liczbowej jest odległością między dwiema kolejnymi liczbami.



Ćwiczenie 5

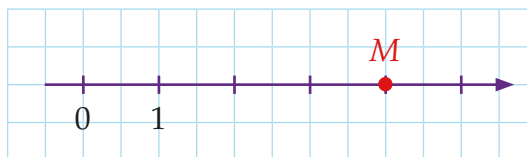
Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej punkty A, B, C, którym odpowiadają liczby 5, 9, 11.

Zadania

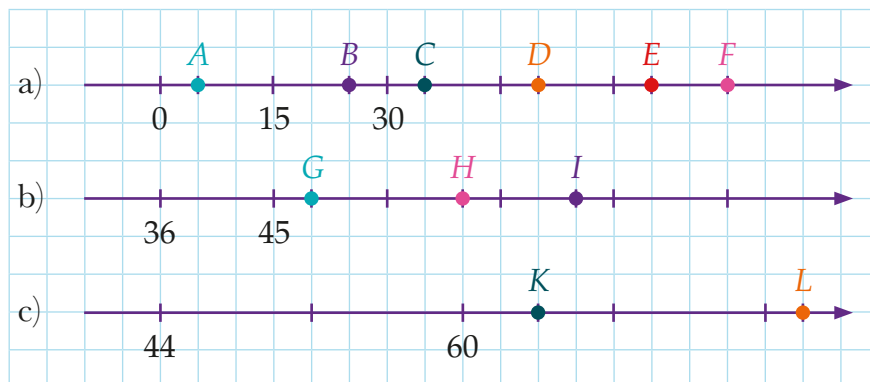
- 1 Na osi liczbowej zaznaczono punkt M . Dokończ zdanie, wybierając właściwą odpowiedź. Zapisz ją w zeszyte.

Punkt M oznacza liczbę

- A. 4 B. 5
C. 8 D. 10



- 2 Odczytaj i zapisz w zeszyte liczby oznaczone punktami na osiach liczbowych.



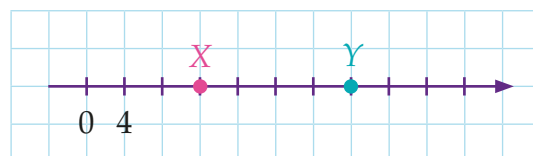
- 3 Na osi liczbowej zaznaczono punkty X i Y . Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D .

- a) Punkt X odpowiada liczbie A/B .

- A. 3 B. 12

- b) Punkt Y jest oddalony od punktu X o C/D .

- C. 4 jednostki D. 16 jednostek



- 4 Narysuj oś liczbową. W każdym przypadku dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz na osi punkty:

- a) A, B, C tak, aby odpowiadały liczbom 3, 8, 11,
b) D, E, F tak, aby odpowiadały liczbom 6, 15, 24,
c) G, H, I tak, aby odpowiadały liczbom 21, 35, 63.

- 5 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej punkt K odpowiadający liczbie 8. Zaznacz na osi liczbowej:

- a) punkt A , który jest oddalony od K o 6 jednostek i leży po jego prawej stronie,
b) punkt B , który jest oddalony od K o 8 jednostek i leży po jego lewej stronie.

- 6 Jakiej liczbie na osi odpowiada punkt, który znajduje się pomiędzy liczbami 42 i 52 i jest od nich równo oddalony? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

- A. 46 B. 47 C. 21 D. 26

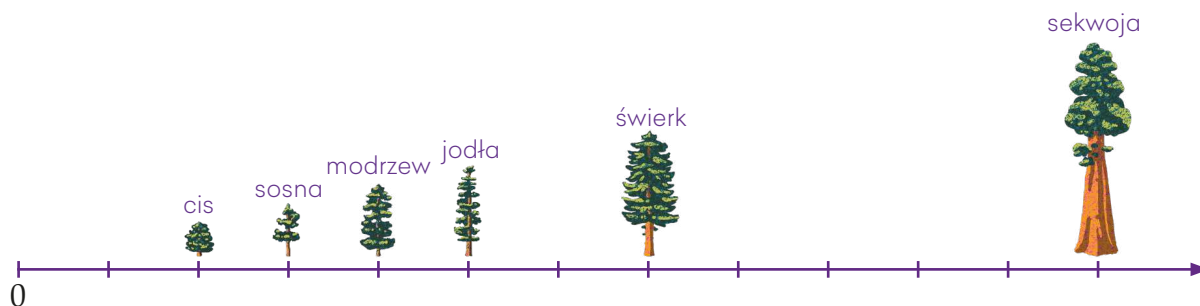
- 7 Trasa wyścigu kolarskiego miała długość 42 km. Wyznaczono na niej 3 punkty kontrolne (PK1, PK2, PK3). Informacje o odległościach między startem, metą a punktami kontrolnymi przedstawiono na osi liczbowej.



W jakiej odległości od miejsca startu znajdowały się punkty kontrolne? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

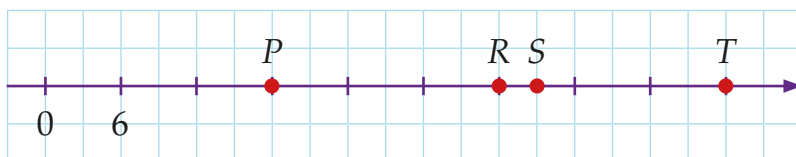
- A. 7 km, 21 km, 35 km B. 18 km, 30 km, 42 km
C. 14 km, 28 km, 42 km D. 12 km, 24 km, 36 km

- 8 Sekwoja wiecznie zielona to nazwa gatunku drzewa rosnącego w Ameryce Północnej. Sekwoje to najwyższe drzewa świata. Najwyższa zmierzona sekwoja ma wysokość prawie 120 metrów – jej rysunek umieszczono w odpowiednim miejscu na osi liczbowej. Drzewa iglaste występujące w Polsce to sosna, świerk, jodła, modrzew i cis. Na osi liczbowej zaznaczono, jaką wysokość (w metrach) mogą osiągać. Zapisz w zeszycie te wysokości.



Sprawdź się!

- 1 Na osi liczbowej zaznaczono punkty: P , R , S , T .



Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Punkt P odpowiada liczbie 18. b) Punkt R odpowiada liczbie 36.
c) Punkt S odpowiada liczbie 39. d) Punkt T jest oddalony od punktu P o 6 jednostek.
e) Odległość między punktami R i T wynosi 18 jednostek.

- 2 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej punkty:

- a) K , L , M , którym odpowiadają liczby większe od 11,
b) P , R , S , którym odpowiadają liczby mniejsze od 5,
c) T , U , W , którym odpowiadają liczby większe od 4 i jednocześnie mniejsze od 10.

1.2. Dodawanie i jego własności

Podejmij temat

- Ula zerwała 6 jabłek, a Marek 8. Ile jabłek mają razem?



Tego się dowiesz

- co to jest suma liczb; co to jest składnik sumy
- jakie własności ma dodawanie

Dodawanie to pierwsze działanie, jakie poznajemy w szkole. W życiu codziennym wykorzystujemy je bardzo często.



Ile zapłacimy za oba produkty?



Za 5 godzin przyjdę ze szkoły.
O której godzinie wrócę?



Przeczytałem do tej pory 56 stron książki, a dziś przeczytam jeszcze 13. Ile to będzie razem?

$$\begin{array}{c} \text{suma} \\ \uparrow \\ 6 + 8 = 14 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{składnik} \quad \text{składnik} \end{array}$$

Liczby, które dodajemy, to **składniki**.
Wynik dodawania to **suma**.

Ćwiczenie 1

Zapisz w zeszycie sumę podanych liczb.

a) 13 i 7

b) 10 i 25

c) 26 i 34

d) 51 i 42

Przykład 1

Ile książek leży na półce?

Obliczmy: $3 + 5 = 8$ albo $5 + 3 = 8$.

Widzimy, że wynik dodawania nie zależy od kolejności dodawanych liczb.



Dodawanie jest **przemienne**, ponieważ suma nie zależy od kolejności składników.

Ćwiczenie 2

Zapisz liczbę 10 jako sumę dwóch składników. Na ile sposobów możesz to zrobić?

Przykład 2

Tomek rzucił trzema kostkami do gry. Ile oczek otrzymał razem?

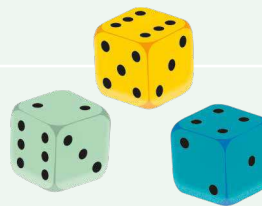
Popatrz, możesz zacząć obliczanie od działania $2 + 6$, a potem do otrzymanej sumy dodać jeszcze 4, albo zacząć od $6 + 4$ i dodać jeszcze 2.



$$(2 + 6) + 4 = 8 + 4 = 12$$

$$2 + (6 + 4) = 2 + 10 = 12$$

Widzimy, że wynik dodawania nie zależy od sposobu łączenia dodawanych liczb.



Ten drugi sposób jest łatwiejszy, bo $6 + 4$ to przecież 10.



Dodawanie jest **łączne**, ponieważ suma nie zależy od sposobu łączenia składników. Wykorzystujemy tę własność, aby ułatwić sobie obliczenia.

Ćwiczenie 3

Przepisz podane działania. Następnie weź w nawias liczby, od których najłatwiej rozpocząć dodawanie. Jeżeli będzie to konieczne, zmień kolejność składników.

a) $23 + 8 + 2$
 $6 + 4 + 19$
 $34 + 1 + 9$

b) $13 + 6 + 7$
 $4 + 18 + 26$
 $22 + 9 + 8$

c) $19 + 19 + 11$
 $42 + 15 + 28$
 $35 + 27 + 15$

d) $23 + 28 + 47 + 12$
 $36 + 14 + 21 + 19$
 $14 + 31 + 26 + 19$

Ćwiczenie 4

Oblicz w pamięci.

- a) $5 + 0$ b) $24 + 0$ c) $0 + 36$ d) $0 + 97$

Możemy zauważyć, że jeżeli do pewnej liczby dodamy zero lub do zera dodamy pewną liczbę, to suma będzie równa tej liczbie.

Wczoraj przeczytałem 12 stron mojego ulubionego komiksu. Dzisiaj nie miałem czasu i nie przeczytałem ani jednej strony. Ile stron przeczytałem w ciągu tych dwóch dni?



Jeżeli jednym ze składników sumy jest liczba zero, to suma ta jest równa drugiemu składnikowi.

Zadania

- 1 Liczbę 31 zapisz w postaci sumy:
a) dwóch liczb, b) trzech liczb, c) czterech liczb, d) pięciu liczb.
- 2 Bez wykonywania obliczeń znajdź pary równych sum. Przepisz działania i wstaw między nimi znak $=$.
 $23 + 67$ $67 + 23$ $25 + 71$ $78 + 21$ $71 + 25$ $88 + 15$ $21 + 78$ $15 + 88$
- 3 Przepisz podane działania. Następnie weź w nawias liczby, od których najłatwiej rozpocząć dodawanie. Jeżeli będzie to konieczne, zmień kolejność składników.
a) $29 + 8 + 32$ b) $24 + 29 + 31$ c) $18 + 6 + 12 + 24$ d) $28 + 9 + 11 + 8 + 12$
 $45 + 36 + 5$ $55 + 26 + 15$ $57 + 11 + 19 + 13$ $17 + 5 + 16 + 13 + 4$
- 4 Alicja obliczała sumy. Sprawdź, czy zrobiła to prawidłowo. Te działania, w których popełniła błędy, oblicz poprawnie w zeszycie.
 $8 + 2 = 10$ $20 + 12 = 42$ $17 + 13 = 29$ $56 + 14 = 70$
- 5 Dane są liczby: 47, 25, 5, 13. Ile jest równa suma wszystkich czterech liczb? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 70 B. 80 C. 90 D. 100
- 6 Oblicz sumę podanych liczb.
a) 12 i 0 b) 0 i 95 c) 200 i 0 d) 0 i 650
- 7 Zaproponuj najłatwiejszy sposób obliczenia sumy $2 + 19 + 23 + 15 + 7 + 11 + 18 + 5$.

Sprawdź się!

- 1 Narysuj oś liczbową, a następnie zaznacz na niej liczby 16 i 28 oraz liczbę odpowiadającą ich sumie. Pamiętaj, aby dobrać odpowiednią jednostkę.
- 2 Oblicz sumy. Skorzystaj z własności dodawania.
a) $27 + 46 + 14$ b) $8 + 52 + 23 + 17$ c) $25 + 17 + 13 + 30$ d) $55 + 7 + 5 + 23$
- 3 Na ile sposobów można zapisać liczbę 30 jako sumę dwóch składników?

1.3. Dodawanie w pamięci

Tego się dowiesz

- jak wykorzystać własności dodawania, aby ułatwić sobie wykonywanie obliczeń w pamięci
- jakimi różnymi sposobami można wykonywać dodawanie w pamięci

Podejmij temat

- Czy potrafisz obliczyć w pamięci, ile dziewczynki zapłacą za płaszcz i parasol?



Przypomnijmy, w jaki sposób można dodawać liczby dwucyfrowe.

Przykład 1

Wykonajmy dodawanie.

a) $42 + 26$

b) $27 + 38$

a) $42 + 26 =$
 $= 40 + 2 + 20 + 6 =$
 $= (40 + 20) + (2 + 6) =$
 $= 60 + 8 = 68$



Najpierw rozkładamy obie liczby na dziesiątki i jedności.



A dlaczego w następnym kroku zmieniamy kolejność liczb i zapisujemy je w nawiasach?

Można też liczyć krócej:

$42 + 26 = 60 + 8 = 68$

Nawiasy pokazują, które liczby najwygodniej dodać najpierw. Łączymy dziesiątki z dziesiątkami, a jedności z jednościami. Dzięki temu łatwiej obliczyć sumę w pamięci.

b) Sposób I

Tego typu sumy można też obliczać w pamięci. Zróbmy to na przykład tak:

$$27 + 38 = 20 + 7 + 30 + 8 = (20 + 30) + (7 + 8) = 50 + 15 = (50 + 10) + 5 = 60 + 5 = 65$$

Krócej:

$$27 + 38 = \overset{\text{50}}{\underset{\text{50}}{27}} + \overset{\text{15}}{\underset{\text{60}}{38}} = 65$$

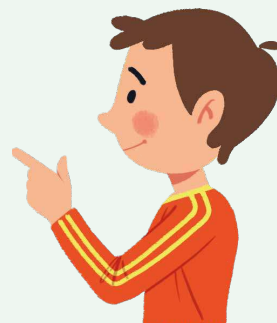
Sposób II

$$\begin{aligned} 27 + 38 &= \\ &= (27 + 3) + 35 = \\ &= 30 + 35 = \\ &= 65 \end{aligned}$$

lub

$$\begin{aligned} 27 + 38 &= \\ &= 25 + (2 + 38) = \\ &= 25 + 40 = \\ &= 65 \end{aligned}$$

A ja liczę inaczej. Do liczby 27 dodaję 3, aby otrzymać pełną dziesiątkę. Ponieważ 38 to 3 + 35, możemy najpierw dodać 3, a potem 35. Dzięki temu łatwo obliczam sumę w pamięci.



Najpierw liczbę 27 zapisuję jako sumę 25 i 2. Następnie do liczby 38 dodaję 2, otrzymując 40, a na końcu dodaję jeszcze 25.

Sposób III

A ja mam jeszcze inny sposób. Zapisuję liczbę 38 jako sumę liczb 33 i 5. Wiem, że suma 27 i 33 to 60. Do 60 łatwo już dodać 5, więc otrzymuję 65.



$$\begin{aligned} 27 + 38 &= \\ &= (27 + 33) + 5 = \\ &= 60 + 5 = \\ &= 65 \end{aligned}$$

Każdy może mieć swój sposób, jeśli tylko jest on poprawny.



Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci sumy najwygodniejszym dla siebie sposobem.

a) $7 + 8$

$9 + 6$

$6 + 5$

d) $56 + 14$

$29 + 21$

$37 + 43$

b) $41 + 8$

$53 + 4$

$26 + 2$

e) $56 + 8$

$23 + 9$

$48 + 6$

c) $35 + 5$

$27 + 3$

$42 + 8$

f) $54 + 28$

$45 + 37$

$67 + 29$

Przeanalizujemy kilka wybranych sposobów dodawania na przykładzie większych liczb.

Przykład 2

Obliczmy.

a) $316 + 52$

b) $856 + 34$

c) $124 + 235$

a) $316 + 52 =$

$$= 300 + 10 + 6 + 50 + 2 =$$

$$= 300 + (10 + 50) + (6 + 2) =$$

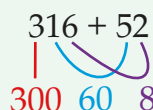
$$= 300 + 60 + 8 = 368$$

Rozkładamy liczby na setki, dziesiątki i jedności.

Zmieniamy kolejność i łączymy setki z setkami, dziesiątki z dziesiątkami, jedności z jednościami.

Dodajemy setki do setek, dziesiątki do dziesiątek, jedności do jedności.

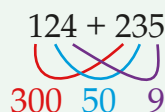
Można też liczyć krócej:

$$316 + 52 = 300 + 60 + 8 = 368$$


b) $856 + 34 = 800 + 80 + 10 = 890$



c) $124 + 235 = (100 + 200) + (20 + 30) + (4 + 5) = 300 + 50 + 9 = 359$

$$124 + 235 = 300 + 50 + 9 = 359$$


Ćwiczenie 2

Oblicz w pamięci sumy najwygodniejszym dla siebie sposobem.

a) $145 + 3$

b) $526 + 70$

c) $245 + 13$

$262 + 7$

$149 + 30$

$178 + 21$

$436 + 4$

$354 + 20$

$712 + 65$

d) $134 + 251$

e) $530 + 110$

f) $256 + 624$

$317 + 122$

$320 + 230$

$118 + 332$

$425 + 143$

$450 + 140$

$413 + 257$

Przykład 3

Obliczmy podane sumy. Wykorzystajmy własności dodawania.

a) $22 + 37 + 18$

b) $16 + 27 + 14 + 33$

$$\begin{aligned} \text{a) } 22 + 37 + 18 &= \\ &= (22 + 18) + 37 = \\ &= (20 + 10 + 2 + 8) + 37 = \\ &= 40 + 37 = 77 \end{aligned}$$

Łatwo jest dodać 22 i 18, bo $2 + 8 = 10$.
Warto zatem zmienić kolejność składników.

W pamięci możemy liczyć też krócej: $22 + 37 + 18 = 22 + 18 + 37 = 40 + 37 = 77$

$$\begin{aligned} \text{b) } 16 + 27 + 14 + 33 &= (16 + 14) + (27 + 33) = (10 + 10 + 6 + 4) + (20 + 30 + 7 + 3) = \\ &= 30 + 60 = 90 \end{aligned}$$

Krócej: $16 + 27 + 14 + 33 = 16 + 14 + 27 + 33 = 20 + 10 + 50 + 10 = 90$

Ćwiczenie 3

Oblicz w pamięci najwygodniejszym dla siebie sposobem.

a) $36 + 13 + 17$

b) $29 + 21 + 16$

c) $34 + 12 + 26 + 18$

d) $41 + 14 + 16 + 19$

Zadania

- 1 Do każdego pytania ułóż działanie, jak pokazano w punkcie a). Wszystkie działania i odpowiedzi zapisz w zeszycie.

a) Jaką liczbę należy dodać do 22, aby otrzymać 45? $22 + ? = 45$

b) Do jakiej liczby należy dodać 35, aby otrzymać 60?

c) Jeden ze składników sumy równej 38 wynosi 15. Jaki jest drugi składnik tej sumy?

- 2 Oblicz sumy dowolnym sposobem.

a) $13 + 4$

b) $16 + 54$

c) $48 + 29$

$8 + 31$

$31 + 28$

$79 + 15$

d) $284 + 13$

e) $560 + 220$

f) $372 + 416$

$66 + 521$

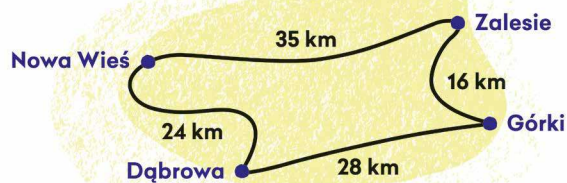
$730 + 150$

$216 + 632$

- 3 Na najwyższej półce regału jest 28 książek, na środkowej 16, a na najniższej 31. Ile książek znajduje się na tych półkach?

4 W schronisku dla zwierząt są 24 koty, 49 psów i 16 królików. Ile zwierząt mieszka w schronisku?

5 Pan Adam i pan Janek mieszkają w Nowej Wsi, a pracują w Górkach. Obaj codziennie dojeżdżają do pracy, ale pan Adam jeździ przez Dąbrowę, a pan Janek przez Zalesie. Na podstawie rysunku oblicz w pamięci, ile kilometrów pokonuje każdy z nich w drodze do pracy.



6 Podczas wakacji Marek zwiedzał z rodzicami Trójmiasto i okolice. W Gdańsku rodzina przebywała 13 dni, w Sopocie była 6 dni, w Gdyni spędziła 4 dni, a we Władysławowie cały tydzień. Ile dni trwała ich wycieczka?

7 Na rysunku znajduje się fragment jadłospisu pewnego baru.

- Ile trzeba zapłacić za zupę ogórkową, kotlet mielony, sernik i kompot?
- Ile trzeba zapłacić za rosół, naleśniki, szarlotkę i herbatę?
- Ile trzeba zapłacić za zupę pomidorową, kotlet schabowy i kompot?
- Jakie potrawy można zamówić, jeżeli planuje się wydać dokładnie 52 zł?

Jadłospis			
ZUPY		DRUGIE DANIA	
pomidorowa	13 zł	kotlet mielony	20 zł
ogórkowa	13 zł	kotlet schabowy	22 zł
rosół	9 zł	naleśniki	17 zł
barszcz czerwony	15 zł	pierogi z wiśniami	18 zł
NAPoje		DESERY	
kompot	4 zł	szarlotka	13 zł
herbata	6 zł	sernik	18 zł

8 W pokoju, który ma podłogę w kształcie kwadratu, w każdym z czterech kątów siedzi kot. Naprzeciw każdego kota siedzi kot. Na ogonie każdego kota siedzi kot. Ile kotów jest w pokoju?

Sprawdź się!

1 Oblicz.

- $18 + 35$
- $39 + 57$
- $168 + 26$
- $479 + 203$

2 Oblicz w pamięci. Wykorzystaj poznane własności dodawania, aby ułatwić sobie obliczenia.

- $37 + 5 + 15$
- $8 + 59 + 22$
- $91 + 86 + 9$
- $59 + 16 + 24$
- $604 + 29 + 56$
- $112 + 234 + 90$

3 Liczbę 100 zapisz w postaci sumy:

- dwóch różnych liczb dwucyfrowych,
- trzech różnych liczb dwucyfrowych,
- czterech różnych liczb dwucyfrowych.

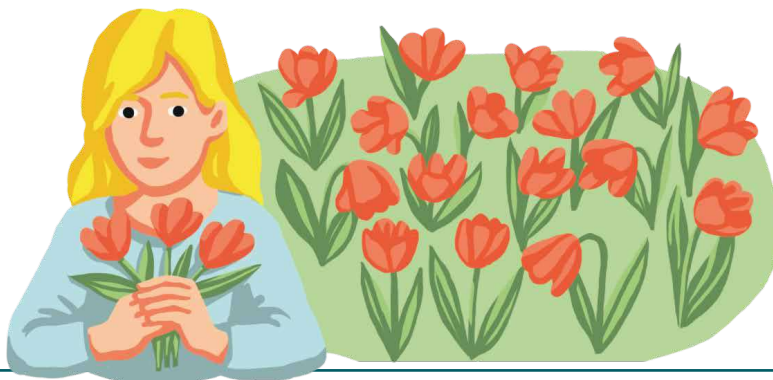


Zapisz w zeszycie dwa składniki, których suma jest równa sumie liczb 56 i 27. Czy zadanie ma tylko jedno rozwiązanie?

1.4. Odejmowanie i jego własności

Podejmij temat

- W ogrodzie zakwitło 19 tulipanów, Ania zerwała 3. Ile kwiatów zostało?
- Aby obliczyć, ile kwiatów zostało w ogrodzie, należy wykonać odejmowanie.



Tego się dowiesz

- czym jest odjemna, odjemnik i różnica liczb
- jaka jest zależność między odejmowaniem a dodawaniem
- ile jest równa różnica dwóch liczb, jeśli odjemnik jest równy zero
- ile jest równa różnica dwóch liczb, jeśli odjemna i odjemnik są sobie równe

$$\begin{array}{c} \text{różnica} \quad \text{różnica} \\ \uparrow \quad \downarrow \\ 19 - 3 = 16 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{odjemna} \quad \text{odjemnik} \end{array}$$

Liczba, od której odejmujemy, to **odjemna**.

Liczba, którą odejmujemy, to **odjemnik**.

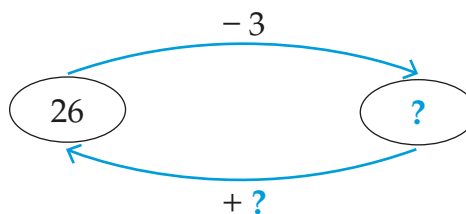
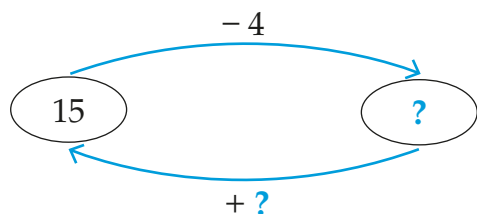
Wynik odejmowania to **różnica**.

Ćwiczenie 1

Zapisz odjemną, jeżeli odjemnik wynosi 6, a różnica 10.

Ćwiczenie 2

Przerysuj grafy i zamiast znaków zapytania wpisz odpowiednie liczby.



Grafy pokazują, że odejmowanie można sprawdzać za pomocą dodawania:

$15 - 4 = 11$, bo $11 + 4 = 15$;

$26 - 3 = 23$, bo $23 + 3 = 26$.

Dodawanie i odejmowanie są działaniami wzajemnie odwrotnymi. Oznacza to, że odejmowanie pozwala sprawdzić wynik dodawania, a dodawanie – wynik odejmowania.

Ćwiczenie 3

Wykonaj odejmowanie. W zapisanym działaniu wskaż odjemną, odjemnik i różnicę.

- a) $27 - 5$ b) $69 - 6$ c) $30 - 10$ d) $84 - 4$

Ćwiczenie 4

Oblicz w pamięci. Co zauważasz?

- a) $16 - 0$ b) $5 - 0$

Ćwiczenie 5

Oblicz w pamięci. Co zauważasz?

- a) $6 - 6$ b) $12 - 12$

Jeżeli od pewnej liczby odejmiemy zero, to liczba ta się nie zmienia.

Jeżeli odjemnik wynosi zero, to różnica jest równa odjemnej.

Jeżeli od pewnej liczby odejmiemy taką samą liczbę, to otrzymamy zero.

Jeżeli odjemna i odjemnik są równe, to różnica wynosi zero.

Zadania

- 1 Zapisz odejmowanie, którego wynik wynosi 25. W zapisanym działaniu podpisz odjemną, odjemnik i różnicę.
- 2 Zapisz działanie, którego różnica jest równa 9.
- 3 Zapisz liczbę 17 w postaci różnicy dwóch liczb.
- 4 Wiemy, że $56 + 21 = 77$. Skorzystaj z tej informacji, przepisz podane działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.
a) $77 - ? = 56$ b) $21 + ? = 77$ c) $77 - ? = 21$
d) $? - 56 = 21$ e) $? - 21 = 56$ f) $21 + 56 = ?$
- 5 Zapisz i oblicz różnicę podanych liczb.
a) 12 i 0 b) 120 i 0 c) 9 i 9 d) 250 i 250

Sprawdź się!

- 1 Wykonaj odejmowanie i sprawdź poprawność jego wykonania za pomocą dodawania.
a) $48 - 7$ b) $56 - 3$ c) $89 - 19$ d) $34 - 0$
- 2 Zapisz pięć działań, w których różnica jest równa 8. W każdym działaniu podpisz odjemną i odjemnik.

1.5. Odejmowanie w pamięci

Podejmij temat

- Tomek z tatą wybrali się na dwudniową wycieczkę Chojnowskim Szlakiem Rowerowym z Warszawy do zamku w Czersku. Jego długość wynosi 45 km. Drugiego dnia podróży zostało im jeszcze 12 km do Czerska.
- Czy ty potrafisz obliczyć w pamięci to, czego chciał się dowiedzieć Tomek?

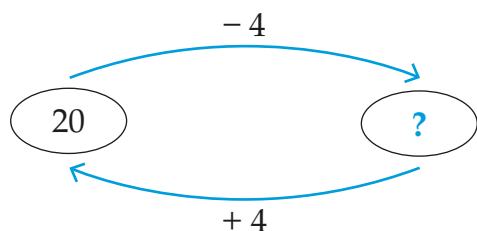
Tato, zatrzymajmy się na chwilę!
Mam w smartfonie kalkulator, chciałbym obliczyć, ile kilometrów już przejechaliśmy.

Tomku, szkoda czasu, to przecież łatwe!



Tego się dowiesz

- jak wykorzystać zależność między dodawaniem i odejmowaniem, aby ułatwić sobie wykonywanie obliczeń w pamięci
- jak wykonywać odejmowanie w pamięci różnymi sposobami



Wiemy, że dodawanie i odejmowanie to działania wzajemnie odwrotne. Oznacza to, że aby wykonać na przykład odejmowanie $20 - 4$, szukamy liczby, która po dodaniu do niej 4 da wynik 20.

Przykład 1

Jak w pamięci od 20 odjąć 4?

Podczas odejmowania wyobraźmy sobie pieniądze...

Mamy 20 zł.

Wydajemy 4 zł. Zostaje nam 16 zł.

$$20 - 4 = 16$$

A jeżeli mam dwa banknoty po 10 zł?



To wyobraź sobie banknot rozmienny na drobne.



Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci.

- a) $10 - 7$ b) $20 - 5$ c) $50 - 8$ d) $30 - 6$ e) $80 - 2$
 f) $60 - 1$ g) $90 - 3$ h) $40 - 9$ i) $70 - 4$ j) $100 - 5$

Ćwiczenie 2

Zapisz działania i oblicz, ile złotych ci zostało.

a) Mam 50 zł.

Wydaję 26 zł.

b) Mam 140 zł.

Wydaję 22 zł.

c) Mam 350 zł.

Wydaję 130 zł.

d) Mam 700 zł.

Wydaję 47 zł.

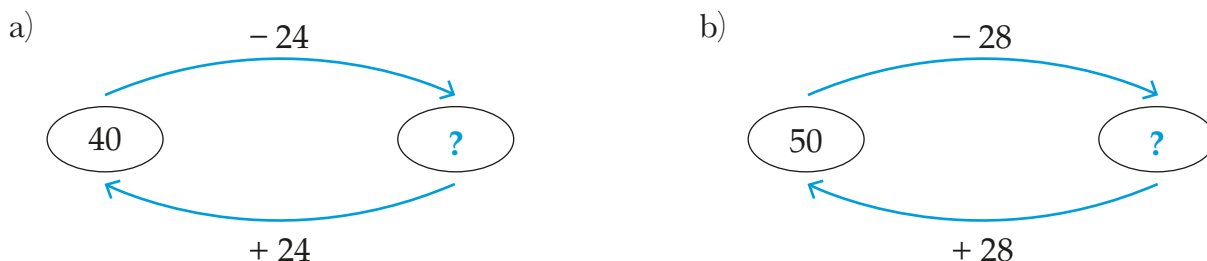
Ćwiczenie 3

Naszkicuj banknoty i monety, aby zilustrować podane działanie w sposób podobny do tego w ćwiczeniu 2. Zapisz wynik tego działania.

- a) $80 - 17$ b) $570 - 41$ c) $960 - 150$ d) $400 - 23$

Ćwiczenie 4

Jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania?



Ćwiczenie 5

Oblicz.

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| a) $80 - 28$ | b) $40 - 34$ | c) $70 - 35$ | d) $60 - 17$ | e) $30 - 18$ |
| f) $90 - 56$ | g) $80 - 31$ | h) $40 - 12$ | i) $60 - 49$ | j) $100 - 47$ |

Przykład 2

Jak w pamięci od 46 odjąć 25?

$46 - 25 = 21$ To jest łatwe: od 40 odejmujemy 20 i od 6 odejmujemy 5.

Ćwiczenie 6

Wykonaj odejmowanie.

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $67 - 14$ | b) $58 - 26$ | c) $74 - 43$ | d) $86 - 36$ | e) $47 - 21$ |
| f) $93 - 42$ | g) $89 - 63$ | h) $66 - 55$ | i) $38 - 18$ | j) $78 - 27$ |

Przykład 3

Obliczmy różnicę: $64 - 47$.

Sposób I

Tego typu różnice najtrudniej obliczać w pamięci. Możemy to robić w następujący sposób:

$$\begin{aligned}64 - 47 &= \\&= (64 - 44) - 3 = \\&= 20 - 3 = \\&= 17\end{aligned}$$

Od 64 łatwo jest odjąć liczbę 44.

Zamiast od razu odejmować 47, można więc najpierw odjąć 44 i potem jeszcze 3 (bo 47 to suma liczb 44 i 3).

Sposób II

$$\begin{aligned}64 - 47 &= \\&= (64 - 40) - 7 = \\&= 24 - 7 = \\&= (24 - 4) - 3 = \\&= 20 - 3 = \\&= 17\end{aligned}$$

Hmm... ja mam inny pomysł. Od 64 odejmę najpierw 40, a potem jeszcze 7. Następnie od 24 najpierw odejmę 4, a później jeszcze 3.



Sposób III

$$\begin{aligned}64 - 47 &= \\&= (64 - 50) + 3 = \\&= 14 + 3 = \\&= 17\end{aligned}$$

A ja znalazłam jeszcze inny, też poprawny sposób. Zamiast odjąć 47, odjęłam 50, czyli o 3 za dużo. Dlatego na końcu dodałam 3.



Ćwiczenie 7

Oblicz najwygodniejszym dla siebie sposobem.

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $36 - 29$ | b) $54 - 28$ | c) $71 - 45$ | d) $53 - 36$ | e) $32 - 17$ |
| f) $85 - 58$ | g) $97 - 49$ | h) $48 - 19$ | i) $62 - 26$ | j) $87 - 78$ |

Ćwiczenie 8



Zagraj z koleżanką lub kolegą w grę *Powiem ci, ile musisz odjąć* według poniższych zasad.

- Wybieramy liczby do odejmowania, na przykład 3, 5 i 8.
- Pierwsza osoba podaje dowolną liczbę dwucyfrową i liczbę, którą druga osoba musi odjąć, na przykład 37 i 3.
- Druga osoba podaje wynik odejmowania $37 - 3$, czyli 34, i wybiera liczbę, którą pierwsza osoba powinna odjąć, na przykład 5.
- Pierwsza osoba podaje wynik odejmowania $34 - 5$, czyli 29, i wybiera liczbę, którą druga osoba musi odjąć, na przykład 3.
- Kontynuujemy odejmowanie na zmianę.
- Rundę kończy osoba, która poda błędny wynik, lub ta, która nie może już podać liczby do kolejnego odjęcia (na przykład wynik jej odejmowania to 2, czyli mniejszy od 3, 5 i 8, więc nie da się już nic odjąć w tej rundzie).

Zadania

1 Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) $15 - 8$ | b) $32 - 4$ | c) $54 - 7$ | d) $71 - 9$ |
| e) $42 - 8$ | f) $35 - 7$ | g) $24 - 6$ | h) $65 - 9$ |

2 Bez wykonywania obliczeń wybierz działania, których wynik, twoim zdaniem, jest mniejszy od 30. Przepisz je i wykonaj obliczenia.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $47 - 12$ | b) $56 - 28$ | c) $92 - 55$ | d) $29 - 16$ |
| e) $68 - 34$ | f) $50 - 17$ | g) $63 - 24$ | h) $49 - 20$ |

Przepisz pozostałe działania. Wykonaj je, aby sprawdzić, czy twój wybór był poprawny.

- 3 Przepisz działania i oblicz różnice. Uporządkuj wyniki od najmniejszego do największego, a następnie zapisz pod nimi odpowiadające im litery. Postępuj według schematu znajdującego się pod obrazkami, by dowiedzieć się, z jakich drzew pochodzą narysowane liście.

$50 - 13 \quad B$

$20 - 8 \quad I$

$41 - 19 \quad A$

$46 - 7 \quad K$

$42 - 28 \quad P$

$41 - 35 \quad L$

$82 - 25 \quad O$

$91 - 49 \quad L$

$37 - 16 \quad D$

$73 - 8 \quad N$

$33 - 16 \quad A$



wynik	wynik	wynik	wynik
litera	litera	litera	litera

wynik	wynik	wynik
litera	litera	litera

wynik	wynik	wynik	wynik
litera	litera	litera	litera

- 4 W klasie IVa jest 13 dziewczynek i 22 chłopców. Na wycieczkę szkolną nie mogli pojechać 4 dziewczynki i 3 chłopców. Ile dzieci pojechało na wycieczkę? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 28 B. 35 C. 31 D. 25
- 5 Magda ma album na 96 fotografii. Dziewczynka umieściła w nim 49 zdjęć swojej rodziny i 36 zdjęć koleżanek. Ile miejsc na fotografie jeszcze w nim zostało? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 21 B. 41 C. 11 D. 31
- 6 Zapisz odejmowanie, w którym odjemna jest różnicą liczb 71 i 47, a odjemnik jest największą liczbą dwucyfrową mniejszą od 20.

Sprawdź się!

- 1 Oblicz najwygodniejszym dla siebie sposobem. Sprawdź poprawność wykonanego odejmowania za pomocą dodawania.
- a) $40 - 13$ b) $53 - 29$ c) $73 - 44$ d) $94 - 48$
- 2 Przepisz podane działanie, a w miejsce znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.
- a) $? - 16 = 23$ b) $? - 42 = 18$ c) $? - 40 = 26$ d) $? - 35 = 47$
e) $38 - ? = 13$ f) $74 - ? = 34$ g) $56 - ? = 20$ h) $72 - ? = 45$
- 3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
- a) Różnica liczb 68 i 14 jest równa 54.
b) W działaniu $5 - 3 = 2$ liczba 5 jest odjemnikiem.
c) Dodawanie i odejmowanie to działania wzajemnie odwrotne.

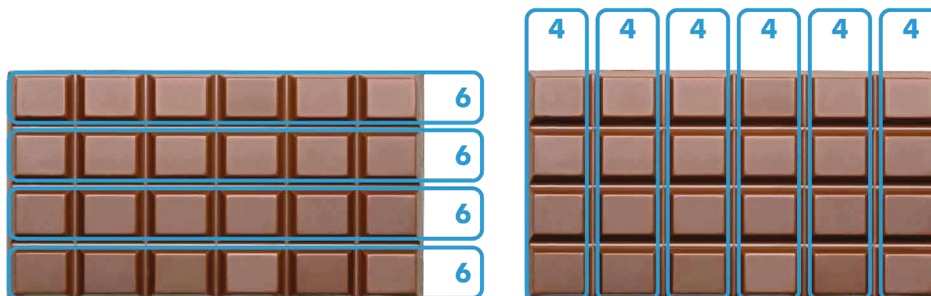
1.6. Mnożenie i jego własności

Tego się dowiesz

- jaki jest związek między dodawaniem a mnożeniem
- co to jest iloczyn liczb; co to jest czynnik
- jakie własności ma mnożenie
- co to znaczy, że mnożenie jest przemienne
- co to znaczy, że mnożenie jest łączne

Podjmij temat

- Z ilu kostek składa się tabliczka czekolady?



Liczbę kostek można obliczyć na dwa sposoby, zgodnie z opisem na rysunku.

$$6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$$

Dodawanie jednakowych składników można zastąpić mnożeniem.

Zamiast $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ można napisać $4 \cdot 6 = 24$.

Zamiast $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$ można napisać $6 \cdot 4 = 24$.

Czyli

$$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \cdot 6$$

oraz

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \cdot 4.$$

Ćwiczenie 1

Zapisz w postaci mnożenia i oblicz.

a) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

b) $3 + 3 + 3 + 3$

c) $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

Ćwiczenie 2

Zapisz w postaci dodawania i oblicz.

a) $5 \cdot 6$

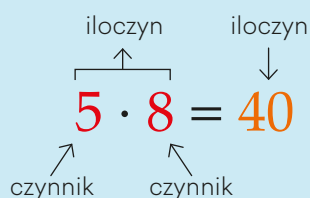
b) $3 \cdot 8$

c) $6 \cdot 3$

d) $2 \cdot 9$

e) $4 \cdot 4$

f) $7 \cdot 5$



Liczby, które mnożymy, to **czynniki**.

Wynik mnożenia to **iloczyn**.

Ćwiczenie 3

Spośród podanych działań wybierz iloczyny i w tych działaniach wskaż czynniki.

a) $4 \cdot 8 = 32$

b) $9 + 7 = 16$

c) $17 - 4 = 13$

d) $9 \cdot 8 = 72$

Przykład 1

W Sklepie Świat Czekoladek można kupić bombonierki, w których są czekoladki w 4 kształtach i 5 smakach. Ile czekoladek jest w jednym pudełku?



Możemy obliczyć to tak: $5 \cdot 4 = 20$ (5 kolumn po 4 czekoladki o tym samym smaku)
lub tak: $4 \cdot 5 = 20$ (4 rzędy po 5 czekoladek w tym samym kształcie).

Zauważyłeś, że
 $5 \cdot 4 = 20$ i $4 \cdot 5 = 20$?



Faktycznie! Czyli przy zmianie kolejności mnożonych liczb wynik się nie zmienia!

Mnożenie jest **przemienne**, ponieważ iloczyn nie zależy od kolejności czynników.

Przykład 2

Ile czekoladek znajduje się na rysunku w przykładzie 1?

Najpierw sprawdzam, ile czekoladek jest w jednym pudełku: 5 kolumn po 4 rzędy to 20 czekoladek. Mamy 3 pudełka, więc liczę: $3 \cdot 20$.



Można też policzyć rzędy. W 3 pudełkach są po 4 rzędy, czyli 12 rzędów. Każdy rząd ma 5 czekoladek, więc liczę: $12 \cdot 5$.



A ja wolę zacząć od kolumn. W 3 pudełkach jest razem 15 kolumn po 4 czekoladki, więc liczę: $15 \cdot 4$.



Zauważmy, że $3 \cdot (5 \cdot 4) = (3 \cdot 4) \cdot 5 = (3 \cdot 5) \cdot 4 = 60$. Zatem wynik mnożenia nie zmienia się, gdy inaczej grupujemy czynniki.

Mnożenie jest **łączne**, ponieważ iloczyn nie zależy od sposobu łączenia czynników.

Ćwiczenie 4

Przepisz podane działania. Następnie weź w nawias liczby, od których najłatwiej rozpocząć mnożenie. Pamiętaj, że przed jego wykonaniem możesz zmienić kolejność czynników.

a) $3 \cdot 5 \cdot 2$

b) $4 \cdot 5 \cdot 5$

c) $2 \cdot 7 \cdot 5$

d) $5 \cdot 3 \cdot 4$

Ćwiczenie 5

Zapisz podaną sumę w postaci iloczynu i oblicz.

a) $0 + 0 + 0$

b) $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$

c) $1 + 1$

d) $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$



Zauważyłeś? Nieważne, ile zer dodamy do siebie, wynik zawsze będzie równy zero! Dlatego każda liczba pomnożona przez 0 daje 0.

Za to mnożenie przez 1 nic nie zmienia! Gdy pomnożymy liczbę przez 1, otrzymamy tę samą liczbę.



Jeżeli jeden z czynników jest równy zero, to iloczyn także jest równy zero.

Jeżeli jednym z czynników jest liczba 1, to iloczyn jest równy drugiemu czynnikowi.

Zadania

- Przerysuj tabelkę. W kratkach zamiast znaków zapytania wpisz wyniki mnożenia, tak jak wskazują podane przykłady.

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
2	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
3	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
4	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
5	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
6	?	?	?	?	?	?	?	48	← ?	?
7	?	?	?	28	← ?	?	?	?	?	?
8	?	16	← ?	?	?	?	?	?	?	?
9	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
10	?	?	?	?	?	?	?	?	90	← ?

$6 \cdot 8$

$7 \cdot 4$

$8 \cdot 2$

$10 \cdot 9$

- 2 Liczbę 24 zapisz w postaci iloczynu:
 a) dwóch liczb, b) trzech liczb, c) czterech liczb.
- 3 Zapisz i oblicz iloczyn podanych liczb.
 a) 17 i 0 b) 0 i 85 c) 300 i 0 d) 0 i 650
 e) 19 i 1 f) 1 i 79 g) 400 i 1 h) 1 i 860

- 4 Znajdź pary równych iloczynów i zapisz je, stosując znak =.

$7 \cdot 6$	$5 \cdot 8$	$9 \cdot 3$	$10 \cdot 4$	$5 \cdot 0 \cdot 2$
$4 \cdot 3 \cdot 8$	$6 \cdot 4$	$8 \cdot 3$	$4 \cdot 5 \cdot 0$	
$3 \cdot 3 \cdot 3$	$8 \cdot 1 \cdot 5$	$6 \cdot 7$	$4 \cdot 10$	$3 \cdot 8 \cdot 4$

- 5 Jeden bilet do kina kosztuje 32 zł. Ile trzeba zapłacić za 3 takie bilety?
- 6 W jednej zgrzewce mieści się 6 dwulitrowych butelek z sokiem jabłkowym. Na szkolną imprezę kupiono 3 zgrzewki. Ile litrów soku zakupiono?
- 7 W jednym opakowaniu jest 8 plasterków sera żółtego. W zestawie promocyjnym są 3 opakowania. Daria kupiła 2 takie zestawy. Ile plasterków sera żółtego kupiła?
- 8 Na każdym z 4 talerzy jest 8 kanapek. Na 1 kanapce są 2 plasterki szynki. Ile plasterków szynki jest na wszystkich kanapkach?

Sprawdź się!

- 1 Oblicz. Pamiętaj, że przed wykonaniem mnożenia możesz zamienić kolejność czynników.
 a) $5 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 2$ b) $2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2$ c) $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1$ d) $9 \cdot 8 \cdot 0 \cdot 6$
- 2 Sylwia ma 9 monet dwuzłotowych, a Kasia ma 5 monet pięciozłotowych. Dziewczynki chcą wspólnie kupić mamie prezent, który kosztuje 61 zł.
 Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Kasia ma o A/B więcej niż Sylwia.
 A. 7 zł B. 13 zł
- b) Dziewczynkom brakuje jeszcze C/D, aby mogły kupić prezent dla mamy.
 C. 18 zł D. 22 zł
- 3 Zapisz liczbę 30 w postaci iloczynu dwóch liczb. Zrób to na cztery sposoby.
- 4 W jednym opakowaniu jest 6 jabłek. Ile jabłek znajduje się w 8 takich opakowaniach?

1.7. Mnożenie w pamięci

Tego się dowiesz

- jak szybko mnożyć liczby zakończone zerami
- jak wykorzystać własności mnożenia, aby ułatwić sobie wykonywanie obliczeń w pamięci

Podejmij temat

- Ile babeczek mama kupiła na przyjęcie urodzinowe Marysi?



Ciekawe!

Jeśli nie potrafisz zapamiętać jakiegoś wyniku mnożenia, spróbuj posłużyć się rysunkiem albo rymówką – to skuteczna metoda! Rymowanek możesz szukać w internecie lub układać je samodzielnie.

Dwa stare rowery,
 $8 \cdot 8$ jest 64.

Ćwiczenie 1

Oblicz w pamięci.

a) $6 \cdot 4$
 $2 \cdot 10$
 $6 \cdot 5$
 $4 \cdot 7$

b) $4 \cdot 9$
 $6 \cdot 7$
 $8 \cdot 4$
 $5 \cdot 10$

c) $8 \cdot 7$
 $10 \cdot 7$
 $6 \cdot 9$
 $8 \cdot 8$

d) $7 \cdot 7$
 $8 \cdot 9$
 $9 \cdot 7$
 $10 \cdot 9$

Przez jakie liczby najłatwiej jest mnożyć?



Przykład 1

Ustalmy, jak można szybko mnożyć przez liczby kończące się zerami.

- Jak pomnożyć liczbę przez 10?

$$37 \cdot 10 = 370$$



Aby pomnożyć liczbę przez 10, wystarczy do tej liczby dopisać na końcu zero.

- Jak pomnożyć liczbę przez 20, 30, 40 itd.?

$$24 \cdot 20 = 24 \cdot 2 \cdot 10 = 48 \cdot 10 = 480$$



Mnożymy $24 \cdot 2$ i do wyniku dopisujemy na końcu zero.

- Jak pomnożyć liczbę przez 100?

$$9 \cdot 100 = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 90 \cdot 10 = 900$$



Aby pomnożyć liczbę przez 100, wystarczy do tej liczby dopisać na końcu dwa zera.

- Jak pomnożyć liczbę przez 200, 300, 400 itd.?

$$3 \cdot 200 = 3 \cdot 2 \cdot 100 = 6 \cdot 100 = 600$$



Mnożymy $3 \cdot 2$ i do wyniku dopisujemy na końcu dwa zera.

- Jak pomnożyć dwie liczby zakończone zerami?

$$700 \cdot 20 = 7 \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10 = 7 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 10 = 14 \cdot 1000 = 14\,000$$



Mnożymy $7 \cdot 2$ i do wyniku dopisujemy na końcu tyle zer, ile jest ich razem w obu czynnikach.

- Czy już się domyślasz, jak pomnożyć liczbę przez 1000, 2000, 3000 itd.?

Gdy mnożę liczbę przez 10 wyobrażam sobie banknoty po 10 zł. Na przykład: 3 banknoty po 10 zł to 30 zł, 12 banknotów po 10 zł to 120 zł, 37 banknotów po 10 zł to 370 zł. Czy zauważasz tu pewną zasadę?



Ćwiczenie 2

Oblicz.

a) $18 \cdot 10$

b) $10 \cdot 42$

c) $53 \cdot 10$

d) $60 \cdot 8$

e) $7 \cdot 40$

f) $80 \cdot 5$

g) $40 \cdot 30$

h) $200 \cdot 60$

i) $80 \cdot 70$

j) $100 \cdot 7$

k) $400 \cdot 2$

l) $30 \cdot 300$

Przykład 2

Obliczmy iloczyn $5 \cdot 7 \cdot 4$.

W mnożeniu możemy zmieniać kolejność liczb i grupować je w wygodny sposób. Dzięki temu łatwiej wykonujemy obliczenia.

$$5 \cdot 7 \cdot 4 =$$

$$= (5 \cdot 4) \cdot 7 =$$

$$= 20 \cdot 7 = 140$$

Najłatwiej będzie nam zacząć mnożenie od liczb 5 i 4, ponieważ ich iloczyn kończy się zerem.

Ćwiczenie 3

Oblicz iloczyn.

a) $5 \cdot 5 \cdot 4$

b) $8 \cdot 9 \cdot 5$

c) $2 \cdot 13 \cdot 5$

d) $30 \cdot 6 \cdot 5$

e) $5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 9$

f) $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4$

g) $8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2$

h) $6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5$

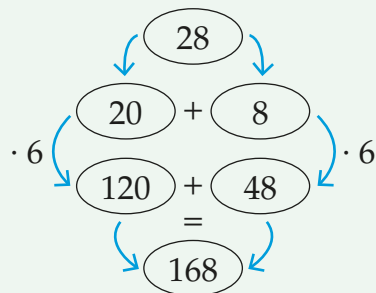
Przykład 3

Obliczmy iloczyn $28 \cdot 6$.

Sposób I



Popatrz, ja to rozwiążę tak:



Liczbę 28 zapisujemy jako sumę $20 + 8$.

Mnożymy 20 przez 6 oraz 8 przez 6.

Dodajemy otrzymane liczby.

Sposób II



Spójrz, a ja tak:

$$28 \cdot 6 =$$

$$= (30 - 2) \cdot 6 =$$

$$= 30 \cdot 6 - 2 \cdot 6 =$$

$$= 180 - 12 = 168$$

Liczbę 28 zapisujemy jako różnicę $30 - 2$.

Mnożymy 30 przez 6 oraz 2 przez 6.

Odejmujemy otrzymane liczby.

Ćwiczenie 4

Oblicz dowolnym sposobem.

a) $42 \cdot 8$

b) $35 \cdot 4$

c) $51 \cdot 6$

d) $27 \cdot 9$

e) $7 \cdot 28$

f) $5 \cdot 25$

g) $8 \cdot 19$

h) $3 \cdot 56$

Więcej na temat

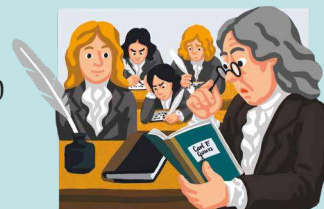
Sławny matematyk Karol Gauss też chodził kiedyś do szkoły. Było to ponad 200 lat temu. Na lekcji matematyki nauczyciel podyktował zadanie: „Obliczcie sumę wszystkich liczb od 1 do 40”. Myślał, że przez większą część lekcji uczniowie będą zajęci liczeniem. Jakie było jego zdziwienie, gdy już po chwili Karol oddał mu zeszyt z poprawnym wynikiem. Większość uczniów, mimo długich obliczeń, podała wynik błędny. Za to w zeszycie chłopca napisana była tylko jedna liczba – i była ona właściwa!

W jaki sposób Karol wykonał obliczenia? Zamiast dodawać kolejne liczby, zastosował własności dodawania: przemienność i łączność. Połączył pierwszą liczbę z ostatnią, drugą z przedostatnią i kolejne liczby w pary. Zauważył, że suma każdej pary jest taka sama i wynosi 41.

$1 + 40 = 41,$
 $2 + 39 = 41,$
 $3 + 38 = 41,$
 $4 + 37 = 41,$
 $5 + 36 = 41,$
 $6 + 35 = 41,$
 $7 + 34 = 41,$
 aż do
 $20 + 21 = 41.$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 34 + 35 + 36 + 37 + 38 + 39 + 40 = 820$$

Diagram illustrating the pairing of numbers from 1 to 40. Three arcs connect pairs of numbers: (1, 40) in green, (2, 39) in red, and (3, 38) in blue. Each arc is labeled with the number 41, representing the sum of each pair.



Zauważył, że takich dodawanych do siebie par liczb jest 20. Pomnożył więc (również w pamięci) 41 przez 20 i zapisał tylko wynik: 820.

Nauczyciel zrozumiał, że ma przed sobą dziecko o zdumiewających zdolnościach.

Ćwiczenie 5



Mamy tablicę z liczbami.

Gra polega na znalezieniu drogi od pewnej liczby w dolnym rzędzie do liczby w górnym rzędzie. Trasa prowadzi przez pola z liczbami, z których każda jest dwa razy większa od poprzedniej. Można poruszać się tylko do góry pionowo lub na ukos. Oto przykłady:

180	108	63	648	384	650	512	52	1120	28	300	160
90	54	172	192	324	325	48	256	26	560	80	150
45	86	96	135	240	162	128	24	44	40	280	145
36	48	36	120	84	154	86	64	22	84	38	140
18	24	18	44	72	58	48	32	42	20	70	36
12	9	8	6	36	24	16	64	18	35	32	44
10	6	4	50	12	18	30	8	32	16	14	24
5	12	3	25	6	15	9	16	4	14	8	7

10	
5	

Diagram showing a path from 5 to 10, indicated by a red arrow pointing up.

6	4
12	3

Diagram showing a path from 3 to 6, indicated by a red arrow pointing up and to the left.

35	32
16	14

Diagram showing a path from 14 to 32, indicated by a red arrow pointing up and to the left.

Na przedstawionej tablicy są dwie takie drogi. Wygrywa osoba, która szybciej znajdzie jedną z nich i dotrze do celu. Pamiętaj, żeby nie rysować w podręczniku. Przygotuj mały pionek, monetę, guzik lub skrawek papieru i przesuwaj go po kolejnych polach. Zapisz w zeszycie wszystkie liczby, które miniesz po drodze. Porównaj swoje rozwiązanie z rozwiązaniami innych uczniów.

Zadania

- 1 Oblicz.
a) $40 \cdot 40$ b) $7 \cdot 15 \cdot 2$ c) $8 \cdot 5 \cdot 3$ d) $38 \cdot 4$
- 2 Biedronka siedmiokropka, potocznie nazywana bożą krówką, powszechnie występuje w Polsce. Jedna siedmiokropka ma 7 kropek. Ile kropek ma 26 takich biedronek?
- 3 W skarbonce Janka znajduje się 18 monet pięciozłotowych. Ile pieniędzy ma chłopiec?
- 4 Tuzin to 12 sztuk. Ile sztuk jest w 8 tuzinach?
- 5 Do sklepu przywieziono 4 rodzaje soków, po 5 zgrzewek każdego rodzaju. Jedna zgrzewka mieści 24 butelki. Ile butelek soku przywieziono do sklepu? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 600 B. 240
C. 480 D. 120
- 6 Szkoła zamówiła na zabawę cukierki dla wszystkich dzieci. Przywieziono je w 4 kartonach, a w każdym było 8 paczek z 25 cukierkami. Oblicz, ile dzieci było na szkolnej zabawie, jeśli wiadomo, że wszystkie dostały tylko po jednym cukierku. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 1000 B. 800 C. 600 D. 400
- 7 Jakiej liczby brakuje? Zapisz otrzymane działanie.
a) $? \cdot 8 = 72$ b) $? \cdot 9 = 81$ c) $? \cdot 3 = 240$ d) $9 \cdot ? = 630$
- 8 U dwóch rąk mamy 10 palców. Ile palców jest u 10 rąk?



Ciekawe!

Dawne miary ilości, dziś stosowane bardzo rzadko, to:
tuzin – 12 sztuk,
mendel – 15 sztuk,
kopa – 60 sztuk,
gros – 144 sztuki.

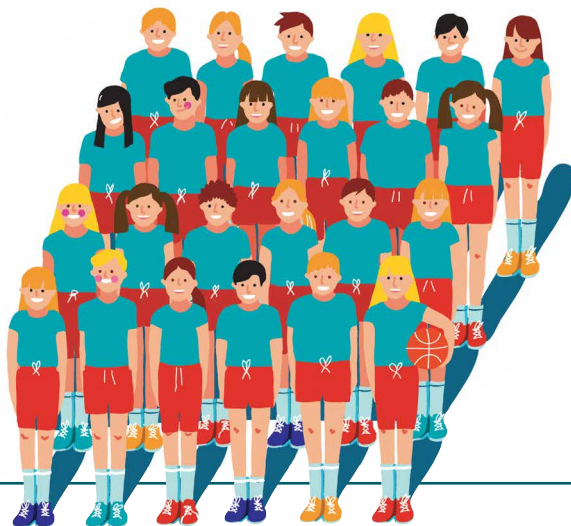
Sprawdź się!

- 1 Zapisz liczby: 15, 49, 28, 320, 560, 200 w postaci iloczynów
a) dwóch,  trzech liczb.
Czynniki w iloczynie mogą się powtarzać.
- 2 W kinie jest 20 rzędów, a w każdym rzędzie 28 miejsc. Ile biletów można sprzedać na jeden seans filmowy?
- 3  Pan Adam dojeżdża do pracy samochodem. Jego miejsce pracy znajduje się w odległości 23 km od domu. Każdego dnia pokonuje on tę trasę w obie strony. Ile kilometrów pan Adam przejeżdża w ciągu tygodnia pracy (od poniedziałku do piątku)?

1.8. Dzielenie i jego własności

Podejmij temat

- Podczas lekcji wychowania fizycznego 24 [czyt. dwadzieścioro czworo] dzieci ustawiło się w czterech równych rzędach.
- Ile osób stało w każdym rzędzie?
- Gdyby uczniowie ustawiali się w ośmiu rzędach, to po ilu uczniów stałoby w jednym rzędzie? To zadanie można rozwiązać za pomocą dzielenia.



Tego się dowiesz

- co to jest iloraz liczb; co to jest dzielnik; co to jest dzielna
- jakie działanie jest odwrotne do dzielenia
- ile jest równy iloraz dwóch takich samych liczb
- ile jest równy iloraz dwóch liczb, jeśli dzielnik jest równy jeden
- ile jest równy iloraz dwóch liczb, jeśli dzielna jest równa zero

$$\begin{array}{ccc} \text{iloraz} & & \text{iloraz} \\ \uparrow & & \downarrow \\ 24 : 4 = 6 \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{dzielna} & & \text{dzielnik} \end{array}$$

Liczba, którą dzielimy, to **dzielna**.

Liczba, przez którą dzielimy, to **dzielnik**.

Wynik dzielenia to **iloraz**.

Ćwiczenie 1

W każdym z podanych działań wskaż dzielną, dzielnik i iloraz.

a) $28 : 7 = 4$

b) $54 : 9 = 6$

c) $8 = 40 : 5$

d) $5 = 50 : 10$

Ćwiczenie 2

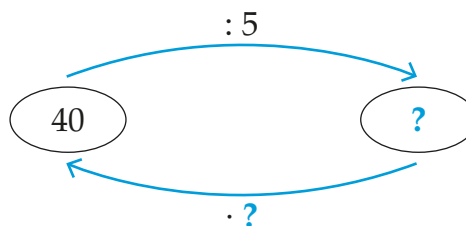
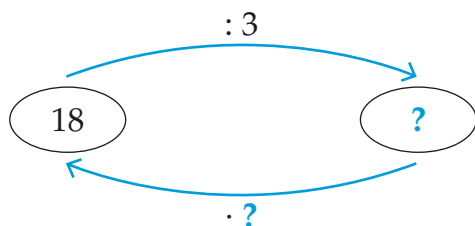
- Narysuj w zeszyte 32 kreski. Podziel je na 8 grup tak, aby w każdej było tyle samo kresiek. Każdą grupę otocz pętlą. Zapisz działanie, za pomocą którego obliczysz, ile kresiek jest w każdej grupie.
- Narysuj w zeszyte 15 kółek. Podziel je tak, aby w każdej grupie były 3 kółka. Każdą grupę otocz pętlą. Zapisz działanie, za pomocą którego obliczysz, ile jest grup.

Podczas dzielenia możemy wyobrazić sobie przedmioty układane w grupach. Jednak często szybsze i łatwiejsze jest skorzystanie z tabliczki mnożenia.



Ćwiczenie 3

Przerysuj grafy i zamiast znaków zapytania wpisz odpowiednie liczby.



Grafy pokazują, że dzielenie można sprawdzać za pomocą mnożenia:

$$18 : 3 = 6,$$

bo

$$6 \cdot 3 = 18;$$

$$40 : 5 = 8,$$

bo

$$8 \cdot 5 = 40.$$

Mnożenie i dzielenie to działania wzajemnie odwrotne.

Ćwiczenie 4

Zapisz działanie odwrotne do podanego.

a) $27 : 3 = 9$

b) $54 : 9 = 6$

c) $35 : 5 = 7$

d) $42 : 7 = 6$

e) $24 : 8 = 3$

f) $63 : 7 = 9$

g) $36 : 4 = 9$

h) $72 : 9 = 8$

Aby wykonać na przykład dzielenie $42 : 7$, możemy poszukać liczby, która pomnożona przez 7 daje wynik 42.

Ćwiczenie 5

Przepisz działania. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $48 : 6 = ?$, bo $? \cdot 6 = 48$.

b) $21 : 7 = ?$, bo $? \cdot 7 = 21$.

c) $32 : 8 = ?$, bo $? \cdot 8 = 32$.

d) $56 : 7 = ?$, bo $? \cdot 7 = 56$.

Przykład 1

Spróbujmy wykonać dzielenie $9 : 0$.

Chcemy zrobić to w podobny sposób jak w ćwiczeniu 5:

$$9 : 0 = ?, \text{ bo } ? \cdot 0 = 9.$$

Zastanówmy się, czy istnieje taka liczba, która pomnożona przez zero daje wynik 9.

Nie, ponieważ każda liczba pomnożona przez zero daje wynik zero, czyli działania $9 : 0$ nie można wykonać.

Dla każdej innej niż 9 liczby możemy przeprowadzić analogiczne rozumowanie.

Stąd wniosek: nie można dzielić przez zero!

Dzielenie przez zero jest niewykonalne.

Ćwiczenie 6

- a) Wychowawczyni rozdała 15 naklejek 15 [czyt. piętnaściorgu] dzieciom. Wszystkie dostały po tyle samo. Ile naklejek dostało każde dziecko?
 $15 : 15 = ?$
- b) Mama zapłaciła 8 zł za 8 jednakowych bułek. Ile złotych kosztowała jedna bułka?
 $8 : 8 = ?$
- c) Oblicz.
 $25 : 25 = ?$ $3 : 3 = ?$
- d) Przeczytaj zdanie i zastanów się, jak je uzupełnić, aby było prawdziwe.
Jeżeli dzielimy przez siebie dwie jednakowe liczby, to wynik zawsze jest równy ?.

Ćwiczenie 7

- a) Babcia dała 13 jabłek jednej wnuczce. Ile jabłek dostała ta dziewczynka?
 $13 : 1 = ?$
- b) Tata kupił jeden długopis i zapłacił 7 zł. Ile złotych kosztował ten długopis?
 $7 : 1 = ?$
- c) Oblicz.
 $9 : 1 = ?$ $38 : 1 = ?$
- d) Przeczytaj zdanie i pomyśl, jak je uzupełnić.
Jeżeli dowolną liczbę dzielimy przez 1, to wynik dzielenia jest równy ?.

Ćwiczenie 8

- a) Antek powiedział, że rozdał 0 paczek bakalii 8 kolegom. Ile paczek dostał każdy chłopiec?
 $0 : 8 = ?$
- b) Oblicz.
 $0 : 12 = ?$ $0 : 5 = ?$
- c) Przeczytaj zdanie i pomyśl, jak je uzupełnić.
Jeżeli zero podzielimy przez dowolną liczbę (oprócz zera), to wynik będzie równy ?.

Jeżeli dzielna i dzielnik są równe, to iloraz jest równy 1.

Jeżeli dzielnik jest liczbą 1, to iloraz jest równy dzielnej.

Jeżeli dzielna jest równa 0, a dzielnik jest różny od 0, to iloraz też jest równy 0.

Zadania

- 1 Wiemy, że $7 \cdot 38 = 266$. Skorzystaj z tej informacji, przepisz podane działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.
- a) $266 : 7 = ?$ b) $? : 7 = 38$ c) $266 : ? = 38$
d) $? \cdot 7 = 266$ e) $? : 38 = 7$ f) $38 \cdot ? = 266$
- 2 Zapisz podaną liczbę w postaci ilorazu.
- a) 6 b) 0 c) 5 d) 1 e) 8 f) 10
- 3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
- a) Dzielenie jest przemienne. b) Nie można dzielić przez zero.
c) Dzielenie i mnożenie to działania wzajemnie odwrotne. d) Nie można mnożyć przez zero.

Sprawdź się!

- 1 Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
W działaniu $63 : 9 = ?$ znak zapytania należy zastąpić liczbą
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A/B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C/D.
- a) W działaniu $12 : 3 = 4$ liczba 12 jest A/B.
A. dzielna B. dzielnikiem
- b) Liczba 0 może być C/D.
C. dzielna D. dzielnikiem
- 3 Asia na blaszce do pieczenia ułożyła 36 ciasteczek owsianych w czterech rzędach. Ile ciasteczek było w jednym rzędzie?

1.9. Dzielenie w pamięci

Podejmij temat

● Czy wiesz, jak obliczyć, ile stron chłopiec musi codziennie przeczytać? A czy ty potrafisz przeczytać tyle stron dziennie?

Zapomniałem, że mamy na polski przeczytać *Akademii pana Kleksa!*
Do przeczytania mam aż 133 strony, a został mi tylko tydzień!



Podziel sobie liczbę stron na równe części. Jeśli codziennie przeczytasz tyle stron, ile ci wyjdzie, to na pewno zdążysz!

Tego się dowiesz

- jak szybko dzielić liczby zakończone zerami
- jak dzielić liczby dwucyfrowe i trzycyfrowe przez liczby jednocyfrowe

Ćwiczenie 1

Oblicz i sprawdź za pomocą mnożenia.

- a) $54 : 6$ b) $36 : 4$ c) $35 : 7$ d) $40 : 4$ e) $60 : 10$ f) $6 : 1$

6 zł – ile to monet 1-złotowych?



$$6 : 1 = 6$$

60 zł – ile to banknotów 10-złotowych?



$$60 : 10 = 6$$

600 zł – ile to banknotów 100-złotowych?



$$600 : 100 = 6$$

Zauważ, że $60 : 10 = 6 : 1 = 6$ oraz $600 : 100 = 6 : 1 = 6$.

Zatem wynik dzielenia nie zmienia się, jeżeli przed obliczaniem pominiemy tyle samo końcowych zer w dzielnej i w dzielniku. Taka czynność ułatwi nam wykonywanie dzielenia.

Przykład 1

Obliczmy ilorazy: $70 : 10$, $300 : 10$, $500 : 100$.

Pomińmy w odpowiedni sposób końcowe zera:

$$7\cancel{0} : 1\cancel{0} = 7 : 1 = 7, \quad 30\cancel{0} : 1\cancel{0} = 30 : 1 = 30, \quad 50\cancel{0} : 10\cancel{0} = 5 : 1 = 5.$$

Jasne! Skoro 20 to 10 razy 2, to można po prostu podzielić tę liczbę przez 10, a potem przez 2.

Ćwiczenie 2

Oblicz.

- a) $420 : 70$ b) $5600 : 800$ c) $450 : 50$

Ciekawe, czy można w podobny sposób podzielić jakąś liczbę przez 20.



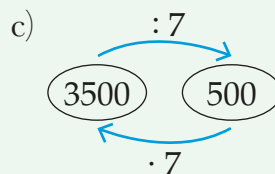
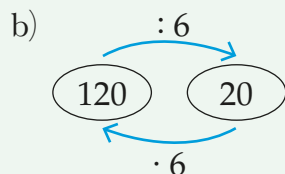
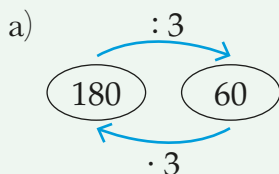
Przykład 2

Obliczmy ilorazy.

a) $180 : 3$

b) $120 : 6$

c) $3500 : 7$



Jeżeli ostatnią cyfrą dzielnej jest zero (lub kilka zer), w niektórych przypadkach można pominąć zero (lub kilka zer) podczas dzielenia, a następnie dopisać je do wyniku.

Nie zawsze jednak da się tak zrobić. Na przykład w działaniu $150 : 25$ nie możemy pominąć zera, ponieważ liczby 15 nie można podzielić przez 25.

Ćwiczenie 3

Przepisz podane działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.

a) $1400 : 2 = ?$

b) $560 : 7 = ?$

c) $? : 5 = 70$

d) $? : 8 = 800$

Przykład 3

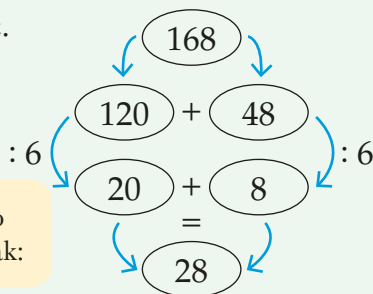
Obliczmy iloraz $168 : 6$.

Pokażmy, jak to zrobić.

Sposób I



Popatrz, ja to rozwiązuję tak:



Liczbę 168 zapisujemy jako $120 + 48$.

Osobno dzielimy 120 przez 6 oraz 48 przez 6.

Dodajemy oba wyniki dzielenia.

Sposób II



Spójrz, a ja tak:

$$\begin{aligned} 168 : 6 &= \\ &= (180 - 12) : 6 = \\ &= 180 : 6 - 12 : 6 = \\ &= 30 - 2 = 28 \end{aligned}$$

Liczbę 168 zapisujemy jako $180 - 12$.

Osobno dzielimy 180 przez 6 oraz 12 przez 6.

Odejmujemy wyniki dzielenia.

Ćwiczenie 4

Oblicz. Zastosuj wygodny dla siebie sposób z przykładu 3.

a) $48 : 3$

b) $96 : 4$

c) $78 : 6$

d) $90 : 5$

e) $132 : 3$

f) $265 : 5$

g) $161 : 7$

h) $522 : 6$

Zadania

- 1 Wiemy, że $13 \cdot 7 = 91$. Oblicz.
a) $91 : 13$ b) $910 : 70$ c) $910 : 130$
d) $9100 : 700$ e) $9100 : 130$ f) $91\ 000 : 700$
- 2 Przepisz podane działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.
a) $? : 10 = 3$ b) $? : 9 = 9$ c) $30 : ? = 5$ d) $48 : ? = 6$
- 3 Konie spacerujące po padoku mają razem 76 nóg. Ile koni znajduje się na padoku?
- 4 Kasia postanowiła systematycznie oszczędzać, aby kupić sobie maskotkę za 65 zł. Każdego dnia odkładała po 5 zł. Po ilu dniach dziewczynka uzbierała potrzebną kwotę?
- 5 W koszyku mieszczą się 3 kg porzeczek. Ile koszyków potrzeba, aby zapakować 72 kg tych owoców?
- 6 W pięciopiętrowym bloku jest 96 mieszkań. Na każdym piętrze oraz parterze znajduje się tyle samo mieszkań. Ile mieszkań przypada na każde piętro? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 16 B. 13
C. 24 D. 21
- 7 Zosia przygotowuje jednakowe ozdoby na szkolną zabawę. W ciągu 20 minut robi 6 ozdób. Ile czasu zajmie Zosi przygotowanie 54 ozdób?



Sprawdź się!

- 1 Przepisz podane działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.
a) $? : 5 = 8$ b) $? : 7 = 6$
c) $63 : ? = 7$ d) $24 : ? = 3$
- 2 Książka ma 146 stron. Ile to kartek? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 292 B. 78
C. 282 D. 73
- 3 Odkryj regułę, według której zapisane są kolejne liczby: 729, 243, 81, 27, 9. Zapisz dwie następne liczby zgodnie z tą regułą.



1.10. Dzielenie z resztą

Tego się dowiesz

- co to jest dzielenie z resztą
- czym jest reszta z dzielenia
- jak dzielić z resztą

Podjmij temat

- Kwiaciarka ma 67 róż. Układa z nich bukiety składające się z 7 kwiatów. Ile najwięcej bukietów może ułożyć?

$$67 : 7 = 9 \text{ bukietów i } 4 \text{ róże}$$



$$\text{ponieważ} \\ 63 : 7 = 9$$



$$\text{ponieważ} \\ 67 - 63 = 4$$

Kwiaciarka może zatem ułożyć 9 bukietów i zostaną jej 4 róże.



Działanie $67 : 7 = 9$ reszta 4 to przykład **dzielenia z resztą**.

Zapisujemy je krótko: $67 : 7 = 9 \text{ r } 4$.

Działanie to możemy sprawdzić tak: $9 \cdot 7 + 4 = 63 + 4 = 67$.

Ćwiczenie 1

Ania i Tomek mają razem 13 śliwek. Postanowili podzielić się nimi po równo.

- Po ile śliwek otrzyma każde z dzieci?
- Czy uda im się rozdzielić wszystkie śliwki? Ile śliwek zostanie?

Ćwiczenie 2

Wykonaj dzielenie z resztą i sprawdź wynik.

a) $28 : 5$

b) $34 : 6$

c) $41 : 7$

d) $22 : 4$

e) $19 : 2$

f) $28 : 3$

g) $52 : 9$

h) $83 : 8$



Podczas dzielenia z resztą pomocna jest znajomość tabliczki mnożenia. Dzięki niej łatwiej ustalić, ile razy dzielnik „mieści się” w dzielnej.

Przykład 1

Wykonajmy dzielenie z resztą kilku kolejnych liczb przez 4. Zaczniemy od 12.

$$12 : 4 = 3 \text{ r } 0$$

$$16 : 4 = 4 \text{ r } 0$$

$$20 : 4 = 5 \text{ r } 0$$

$$13 : 4 = 3 \text{ r } 1$$

$$17 : 4 = 4 \text{ r } 1$$

$$21 : 4 = 5 \text{ r } 1$$

$$14 : 4 = 3 \text{ r } 2$$

$$18 : 4 = 4 \text{ r } 2$$

$$22 : 4 = 5 \text{ r } 2$$

$$15 : 4 = 3 \text{ r } 3$$

$$19 : 4 = 4 \text{ r } 3$$

$$23 : 4 = 5 \text{ r } 3$$

Możemy zauważyć, że reszta z dzielenia przez 4 jest zawsze jedną z liczb: 0, 1, 2, 3.

Mam 19 naklejek i chcę je rozdać 4 osobom po równo. Wychodzi mi, że każdy dostanie po 4, ale zostają mi aż 3 naklejki reszty! Czy to możliwe?



Spokojnie, przy dzieleniu przez 4 reszta może wynosić 0, 1, 2 lub 3. Gdyby zostało ci 4, to znaczy, że mogłabyś rozdać każdemu jeszcze po jednej sztuce i wtedy reszta wynosiłaby 0!



! Reszta z dzielenia jest zawsze mniejsza od dzielnika.

Ćwiczenie 3

Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.

- a) Reszta z dzielenia 85 przez 6 jest równa 7.
- b) Jeśli dzielimy kolejne liczby przez 3, to możemy otrzymać 3 różne reszty.
- c) Reszta z dzielenia 30 przez 10 jest równa 1.
- d) Reszta z dzielenia 56 przez 8 jest równa 7.

Więcej na temat

Najstarsze zapisy działań na liczbach znaleziono na glinianych tabliczkach Sumerów (ludu, który żył cztery i pół tysiąca lat temu). Na jednej z takich tabliczek zapisano działanie: $1\,152\,000 : 7$. Jest to dzielenie z resztą. Wynik dzielenia miał być odpowiedzią na pytanie, dla ilu osób wystarczy $1\,152\,000$ jednostek ziarna, jeśli każda osoba dostanie po 7 jednostek.

! Jeśli chcesz się dowiedzieć, w jaki sposób Sumerowie wynaleźli pismo klinowe i czego jeszcze dokonali, poszukaj informacji w internecie.



Zadania

- 1 Ala ma 26 zł. Ile długopisów może kupić, jeśli jeden kosztuje 3 zł?
- 2 Staś ma 40 klocków. Ile wież składających się z 6 klocków może ułożyć?
- 3 Ile wynoszą reszty z dzielenia liczb 18, 45 i 52 przez 5?
- 4 Znajdź reszty z dzielenia liczby 63 przez kolejno: 2, 3, 5, 6 oraz 7.
- 5 Marta w dniu urodzin przyniosła do szkoły 70 cukierków. Ile dzieci może poczęstować, jeżeli każdemu chce dać 3 cukierki?
- 6 W skansenie w Szymbarku na Kaszubach znajduje się najdłuższa deska świata (rekord z 2012 roku). Ma ponad 46 m długości (ale mniej niż 47 m) i waży ponad 1000 kg. Ile pótek o długości 3 m można byłoby wykonać z tej deski, jeśli miałyby mieć taką samą szerokość i grubość jak ona?
- 7 Reszta z dzielenia 100 przez pewną liczbę wynosi 1. Którą z podanych liczb może być dzielnik? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Sprawdź się!

- 1 Reszta z dzielenia 55 przez pewną liczbę wynosi 1. Którą z podanych liczb może być dzielnik? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 4 B. 6 C. 7 D. 8
- 2 Odpowiedz na pytania.
 - a) Ile reszty otrzyma Ola, gdy zapłaci za dwa awokado banknotem 20 zł?
 - b) Ile najwięcej owoców mango Zosia może kupić za 15 zł? Ile pieniędzy jej zostanie po zakupach?
 - c) Ile najwięcej sztuk kiwi Marysia może kupić za 13 zł? Czy otrzyma resztę?



1.11. Potęgowanie liczb

Podejmij temat

- Jak wiesz, dodawanie jednakowych składników można zastąpić mnożeniem. To często krótszy i wygodniejszy sposób zapisu.
- Jak myślisz, czy warto zapisywać mnożenie takich samych liczb w krótszy i prostszy sposób?



Tego się dowiesz

- jak krócej zapisać iloczyn jednakowych czynników
- co to jest potęgowanie

Tyle szóstek mnożymy.

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$$

Iloczyn jednakowych czynników nazywa się **potęgowaniem**.

Potęgowanie zapisujemy następująco:

- zamiast $5 \cdot 5$ piszemy 5^2
(liczba 2 oznacza, ile piątek mnożymy),
- zamiast $4 \cdot 4 \cdot 4$ piszemy 4^3
(liczba 3 oznacza, ile czwórek mnożymy),
- zamiast $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ piszemy 2^4
(liczba 4 oznacza, ile dwójek mnożymy).

Potęgowanie odczytujemy następująco:

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| 5^2 | 4^3 | 2^4 |
| • pięć do potęgi drugiej, | • cztery do potęgi trzeciej, | • dwa do potęgi czwartej, |
| • druga potęga liczby pięć, | • trzecia potęga liczby cztery, | • czwarta potęga liczby dwa. |
| • kwadrat liczby pięć, | • sześćian liczby cztery, | |
| • pięć do kwadratu. | • cztery do sześćianu. | |



wykładnik potęgi



6^5



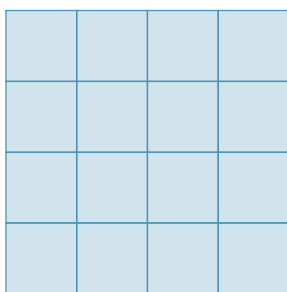
podstawa potęgi

Ćwiczenie 1

Zapisz w zeszycie:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) dziesięć do potęgi drugiej, | b) kwadrat liczby sześć, |
| c) siedem do sześciannu, | d) sześciannu liczby jeden, |
| e) osiem do kwadratu, | f) druga potęga liczby dwanaście, |
| g) dwadzieścia do kwadratu, | h) trzecia potęga liczby trzy, |
| i) czwarta potęga liczby osiem, | j) sześć do potęgi trzeciej. |

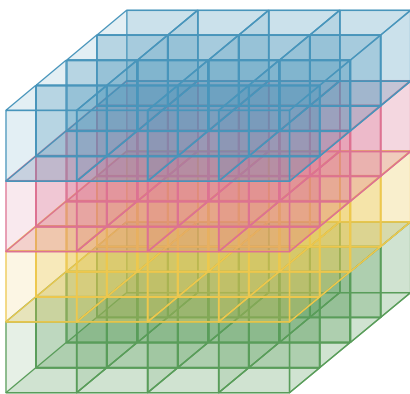
Dlaczego mówimy: cztery *do kwadratu* albo cztery *do sześciannu*?



To jest kwadrat.

Jeśli chcemy się dowiedzieć, ile to jest 4^2 (4 do kwadratu), możemy wyobrazić sobie **kwadrat**, w którym są 4 rzędy, a w każdym z nich są 4 jednakowe małe kwadraty. Liczba małych kwadratów to $4 \cdot 4$, czyli 4^2 , a więc 16.

Analogicznie, liczbę 5^2 obrazuje kwadrat, w którym jest 5 rzędów, a w każdym z nich jest 5 jednakowych małych kwadratów.



To jest sześciannu.

Jeśli chcemy się dowiedzieć, ile to jest 4^3 (4 do sześciannu), możemy wyobrazić sobie **sześciannu**, w którym są 4 warstwy (zaznaczone na rysunku kolorami), w każdej z nich są 4 rzędy, a w każdym z nich 4 jednakowe małe sześcianny. Liczba małych sześciannów to $4 \cdot 4 \cdot 4$, czyli 4^3 , a więc 64.

Analogicznie, liczbę 5^3 obrazuje sześciannu, w którym jest 5 warstw, w każdej z nich jest 5 rzędów, a w każdym z nich 5 jednakowych małych sześciannów.

Więcej na temat

Liczba 10^{100} (dziesięć do potęgi setnej) nosi nazwę **googol** [czyt. gugol]. Składa się z jedynek i stu zer. Termin googol wymyślił w 1938 roku 9-latek Milton Sirota. Chłopiec, zapytany przez swojego wujka Edwarda Kasnera o nazwę dla bardzo dużej liczby, odpowiedział: „Googol”. Matematyk użył tej nazwy w swojej książce *Matematyka i wyobraźnia*. Od tego czasu słowo to stało się oficjalnym terminem stosowanym przez naukowców na całym świecie.

● Jeśli chcesz się dowiedzieć, co wspólnego ma liczba googol z nazwą popularnej wyszukiwarki internetowej, poszukaj informacji w internecie.

Zadania

- 1 Zapisz podany iloczyn w postaci potęgi.
a) $20 \cdot 20$ b) $11 \cdot 11 \cdot 11$ c) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$
d) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ e) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ f) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
- 2 Zapisz podaną potęgę w postaci iloczynu i oblicz.
a) 6^2 b) 2^6 c) 10^2 d) 3^4 e) 5^3 f) 1^{10}
- 3 Przepisz, oblicz i podkreśl większą z dwóch liczb.
a) 2^3 i 3^2 b) 2^2 i $2 \cdot 2$ c) 4^2 i 2^4
d) 3^4 i 4^3 e) 5^2 i $5 \cdot 2$ f) 1^5 i $1 \cdot 5$
- 4 Ile wynosi kwadrat liczby 10? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 20 B. 100 C. 200 D. 1000
- 5 Jaką liczbę należy podnieść do potęgi drugiej, aby otrzymać liczbę 49? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 6 Ile wynosi sześćcian liczby 10? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 30 B. 60 C. 100 D. 1000
- 7 a) Sylwia kupiła dla każdego z 7 przyjaciół po breloczku. Jeden kosztował 7 zł. Ile złotych Sylwia zapłaciła za breloczki? Zapisz odpowiednie potęgowanie i oblicz.
b) W każdym z 4 dużych pudeł są 4 małe pudełka, a w każdym z małych pudełek są 4 piłki. Ile łącznie piłek jest w tych pudełkach? Zapisz odpowiednie potęgowanie i oblicz.
- 8 Z każdego końca gałęzi baśniowego drzewa wyrastają co roku 3 nowe gałązki. Z czasem stają się one coraz grubsze. W pierwszym roku drzewo miało pień i 3 gałęzie. Ile gałązek wyrośnie na tym drzewie w trzecim, a ile w czwartym roku? Zapisz działania w postaci potęg i oblicz.



Sprawdź się!

- 1 Do której potęgi należy podnieść liczbę 2, aby otrzymać 8? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 2 Ile wynosi sześćcian liczby 3? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 30 B. 18 C. 24 D. 27

1.12. Porównywanie liczb. O ile? Ile razy?

Tego się dowiesz

- co oznaczają zwroty „o ile mniejszy” oraz „o ile większy”
- co oznaczają zwroty „ile razy mniejszy” oraz „ile razy większy”
- co to jest budżet

Podjmij temat

- A czy ty potrafisz rozwiązać tę zagadkę?

Często nie wiem, czy trzeba zapytać „o ile więcej” czy „ile razy więcej”? Czy to nie wszystko jedno? Przecież jeśli mam 2 długopisy, a ty masz 4, to wszystko jedno, czy powiem, że ty masz o 2 długopisy więcej niż ja, czy 2 razy więcej niż ja.



Coś tu się nie zgadza... Jak to możliwe? Wiem na pewno, że „o ile” oraz „ile razy” to nie to samo. Muszę to jakoś rozgryźć... Ale zagadka!

Przykład 1

Na podstawie poniższych zdjęć i informacji ustalmy wielkość (wysokość) od podłoża do czubka głowy owczarka niemieckiego i jamnika.

Cocker spaniel
[czyt. koker spaniel]
ma 42 cm.



42 cm

Owczarek niemiecki
jest o 28 cm większy
(wyższy) od cocker
spaniela.

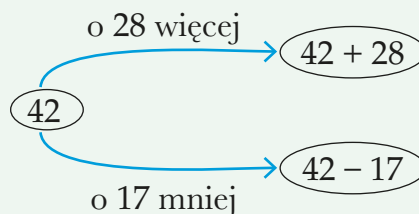


$42 \text{ cm} + 28 \text{ cm} =$
 $= 70 \text{ cm}$

Jamnik jest o 17 cm
mniejszy (niższy)
od cocker spaniela.



$42 \text{ cm} - 17 \text{ cm} =$
 $= 25 \text{ cm}$



Przykład 2

Na podstawie danych z przykładu 1 obliczmy:

- o ile większy jest owczarek od jamnika,
- o ile mniejszy jest jamnik od owczarka.

W obu przypadkach obliczamy różnicę wysokości, czyli od wysokości większego psa odejmujemy wysokość mniejszego psa:

$$70 \text{ cm} - 25 \text{ cm} = 45 \text{ cm}.$$

Owczarek jest większy od jamnika o 45 cm. Jamnik jest mniejszy od owczarka o 45 cm.

Ćwiczenie 1

Ania, Magda i Jacek interesują się zwierzętami. Ania ma 16 książek o zwierzętach, Jacek o 7 więcej niż Ania, a Magda o 9 mniej niż Ania. Oblicz, ile książek o zwierzętach ma Jacek, a ile Magda. O ile mniej książek o tej tematyce od Jacka ma Ania?

Ćwiczenie 2

Marek kupił 4 batony po 3 zł każdy, a Jola kupiła czekoladę za 9 zł. O ile złotych więcej wydał Marek na swoje zakupy?

Przykład 3

Na podstawie poniższych zdjęć i informacji ustalmy wielkość (wysokość) od podłoża do czubka głowy doga i pekińczyka.

Cocker spaniel
ma 42 cm.



42 cm

Dog jest 2 razy
większy (wyższy)
od cocker spaniela.

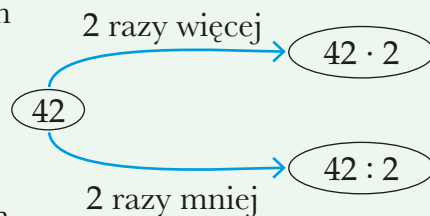


42 cm · 2 = 84 cm

Pekińczyk jest 2 razy
mniejszy (niższy)
od cocker spaniela.



42 cm : 2 = 21 cm



Przykład 4

Na podstawie danych z przykładu 3 obliczmy:

- ile razy dog jest większy od pekińczyka,
- ile razy pekińczyk jest mniejszy od doga.

W obu przypadkach obliczamy **iloraz** wysokości psów, czyli wysokość większego psa dzielimy przez wysokość mniejszego psa:

$$84 \text{ cm} : 21 \text{ cm} = 4.$$

Dog jest 4 razy większy od pekińczyka.

Pekińczyk jest 4 razy mniejszy od doga.

Ćwiczenie 3

Na podstawie dialogu określ, jaką kwotę dysponuje każda z dziewczynek.



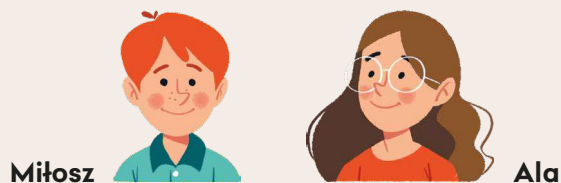
Ćwiczenie 4

Firma Przyjazny Sąsiad oferuje pomoc w zakresie wykonywania niektórych prac domowych. Jej usługi nie są drogie, a pracownicy są solidni i sumienni, dlatego z ich pomocy korzysta wielu klientów. Przeanalizuj informacje zapisane w tabeli i odpowiedz na pytania.

Rodzaj zadania	Kwota za jednorazowe wykonanie zadania
zrobienie zakupów	28 zł
umycie okna	20 zł
prace porządkowe wokół domu (np. zamykanie, grabienie liści)	15 zł
wyprowadzenie psa na spacer	7 zł
odebranie przesyłki	5 zł
podlanie kwiatów	5 zł

- O ile złotych więcej kosztuje umycie jednego okna niż podlanie kwiatów?
- Ile razy kwota za zrobienie zakupów jest większa niż kwota za wyprowadzenie psa na spacer?
- Pewnego dnia jeden z pracowników jednorazowo wykonał prace porządkowe wokół domu i odebrał jedną przesyłkę, a drugi umył 4 okna. Ile pieniędzy łącznie otrzymała firma za wykonanie tych prac przez swoich dwóch pracowników?

Czym jest budżet?



Miłosz: Cześć, Ala! Wiesz, że moi rodzice cały wieczór rozmawiali o jakimś **budżecie**? Co to w ogóle jest? Brzmi nudno.

Ala: Cześć! To wcale nie jest nudne! Budżet to po prostu **plan dotyczący pieniędzy**. Pokazuje, ile ich **wpływa** – to **dochody**, i ile **wypływa** – to **wydatki**. Moja mama mówi, że to jak GPS dla portfela.

Miłosz: GPS dla portfela? Ciekawe... A co to jest ten ich **budżet rodzinny**?

Ala: To plan, który pomaga im mądrze oszczędzać i wydawać pieniądze. Dzięki niemu wystarcza na **ważne rzeczy**. Wiesz: jedzenie, rachunki czy nasze ubrania. To dlatego nie mogą kupować mi gier, kiedy tylko zechcę – bo wydatki są już zaplanowane.

Miłosz: Aha! Już rozumiem. My też powinniśmy mieć taki plan! Mój budżet to moje **kieszonkowe** i prezenty z urodzin. To są moje **dochody**, prawda?

Ala: Dokładnie tak. A **wydatki** to lody, batoniki, może jakieś nowe kredki... Ale jest jedna ważna zasada: **nie możesz wydać więcej, niż masz**.

Miłosz: To jasne. Jest coś jeszcze, co mi się spodobało: **oszczędzanie**. Marzę o zakupie dobrej jakości drona.

Ala: Właśnie! Budżet pomaga też zostawić sobie część pieniędzy na coś ważnego w przyszłości. To jest oszczędzanie. Powinieneś **ustalić cel** (u ciebie to dron) i **sprawdzić, na czym możesz zaoszczędzić**.

Miłosz: Już wiem! Zamiast kupować codziennie batonik, będę wrzucać 2 zł do skarbonki. Mały krok, ale cel będzie coraz bliżej.

Ala: Super pomysł. Zobaczysz, że już za miesiąc będziesz bliżej planowanego zakupu drona. Pamiętaj: budżet to plan, który pomaga zaspokajać **potrzeby** i spełniać **duże marzenia**.

Skarbonka – pomysł na oszczędzanie

Aby ułatwić sobie oszczędzanie i na bieżąco śledzić efekty, podejmij wyzwanie i stwórz skarbonkę, dzięki której uzbierasz równo 100 zł! Na skarbonce umieść specjalną planszę z liczbami 1, 2 i 5. Będą oznaczać monety 1 zł, 2 zł lub 5 zł. Za każdym razem, gdy je wrzucisz do skarbonki, skreślisz odpowiednią liczbę. To będzie cię dodatkowo motywowało do systematycznego oszczędzania.

Jak wykonać skarbonkę?

- 1 W dowolnym tekturowym pudełku wytnij na górze wąski otwór, przez który swobodnie wpadnie największa moneta, czyli 5 zł.
- 2 Oklej pudełko ozdobnym papierem, zostawiając tylko szczelinę na monety.
- 3 Wykonaj planszę z liczbami (jak na rysunku) i przyklej ją z przodu pudełka.
- 4 Przygotuj pisak. Będzie ci potrzebny do skreślania odpowiednich liczb po wrzuceniu danej monety.



Zadania

- 1 Jaką kwotę zaoszczędzisz po skreśleniu wszystkich pól z cyfrą 1, która oznacza 1 zł oszczędności?
- 2 Których monet będzie więcej po skreśleniu wszystkich pól z cyframi 2 i 5, które oznaczają monety 2 zł i 5 zł? O ile więcej?
- 3 Ile oszczędności będzie w skarbonce, jeśli skreślisz wszystkie pola?
- 4 Przeanalizuj zapisane w tabeli informacje o dochodach i wydatkach Wojtka.
 - a) Ułóż dwa pytania na podstawie informacji z tabeli.
 - b) Co Wojtek mógłby zmienić, żeby zaoszczędzić więcej?

Październik			
dochody		wydatki	
kieszonkowe	40 zł	słodycze	14 zł
prezent	100 zł	karma dla psa	20 zł
		zabawka	42 zł
		inne	29 zł
Razem:	?	Razem:	?

Zadania

- 1 W europejskich lasach żyje wiele gatunków zwierząt.


 W tabelce podano nazwy i przykładowe masy niektórych z nich.

 - a) Ile razy wilk jest cięższy od zająca?
 - b) O ile kilogramów wilk jest cięższy od rysia?
 - c) Ile razy lis jest lżejszy od dzika?
 - d) O ile kilogramów lis jest lżejszy od rysia?

dzik	150 kg
lis	10 kg
wilk	50 kg
zając	5 kg
rys	26 kg

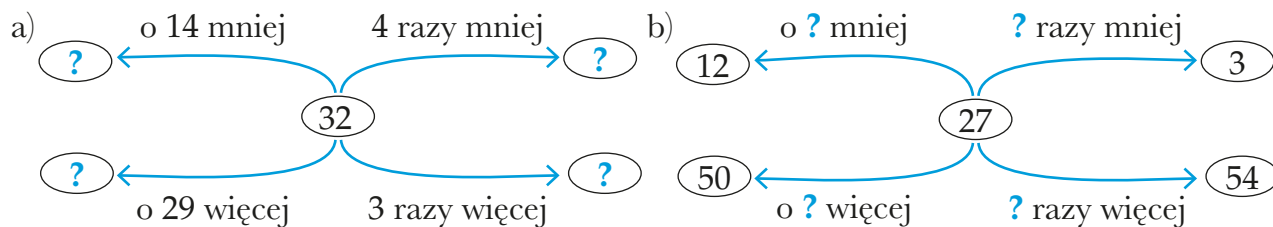
- 2 Odpowiedz na pytania.
 - a) Ile razy godzina jest dłuższa od kwadransa?
 - b) O ile minut godzina jest dłuższa od kwadransa?
 - c) Ile razy minuta jest krótsza od godziny?
 - d) O ile minut godzina jest dłuższa od minuty?

⚠ Godzina to 60 minut.
Kwadrans to 15 minut.

- 3 W latach 1950–1975 Polska była podzielona na 17 województw, w latach 1975–1998 miała 49 województw, a od 1999 roku do dziś mapa administracyjna Polski wygląda jak na rysunku obok.
 - a) Na ile województw jest obecnie podzielona Polska?
 - b) O ile mniej województw jest dziś niż w 1970 roku?
 - c) O ile więcej województw było w 1990 roku niż teraz?



- 4 Przerysuj grafy i wpisz odpowiednie liczby zamiast znaków zapytania.



- 5 Michał i Antek zbierają karty z piłkarzami. Michał ma w swoim albumie 63 karty z piłkarzami zagranicznymi i 18 z polskimi, a Antek 24 z polskimi i 48 z zagranicznymi. Który chłopiec ma więcej kart i o ile?
- 6 Letnie igrzyska olimpijskie odbywają się co 4 lata.
- a) Na olimpiadzie w Paryżu w 2024 roku Polska zdobyła 1 złoty medal, srebrnych o 3 więcej, a brązowych 5 razy więcej niż złotych. Ile medali zdobyliśmy na tych igrzyskach?
- b) Poszukaj w internecie, ile medali zdobył nasz kraj na olimpiadzie w Seulu w 1988 roku. Oblicz, o ile było ich więcej lub mniej w porównaniu z igrzyskami w Paryżu.
- 7 Szymon uwielbia książki. Właśnie zaczął czytać *Mikołajka*. Pierwszego dnia przeczytał 28 stron, drugiego 3 razy więcej, trzeciego o 34 strony więcej niż pierwszego. Ile stron chłopiec przeczytał przez 3 dni?
- 8 Kilogram jabłek kosztuje 3 zł, banany są 2 razy droższe od jabłek, a ananasy są 2 razy droższe od bananów. Ile razy jabłka są tańsze od ananasów? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 2 razy B. 4 razy C. 8 razy D. 9 razy

Sprawdź się!

- 1 W Szkółce Leśnej Ekologiczni Odkrywcy zebrano na kompostownik 32 worki opadłych liści dębu i o 24 worki mniej liści brzozy. Ile razy więcej zebrano worków liści dębu niż brzozy? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 3 razy B. 4 razy C. 8 razy D. 24 razy
- 2 Rafał kupił grę komputerową za 78 zł i 3 razy tańszą od niej książkę. O ile złotych gra jest droższa od książki? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. o 52 zł B. o 75 zł C. o 81 zł D. o 26 zł
- 3 Ala, Kasia i Radek są rodzeństwem. Ala ma 12 lat, Kasia jest 2 razy młodsza od Ali, a Radek jest o 10 lat starszy od Kasi. Ile lat ma Kasia, a ile Radek?
- 4 Ania i Maja raz w miesiącu jeżdżą na basen. W ubiegłym roku za dwa bilety ulgowe płaciły razem 20 zł, a obecnie każda z nich płaci 15 zł za swój bilet ulgowy. Oblicz, czy obecna cena biletu ulgowego wzrosła, czy zmalała, i o ile.

1.13. Kolejność wykonywania działań

Tego się dowiesz

● w jakiej kolejności wykonywać działania

Podejmij temat

● A czy ty potrafisz rozwiązać tę zagadkę?

$$2 + 2 \cdot 2$$



Często zdarza się, że aby rozwiązać problem matematyczny, musimy wykonać kilka działań. Ważne jest wówczas, w jakiej kolejności to zrobimy. Dodawanie i odejmowanie wykonujemy w takiej kolejności, w jakiej działania te są zapisane.

Przykład 1

Obliczmy.

a) $36 - 12 + 9$

b) $48 + 26 - 35$

c) $100 - 42 + 15 - 70$

a) $36 - 12 + 9 = 24 + 9 = 33$

Zaczynamy od odejmowania.

b) $48 + 26 - 35 = 74 - 35 = 39$

Zaczynamy od dodawania.

c) $100 - 42 + 15 - 70 = 58 + 15 - 70 = 73 - 70 = 3$

A jeżeli jest samo odejmowanie? Czyli na przykład: $10 - 3 - 2 - 1$?

Mój kolego roztargniony, obliczaj kolejno od lewej strony!



Ćwiczenie 1

Oblicz.

a) $65 - 32 - 7$

b) $76 - 23 - 24$

c) $14 + 21 - 15 - 3$

d) $88 - 16 + 12 - 36$

Mnożenie i dzielenie wykonujemy w takiej kolejności, w jakiej działania te są zapisane.

Przykład 2

Obliczmy.

a) $24 : 4 \cdot 3$

b) $4 \cdot 9 : 6$

c) $8 \cdot 6 : 12 \cdot 5$

a) $24 : 4 \cdot 3 = \underline{6} \cdot 3 = 18$

Zaczynamy od dzielenia.

b) $4 \cdot 9 : 6 = \underline{36} : 6 = 6$

Zaczynamy od mnożenia.

c) $8 \cdot 6 : 12 \cdot 5 = \underline{48} : 12 \cdot 5 = \underline{4} \cdot 5 = 20$

Ćwiczenie 2

Oblicz.

a) $35 \cdot 2 : 7$

b) $28 : 4 \cdot 6$

c) $36 : 6 \cdot 7 : 2$

d) $10 \cdot 4 : 5 : 4$

Mnożenie i dzielenie wykonujemy przed dodawaniem i odejmowaniem.

Przykład 3

Obliczmy.

a) $45 : 9 + 8$

b) $30 - 4 \cdot 5$

c) $7 \cdot 8 - 18 : 9$

a) $45 : 9 + 8 = \underline{5} + 8 = 13$

b) $30 - 4 \cdot 5 = 30 - \underline{20} = 10$

c) $7 \cdot 8 - 18 : 9 = \underline{56} - \underline{2} = 54$

Ćwiczenie 3

Oblicz.

a) $6 \cdot 7 - 25$

b) $47 - 3 \cdot 6$

c) $5 \cdot 4 + 8 \cdot 7$

d) $9 \cdot 3 - 15 : 3$

Potęgowanie wykonujemy przed mnożeniem i dzieleniem.

Przykład 4

Obliczmy.

a) $41 - 3^2$

b) $6^2 : 2^2$

Pierwszym działaniem, które tu wykonujemy, jest potęgowanie.

a) $41 - \underbrace{3^2}_9 = 41 - 9 = 32$

b) $\underbrace{6^2}_{36} : \underbrace{2^2}_4 = 36 : 4 = 9$

Ćwiczenie 4

Oblicz.

a) $7^2 - 13$

b) $2 \cdot 3^3$

c) $28 : 2^2$

d) $4^3 + 6^2$

Jeżeli w wyrażeniu występują nawiasy, to najpierw wykonujemy działanie w nawiasach.

Przykład 5

Obliczmy.

a) $(23 + 5) : 7$

b) $25 - (30 - 21)$

c) $(11 + 3^2) \cdot 4$

Pierwszym działaniem, które tu wykonujemy, jest działanie w nawiasie.

a) $\underbrace{(23 + 5)}_{28} : 7 = 28 : 7 = 4$

b) $25 - \underbrace{(30 - 21)}_9 = 25 - 9 = 16$

c) $(11 + \underbrace{3^2}_9) \cdot 4 = (\underbrace{11 + 9}_{20}) \cdot 4 = 20 \cdot 4 = 80$

Ćwiczenie 5

Oblicz.

a) $(14 - 8) \cdot 2$

b) $9 \cdot (12 : 4)$

c) $(24 : 3) \cdot 2^2$

d) $42 : (13 - 6)$

e) $5 \cdot (18 + 62)$

f) $6 \cdot (2^3 + 1)$

g) $3^3 - (40 - 23)$

h) $(5 + 5^2) : 2$

Kolejność wykonywania działań:

1. Działania w nawiasach.
2. Potęgowanie.
3. Mnożenie i dzielenie (w kolejności zapisu).
4. Dodawanie i odejmowanie (w kolejności zapisu).

💡 Czasami działania w nawiasach ujmuje się w kolejne nawiasy. Wówczas dla wygody stosuje się różne wielkości nawiasów lub różne kształty nawiasów, na przykład:

$$\left(\left((2 + 6) \cdot 3 + 1 \right) - 20 \right) : 5 \quad \text{albo} \quad \{ [(2 + 6) \cdot 3 + 1] - 20 \} : 5.$$

Obliczenia zaczyna się wtedy od działania w nawiasie, w którym nie ma już innych nawiasów.

Przykład 6

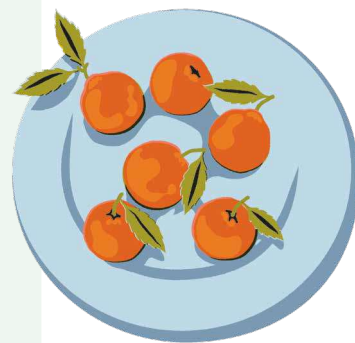
W klasie IVa jest 14 dziewczynek i 15 chłopców. Wszystkie dzieci oraz wychowawczyni dostali po 6 mandarynek z okazji Dnia Dziecka. Ile mandarynek rozdano? Zapiszmy obliczenia za pomocą jednego wyrażenia.

Zapiszmy liczbę wszystkich osób: $14 + 15 + 1$

Pomnóżmy tak zapisaną sumę przez liczbę mandarynek dla jednej osoby. Możemy to zapisać za pomocą jednego wyrażenia z użyciem nawiasów: $(14 + 15 + 1) \cdot 6 =$

Obliczmy liczbę owoców, które rozdano: $= 30 \cdot 6 = 180$

W klasie IVa rozdano 180 mandarynek.



Ciekawe!

Wybierz dowolną liczbę od 1 do 9. Pomnóż ją przez 2. Do otrzymanej liczby dodaj 10. Otrzymałą liczbę podziel przez 2 i od wyniku odejmij liczbę pomyślaną na początku. Podaj otrzymany wynik. Wykonaj obliczenia kilkakrotnie, ale za każdym razem zaczynaj od innej liczby. Co można zauważyć?

Ćwiczenie 6

Kasia zorganizowała w szkole zbiórkę karmy na rzecz schroniska dla zwierząt. Klasa IVa zebrała 12 paczek karmy, klasa IVb – 15 paczek, a IVc – 13 paczek. Ile kilogramów karmy udało się zebrać, jeśli wiadomo, że każda paczka ważyła 7 kg? Zapisz obliczenia za pomocą jednego wyrażenia.

Zadania

1 Oblicz.

a) $4 \cdot (9 - 7)$

b) $4 \cdot 9 - 7$

c) $(10 + 8) : 2$

d) $10 + 8 : 2$

e) $24 : (6 - 3)$

f) $24 : 6 - 3$

g) $24 - (20 - 4)$

h) $24 - 20 - 4$

2 Oblicz.

a) $23 + 4 \cdot 6 - 3 \cdot 8$

b) $24 : (5 - 1) \cdot 7$

c) $35 - 12 - 8 \cdot 2$

d) $(15 - 8) \cdot (32 - 25)$

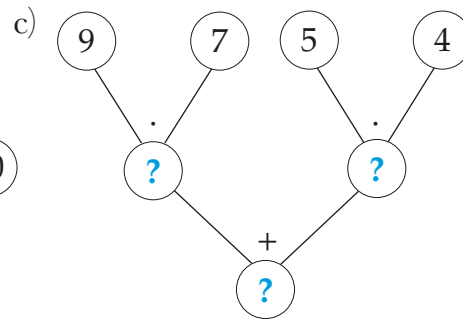
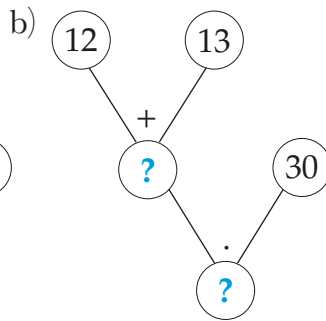
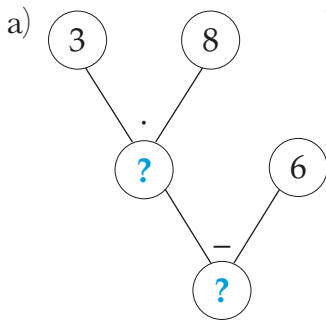
e) $48 : 2^3$

f) $5^2 \cdot (18 - 2 \cdot 9)$

g) $5 \cdot 8 + (9 - 3) \cdot 4$

h) $(48 - 2^2 \cdot 7) \cdot (4 \cdot 3^3 - 102)$

3 Zapisz w zeszycie wyrażenie podane w postaci drzewka.



4 Przepisz co najmniej dwa razy wyrażenie $5 + 2 \cdot 3 + 7 \cdot 2$, ale za każdym razem wstaw nawiasy w inny sposób – tak aby otrzymać różne wyniki.

W zadaniach 5–9 zapisz obliczenia za pomocą jednego wyrażenia.

5 Rodzice z trojgiem dzieci jechali z Torunia do Poznania. Bilet normalny na tej trasie kosztuje 34 zł. Znajdź na bilecie ulgowym jego cenę i oblicz, ile kosztowały bilety dla całej rodziny. Obojgu rodzicom przysługiwały bilety normalne, a wszystkim dzieciom bilety ulgowe.

KOLEJE POLSKIE

BILET KOLEJOWY

BILET ULGOWY

Wyjazd dn. 21.10.2025

DATA		OD	DO	DATA		KL./CL.
21.10	13:10	Toruń	→ Poznań	21.10	14:45	2 *
POC. 12321				161 km		
				Przewoźnik: KP		
				PLN(przejazd) 22 zł		
Ważny w poc. posp. KP w wag. z m-scami do siedz.						
				PLN(przejazd) 22 zł		
				EUR -----		

6 W sadzie w 8 równych rzędach posadzono łącznie: 15 jabłoni, 18 grusz, 9 śliw i 6 czereśni. Ile drzew rośło w każdym rzędzie?

7 Dwie klasy czwarte wraz z nauczycielami (w sumie 60 osób) wybierają się na spektakl *Tajemniczy ogród*. Gdy wychowawca przyszedł do kasy teatru kupić bilety, okazało się, że na parterze są wolne 3 rzędy po 16 miejsc, a na balkonie 2 rzędy po 20 miejsc. Ile biletów zostało jeszcze w kasie po zakupie nauczyciela?

8 Z 87 flamastrów część zapakowano do 9 małych opakowań – po 3 flamastry w każdym, a pozostałe umieszczono w większych opakowaniach – po 5 flamastrów. Ile było dużych opakowań?

9 Na wycieczkę pojechało 73 [czyt. siedemdziesięcioro troje] dzieci oraz 5 opiekunów. Podróżowali jednym dużym autokarem i trzema małymi. W dużym autokarze jest 48 miejsc, a w małym 12. Ile wolnych miejsc zostało w autokarach?

10 Marta kupiła 3 kg pomidorów po 5 zł za kilogram, 2 kg jabłek po 4 zł za kilogram i 4 kiwi po 2 zł za sztukę. Zapłaciła banknotem 50-złotowym. Ile reszty otrzymała? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

A. 30 zł

B. 29 zł

C. 19 zł

D. 11 zł

11 Przepisz poniższe niepełne działania. Zamiast znaków zapytania wstaw znaki działań i nawiasy – tak aby otrzymać wskazane wyniki.

$$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 1$$

$$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 2$$

$$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 3$$

$$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 4$$

$$5 ? 5 ? 5 ? 5 ? 5 = 5$$

Dla ułatwienia rozwiązywania zadania możesz przygotować 5 kartoników z zapisaną na nich liczbą 5, kartoniki z liczbami: 1, 2, 3, 4 i 5 oraz po 4 kartoniki ze znakami działań oraz nawiasami. Układaj kartoniki tak, aby otrzymać wyniki: 1, 2, 3, 4, 5.

12 Kuba kupił używany rower za 300 zł. Po pewnym czasie sprzedał go za 400 zł.

Później postanowił go odkupić i zapłacił 600 zł. Po kilku miesiącach odsprzedał ten rower za 700 zł. Czy na tych transakcjach chłopiec zyskał, czy stracił? Ile złotych?

Sprawdź się!

1 Oblicz.

a) $15 - 6 + 4 \cdot 8$

c) $7 \cdot 9 - 18 : 2$

e) $80 - 5 \cdot 6 + (2 + 5) \cdot 7$

b) $(41 + 10 - 9) : 6$

d) $8^2 : (36 : 9)$

 $3 \cdot ((64 - 48) : 2^3 + 3^2) - 15$

2 Przepisz podane działanie i wstaw nawiasy tak, aby wynik był poprawny.

a) $53 - 6 + 5 = 42$

c) $2 \cdot 20 - 5 = 30$

b) $4 + 4 \cdot 4 = 32$

d) $33 - 30 - 30 - 3 = 30$

3 Klient zapłacił 72 zł za 6 bombonierek i 32 zł za 4 paczki delicji. O ile droższe jest 1 pudełko czekoladek od 1 paczki delicji? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

A. o 4 zł

B. o 40 zł

C. o 38 zł

D. o 6 zł

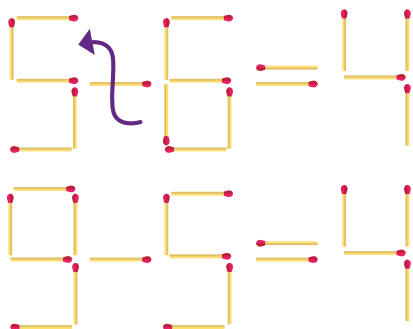
Łamigłówki matematyczne

Liczby mają wiele praktycznych zastosowań w życiu codziennym. Trudno sobie wyobrazić zapisanie adresu lub numeru telefonu bez znajomości liczb. Swoje numery mają na przykład autobusy, karty bankomatowe, klasy, a każdy Polak ma swój numer PESEL. Bez umiejętności liczenia nie potrafilibyśmy zrobić zakupów ani zaplanować szkolnej wycieczki. Liczby mogą też dostarczać rozrywki! W czasopismach, książkach, a także na wielu stronach internetowych można znaleźć różne łamigłówki matematyczne, m.in. zagadki zapalczane, kwadraty magiczne, sudoku.

Zagadki zapalczane

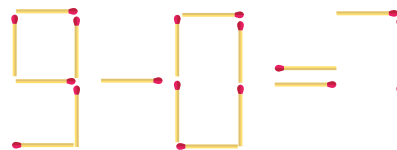


Spójrz na pierwszy rysunek. Za pomocą zapalek zapisano działanie $5 - 6 = 4$, które jest niepoprawne. Należy przełożyć jedną zapalke w inne miejsce, aby otrzymać działanie poprawne. Na drugim rysunku pokazano rozwiązanie tej zagadki.



Zadanie 1

Ułóż z zapalek działanie przedstawione na rysunku poniżej, a następnie przełóż jedną zapalke tak, by otrzymać działanie poprawne.



Kwadraty magiczne



Kwadrat magiczny to plansza, która ma taką samą liczbę kolumn i rzędów oraz różne liczby. Suma liczb w każdym rzędzie, w każdej kolumnie i wzdłuż obu przekątnych jest taka sama. Jest to tzw. **suma magiczna**. Na pierwszym rysunku pokazano przykładowy kwadrat magiczny z kilkoma zasłoniętymi liczbami. Zadanie polega na znalezieniu tych brakujących. Rozwiązanie pokazano na drugim rysunku.

Obliczenia zacznij od tej przekątnej.

2		6
9	5	
		8

2	7	6
9	5	1
4	3	8

15

→ 15

→ 15

→ 15

→ 15

↓ 15

↓ 15

↓ 15

↓ 15

Sudoku



Oto kolejna łamigłówka matematyczna – sudoku. Zwykle jest to kwadratowa plansza podzielona na 9 mniejszych kwadratów, z których każdy składa się z 9 pól. Rozwiązanie łamigłówki polega na wpisaniu cyfr od 1 do 9 w każde pole tak, aby każda cyfra od 1 do 9 pojawiła się:

- w każdym rzędzie dużego kwadratu,
- w każdej kolumnie dużego kwadratu,
- w każdym mniejszym kwadracie.

Na rysunku z lewej strony pokazano planszę sudoku przed wypełnieniem, a z prawej – wersję uzupełnioną.

2		4	1	5		8	9	3	rzęd
9	1		6	8	4	7	2	5	
7		8	9	2	3	1		4	
5	8		7	1	9		3	6	
1	4	6	2	3		5	7	9	pole
	7	9	5	4	6		1	8	
8	2		3	6	5		4	1	mniejszy kwadrat
4	3	1	8	9		6	5	7	
6	9		4	7	1	3		2	kolumna

2	6	4	1	5	7	8	9	3
9	1	3	6	8	4	7	2	5
7	5	8	9	2	3	1	6	4
5	8	2	7	1	9	4	3	6
1	4	6	2	3	8	5	7	9
3	7	9	5	4	6	2	1	8
8	2	7	3	6	5	9	4	1
4	3	1	8	9	2	6	5	7
6	9	5	4	7	1	3	8	2

Zadanie 3

Jeśli chcesz spróbować swoich sił w rozwiązywaniu sudoku, przerysuj do zeszytu znajdującą się obok planszę, a potem uzupełnij ją zgodnie z opisanymi zasadami.

7	3	4		9	6	8	1	2
9		2	3	1	7	6		5
1	5		8	2	4	7	9	3
8	4	5	7	6	3		2	1
6	1		9	4	2	3		8
3	2	9	1		8	4	7	6
2		3	4	8	1	5	6	7
4		8	2	7	5		3	9
5	7	1	6	3		2	8	4

Zadanie 4

Jeśli spodobały ci się łamigłówki matematyczne, lubisz wyzwania, chcesz sprawdzić swoją inteligencję – poszukasz stron internetowych z podobnymi zadaniami i ćwicz swój mózg systematycznie! Dzięki takim zabawom nie tylko ciekawie spędzisz czas, ale też rozwiniesz swoje umiejętności logicznego myślenia oraz liczenia w pamięci.

Zadanie 2

Przerysuj do zeszytu planszę pokazaną obok. Następnie uzupełnij ją liczbami w taki sposób, by otrzymać kwadrat magiczny.

5		13
18	10	
7		



Podsumowanie działu 1. Liczby i działania pamięciowe

oś liczbowa

jednostka

odcinek jednostkowy

współrzędna punktu

składnik

suma

odjemna

odjemnik

różnica

czynnik

iloczyn

dzielna

dzielnik

iloraz

reszta z dzielenia

potęga liczby

sześcian liczby

kwadrat liczby

- Dodawanie i mnożenie to działania przemienne, np.

$$12 + 8 = 8 + 12$$

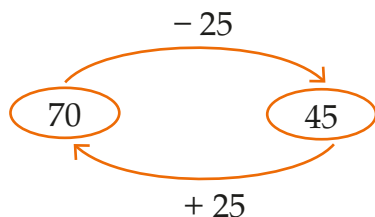
$$4 \cdot 9 = 9 \cdot 4$$

- Dodawanie i mnożenie to działania łączne, np.

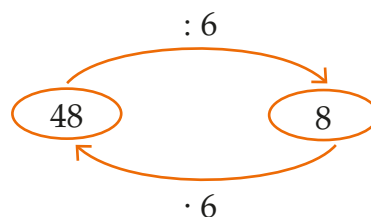
$$4 + (16 + 5) = (4 + 16) + 5$$

$$5 \cdot (4 \cdot 8) = (5 \cdot 4) \cdot 8$$

- Dodawanie i odejmowanie to działania wzajemnie odwrotne, np.



- Mnożenie i dzielenie to działania wzajemnie odwrotne, np.



- Dzielenie z resztą

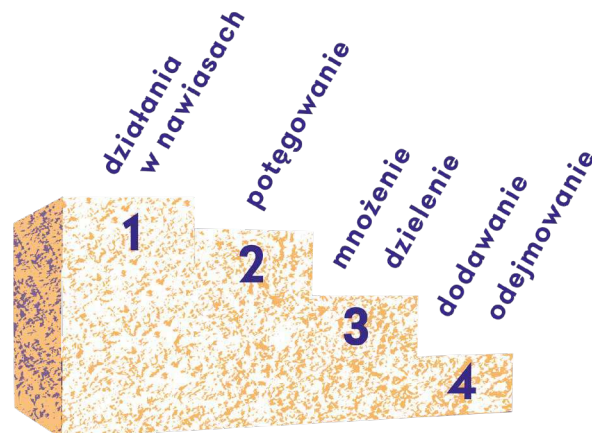
$$7 : 2 = 3 \text{ r } 1$$

$$7 : 3 = 2 \text{ r } 1$$

- Dzielenie przez zero jest **niewykonalne!**



- Kolejność wykonywania działań



- Potęgowanie



$$1^2 = 1$$



$$2^2 = 4$$



$$3^2 = 9$$



$$4^2 = 16$$

Sprawdź się!

W zadaniach 1–4 i 9–12 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 1 Jaka liczba leży na osi liczbowej w odległości 10 jednostek od 0?
A. 1 B. 5 C. 10 D. 20
- 2 Ile wynosi suma wszystkich kolejnych liczb od 1 do 20?
A. 210 B. 190 C. 200 D. 180
- 3 Która różnica jest największa?
A. $84 - 76$ B. $36 - 27$ C. $54 - 49$ D. $63 - 5$
- 4 Iloczyn dwóch liczb jest 5 razy większy od ich sumy. Które to liczby?
A. 2 i 5 B. 10 i 10 C. 5 i 10 D. 2 i 10
- 5 Wykonaj poniższe działania. Ustaw wyniki od liczby najmniejszej do największej.
6 Odpowiadające im litery utworzą nazwę miasta nazywanego zimową stolicą Polski.

$18 + 56$	$180 : 3$	$80 - 15$	$13 \cdot 6$	$84 - 25$	$350 : 5$	$38 + 35$	$27 \cdot 3$
A	A	K	N	Z	O	P	E

- 6 Ani pomieszały się karteczki, z których miała ułożone działania do wykonania. Zapisz, jak powinny wyglądać te działania, a następnie oblicz:

a) sumę, b) różnicę, c) iloczyn, d) iloraz.

<i>dzielna</i> 160	<i>składnik</i> 24	:	<i>czynnik</i> 3	<i>odjemna</i> 43	-
<i>odjemnik</i> 18	.	<i>dzielnik</i> 40	+	<i>składnik</i> 17	<i>czynnik</i> 24

- 7 Do pudełek, z których każde mieści 10 kredek, włożono łącznie 86 kredek. Wszystkie pudełka (oprócz jednego) zostały całkowicie zapełnione. Ile kredek jest w niepełnym pudełku?
- 8 Ile może wynosić reszta z dzielenia pewnej liczby przez 5?
- 9 Kwadrat pewnej liczby jest równy sześciannowi tej liczby. Która liczba spośród poniższych spełnia ten warunek?
A. 10 B. 2 C. 1 D. 5

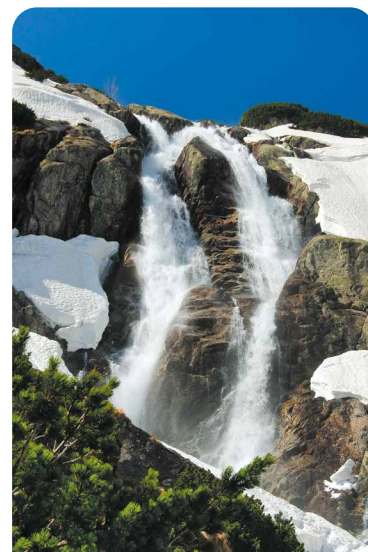
- 10 W którym wyrażeniu obliczenia należy zacząć od odejmowania?
- A. $4^2 - 3^2$ B. $40 - 2 \cdot 8$ C. $(10 + 9) - 3 \cdot 4$ D. $14 - 2 + 6$

- 11 Siklawa, najwyższy polski wodospad, ma około 70 m wysokości. Jest 14 razy niższy od najwyższego wodospadu świata Salto Angel [czyt. andżel], który znajduje się w Wenezueli, w Ameryce Południowej. Najwyższy wodospad świata ma wysokość około

- A. 910 m B. 280 m
C. 728 m D. 980 m

- 12 Jeżeli liczbę 7 powiększymy o 5, liczbę 9 zmniejszymy 3 razy, a następnie obliczymy iloczyn otrzymanych w ten sposób wyników, to wyrażenie opisujące te czynności będzie miało postać

- A. $7 \cdot 5 \cdot 9 : 3$ B. $(7 + 5) \cdot (9 : 3)$
C. $7 \cdot 5 - (9 - 3)$ D. $7 + 5 \cdot 9 : 3$



▲ Wodospad Siklawa

- 13 Na zajęcia koła plastycznego zakupiono bloki rysunkowe – po 6 zł za jedną sztukę. Wydano na nie 108 zł.
- a) Ile bloków kupiono?
b) Ile sztuk można byłoby nabyć za tę samą kwotę, gdyby każdy blok był o 2 zł tańszy?
c) O ile mniej bloków można byłoby kupić, gdyby każdy był o 3 zł droższy?
d) Ile razy mniej bloków można byłoby kupić, gdyby każdy podrożał o 6 zł?

- 14 W cenniku podano ceny biletów wstępu na Wystawę Nauki i Techniki.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Dwie osoby dorosłe zapłacą za bilety 56 zł.
b) Trzech szesnastolatków zapłacą za bilety 69 zł.
c) Mama z dziesięcioletnim synem zapłaci za bilety 40 zł.
d) Tata z córkami w wieku 8 i 3 lat zapłaci za bilety 50 zł.

Wystawa Nauki i Techniki	
CENNIK	
bilet normalny	27 zł
bilet dla dzieci w wieku 5–17 lat	23 zł
bilet dla dzieci w wieku 0–4 lat	bezpłatny

- 15 Na tablicy są zapisane liczby: 24, 29, 31, 49, 56, 59, 61. Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Suma liczb A/B jest taka sama jak suma liczb 24 i 56.
A. 29 i 61 B. 31 i 49
b) Suma liczb 24 i 59 jest C/D niż suma liczb 29 i 56.
C. mniejsza D. większa

Z okazji **Dnia Zdrowego Jedzenia** szkolne koło **Pięć do Sześcianu** organizuje na przerwach charytatywną zbiórkę pieniędzy. Jej celem jest zakup karmy dla zwierząt ze schroniska. Przeczytaj ogłoszenie, a następnie pomóż wolontariuszom zebrać możliwie najwyższą kwotę.

Miksujemy na zdrowie!

Koleżanki i Koledzy! Przygotujcie z nami przepisy na super zdrowe smoothie. Każdy uczestnik otrzyma wykaz dostępnych składników do zrobienia tych pysznych napojów wraz z ich cenami oraz instrukcją obliczenia najkorzystniejszej ceny sprzedaży za każdą porcję. Skomponuj listę potrzebnych produktów. Dla 10 uczestników, którzy stworzą najbardziej opłacalne opcje, rada rodziców kupi potrzebne owoce i warzywa. Następnie pomóż nam w sprzedaży! Cały zysk przeznaczymy na zakup karmy dla zwierząt ze schroniska.

Żapraszamy

CENNIK				
pierwszy owoc (owoce są sprzedawane tylko w pełnych opakowaniach)	jabłka  (opak. 16 szt. = 8 porcji) 12 zł	gruszki  (opak. 16 szt. = 8 porcji) 18 zł	pomarańcze  (opak. 16 szt. = 8 porcji) 25 zł	banany  (opak. 16 szt. = 8 porcji) 20 zł
drugi owoc	mango  (1 szt. = 2 porcje) 6 zł	ananas  (1 szt. = 4 porcje) 8 zł	papaja  (1 szt. = 4 porcje) 12 zł	smoczy owoc  (1 szt. = 2 porcje) 10 zł
warzywo	szpinak  (1 opak. = 4 porcje) 5 zł	jarmuż  (1 opak. = 4 porcje) 6 zł	rukola  (1 opak. = 4 porcje) 9 zł	roszponka  (1 opak. = 4 porcje) 8 zł

INSTRUKCJA

- Wybierz trzy składniki do smoothie – po jednym z każdej kategorii: pierwszy owoc, drugi owoc i warzywo.
- Zastanów się, ile sztuk lub opakowań z każdej kategorii trzeba kupić. Możesz wydać maksymalnie 150 zł łącznie na wszystkie składniki. Tyle pieniędzy rada rodziców przeznaczyła na zakup owoców i warzyw od lokalnego sprzedawcy. Zaplanuj zakupy tak, aby uzyskać jak najwięcej porcji smoothie i mieć jak najmniej niewykorzystanych składników.
- Przerysuj i uzupełnij tabelę, aby obliczyć koszt zakupu wszystkich produktów.

Wybrany składnik	Koszt zakupu za opak./szt.	Liczba kupionych opak./szt.	Wydane pieniądze
(pierwszy owoc)	?	?	?
(drugi owoc)	?	?	?
(warzywo)	?	?	?
Suma:			?

Chcę zrobić smoothie z jabłek, mango i szpinaku. Potrzebuję jednego opakowania jabłek, które wystarczy na 8 porcji napoju. Ile sztuk mango muszę wpisać na listę?



Mango wystarczy tylko na 2 porcje, więc są potrzebne 4 sztuki na 8 porcji, bo $4 \cdot 2 \text{ porcje} = 8 \text{ porcji}$.



Teraz rozumiem. Opakowanie szpinaku wystarczy na 4 porcje, więc potrzeba 2 opakowań na 8 porcji, bo $2 \cdot 4 = 8$.



- 4** Sprawdź jeszcze raz, czy kwota zapisana w tabeli, wydana na zakup wszystkich składników, jest obliczona poprawnie. Zapisz obliczenia w jednym wyrażeniu i policz, ile pieniędzy wydano na wszystkie składniki. Uzupełnij zdanie:
Kwota za zakup wszystkich składników wynosi ? zł.

- 5** Oblicz cenę smoothie dla klientów. Zasady jej ustalania znajdziesz poniżej.

- 1** Podziel koszt zakupu wybranego składnika (za jedno opakowanie lub jedną sztukę) przez liczbę porcji, na które wystarczy to opakowanie lub sztuka. W ten sposób obliczysz koszt zakupu tego składnika do jednej porcji smoothie (resztę z dzielenia zignoruj, jeśli występuje).
- 2** Dalej postępuj zgodnie z instrukcjami.
 - Jeśli składnik w cenniku był na 8 porcji – oblicz kwotę 2 razy większą.
 - Jeśli składnik w cenniku był na 4 porcje – oblicz kwotę o 2 zł większą.
 - Jeśli składnik w cenniku był na 2 porcje – oblicz kwotę o 3 zł większą.
- 3** Dodaj do siebie trzy obliczone kwoty, aby uzyskać cenę smoothie dla klientów.
- 4** Przerysuj i uzupełnij tabelę. Wpisz trzy wybrane składniki i wykonaj odpowiednie obliczenia zgodnie powyższymi zasadami.

Wybrany składnik	Koszt zakupu za opak./szt.	Liczba porcji, na którą wystarczy opak./szt.	Koszt zakupu składnika do 1 porcji (bez reszty)	Kwota zwiększona zgodnie z instrukcją
(pierwszy owoc)	?	?	?	?
(drugi owoc)	?	?	?	?
(warzywo)	?	?	?	?
			Suma:	? (cena smoothie dla klientów)

- 6** Odpowiedz na pytania.

- 1** Ile takich samych porcji smoothie możesz przygotować ze wszystkich kupionych składników?
- 2** Ile pieniędzy uda ci się zebrać, jeśli sprzedasz wszystkie przygotowane porcje smoothie?
- 3** O ile złotych cena smoothie dla klientów jest wyższa od kosztu zakupu składników potrzebnych do jednej porcji?

- 7** Zaprojektuj tablicę reklamową z nazwą, ceną i przepisem na twoje smoothie. Powinny się na niej znaleźć:

- nazwa smoothie;
- trzy wybrane składniki; krótka informacja, jak powstało, na przykład: produkty zmiksowano i dodano wodę dla uzyskania odpowiedniej konsystencji; bez dodatku cukru; tylko naturalne składniki;
- cena smoothie dla klientów.

Reszta zależy od ciebie. Bądź kreatywny!

2. Systemy zapisu liczb

- Odszukaj na planie widowni miejsce, które znajduje się na bilecie.
- Czy potrafisz odczytać numer biletu?
- W której strefie widowni jest więcej miejsc?
- O co jeszcze można zapytać, patrząc na bilet i plan teatru?



Teatr Złota Maska
Ania z Zielonego Wzgórza

Bilet ulgowy
Cena **40 zł**

Parter
Rzqd VII

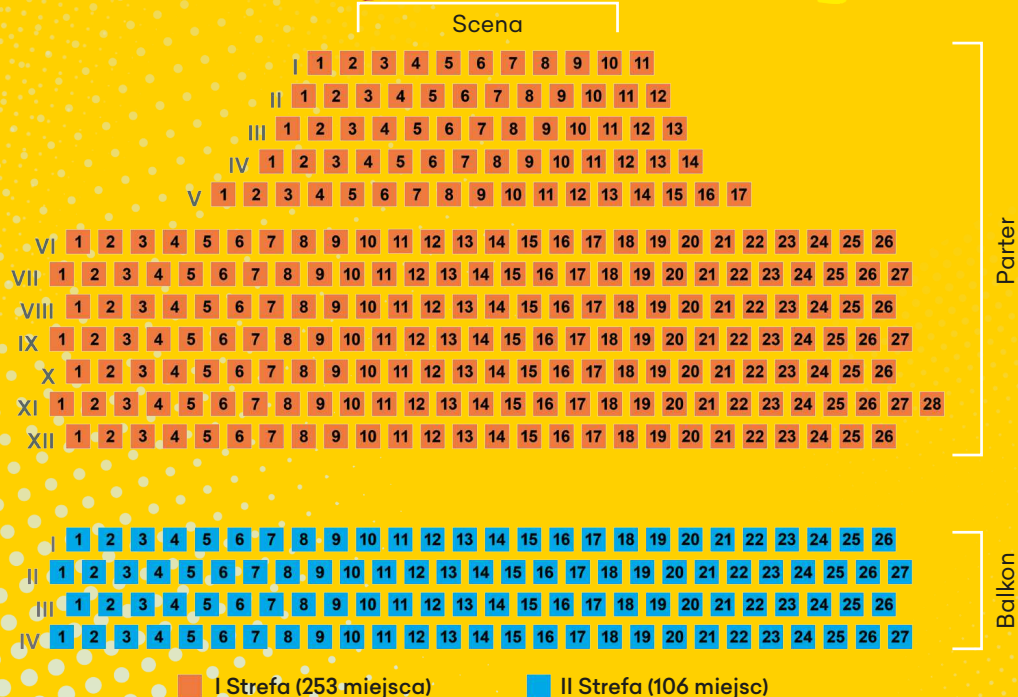
Miejsce 26

Nr biletu: 23 745

Data
12 IX 2027

Godzina
14.00

W sumie
to zabawna
ta matma



2.1. Cyfry i liczby

Tego się dowiesz

- co to jest cyfra
- ile jest cyfr
- jak zapisujemy liczby z użyciem cyfr

Podejmij temat

- Na przyciskach kalkulatora, klawiatury komputera czy pilota do telewizora znajdują się symbole, za pomocą których można zapisywać liczby. Aby na wyświetlaczu kalkulatora pojawiła się liczba 248, należy nacisnąć kolejno klawisze 2, 4 i 8. Symbole umieszczone na tych klawiszach to cyfry. Cyfry są znakami, których używamy do zapisywania liczb.
- Jakie jeszcze urządzenia mają przyciski z cyframi?

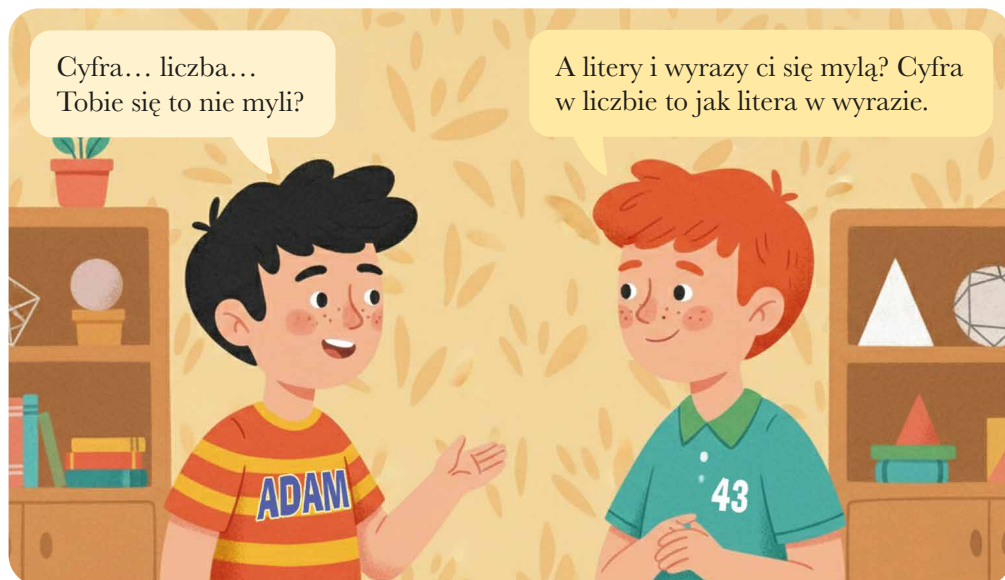


Ciekawe!

Cyfry 0, 1, 2, 3, 4, ..., 9 nazywamy **arabskimi**, chociaż pochodzą one z Indii. Za pośrednictwem Arabów dotarły do Europy, gdzie zaczęto je stosować w XII wieku. Co interesujące, cyfry obecnie używane w krajach arabskich (pokazane na poniższym rysunku) różnią się od tych nazywanych arabskimi.

0	1	2	3	4
.	١	٢	٣	٤
5	6	7	8	9
٥	٦	٧	٨	٩

Cyfry to symbole, znaki służące do zapisywania liczb. Mamy 10 cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Za pomocą cyfr tworzone są liczby, na przykład:

- 1, 8, 7, 4 – jednocyfrowe
 - 35, 10, 66, 94 – dwucyfrowe
 - 178, 300, 251, 833 – trzycyfrowe
 - itd.
- } wielocyfrowe.

Liczby:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 itd.
to **liczby naturalne**.

Czy wiesz, że liczb naturalnych jest nieskończenie wiele, czyli bardzo, bardzo dużo?



To oznacza, że jeżeli podam jakąś dużą liczbę, to ty zawsze znajdziesz większą... To faktycznie jest ich sporo!



Przykład 1

Wymieńmy cyfry wykorzystane do zapisu podanej liczby.

- a) 170 b) 800 c) 222

- a) Liczba 170 jest zapisana za pomocą cyfr 1, 7 i 0.
- b) Liczba 800 jest zapisana za pomocą cyfr 8 i 0. Cyfra 0 została użyta dwa razy.
- c) Liczba 222 jest zapisana za pomocą cyfry 2, która została użyta trzy razy.

Ćwiczenie 1

Wymień cyfry wykorzystane do zapisu podanej liczby.

- a) 999 b) 246 c) 1000

Przykład 2

Zapiszmy wszystkie liczby trzycyfrowe, które możemy utworzyć z cyfr 1, 3, 8, jeśli:

- a) cyfry w liczbie nie mogą się powtarzać, b) cyfry w liczbie mogą się powtarzać.

- a) Liczba ma być trzycyfrowa, a jej cyfry nie mogą się powtarzać. Oznacza to, że każda cyfra musi zostać użyta raz. Możemy więc utworzyć sześć liczb: 138, 183, 318, 381, 813, 831.
- b) Liczba ma być trzycyfrowa i cyfry w liczbie mogą się powtarzać. Oznacza to, że każda z trzech cyfr może wystąpić więcej niż jeden raz, a niektóre nie muszą zostać użyte. Możemy więc utworzyć 27 takich liczb. Są to: 111, 333, 888, 113, 131, 311, 118, 181, 811, 331, 313, 133, 338, 383, 833, 881, 818, 188, 883, 838, 388, 138, 183, 318, 381, 813, 831.

Ćwiczenie 2

Zapisz wszystkie liczby trzycyfrowe, które możemy utworzyć z cyfr 2, 5, 9, jeśli cyfry w liczbie nie mogą się powtarzać.

Przykład 3

Zapiszmy liczbę trzycyfrową utworzoną z podanych cyfr. Każda cyfra musi być wykorzystana.

a) 2 i 4

b) 9 i 0

a) Jedna z cyfr musi zostać użyta dwa razy, czyli musimy utworzyć liczbę z cyfr 2, 2, 4 lub 2, 4, 4. Otrzymujemy następujące liczby: 224, 242, 422, 442, 424, 244.

b) Jedna z cyfr musi zostać użyta dwa razy, czyli musimy utworzyć liczbę z cyfr 9, 9, 0 lub 9, 0, 0. Cyfra 0 nie może stać na początku. Otrzymujemy następujące liczby: 990, 909, 900.

Ćwiczenie 3

Zapisz liczbę trzycyfrową utworzoną z podanych cyfr. Każda cyfra musi być wykorzystana.

a) 7 i 1

b) 0 i 8

Przykład 4

Obliczmy sumę cyfr podanej liczby.

a) 25

b) 248

c) 1 000 000

a) $2 + 5 = 7$

b) $2 + 4 + 8 = 14$

c) $1 + 6 \cdot 0 = 1$

Ciekawe!

Określenie **suma cyfr** jest skrótem myślowym i oznacza sumę liczb jednocyfrowych.

Ćwiczenie 4

Oblicz sumę cyfr podanej liczby.

a) 38

b) 147

c) 502

d) 999

Ćwiczenie 5

Podaj liczbę trzycyfrową, która ma:

a) największą możliwą sumę cyfr,

b) najmniejszą możliwą sumę cyfr.

Zadania

1 Zapisz w zeszycie cztery liczby pięciocyfrowe za pomocą:

a) pięciu różnych cyfr,

b) dwóch różnych cyfr.

2 Zapisz liczbę trzycyfrową, w której użyto wszystkich tych samych cyfr co w liczbie 325. Ile jest takich liczb?

3 Oceń, czy dobrze użyto pojęć liczba i cyfra.

Przecież tak mam zanotowany ten numer. Musiałem źle zapisać którąś cyfrę...

Nie ma takiego numeru.



Na koncert znanego piosenkarza przybyło wielu fanów. Sprzedano okrągłą cyfrę biletów: 1000.



Mój adres to ul. Jasna 44. Kupiłam dwie piękne metalowe liczby 4 do powieszenia na drzwiach wejściowych.



4 Jaka cyfra nie może występować na początku (po lewej stronie) liczby wielocyfrowej? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 0

B. 1

C. 5

D. 9

5 Wytnij z papieru cztery kwadraty. Zapisz na nich cyfry: 6, 6, 3, 0 – na każdym jedną cyfrę. Ułóż z kwadratów czterocyfrową liczbę. Zapisz ją w zeszycie. Zmień kolejność kartek i ułóż inną liczbę. Ile różnych liczb czterocyfrowych możesz ułożyć? Zapisz w zeszycie wszystkie możliwości.

6 W pewnym budynku jest:

- a) 20 mieszkań, b) 100 mieszkań.

Na drzwiach każdego mieszkania znajduje się kolejny numer.

Ile cyfr przymocowano, aby ponumerować wszystkie mieszkania?



Sprawdź się!

1 Zapisz dziesięć kolejnych liczb, zaczynając od liczby 105. Ile różnych cyfr należy użyć do zapisu każdej z tych liczb? Jakie to są cyfry?

2 Ile jest liczb dwucyfrowych, w których obie cyfry są takie same? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 9

B. 10

C. 19

D. 20

3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.

- a) Suma cyfr każdej liczby trzycyfrowej wynosi 3.
b) Suma cyfr liczby dwucyfrowej może być równa 1.
c) Suma cyfr liczby 1000 jest taka sama jak suma cyfr liczby 10.

d) Nie istnieje liczba trzycyfrowa, której suma cyfr wynosi 30.

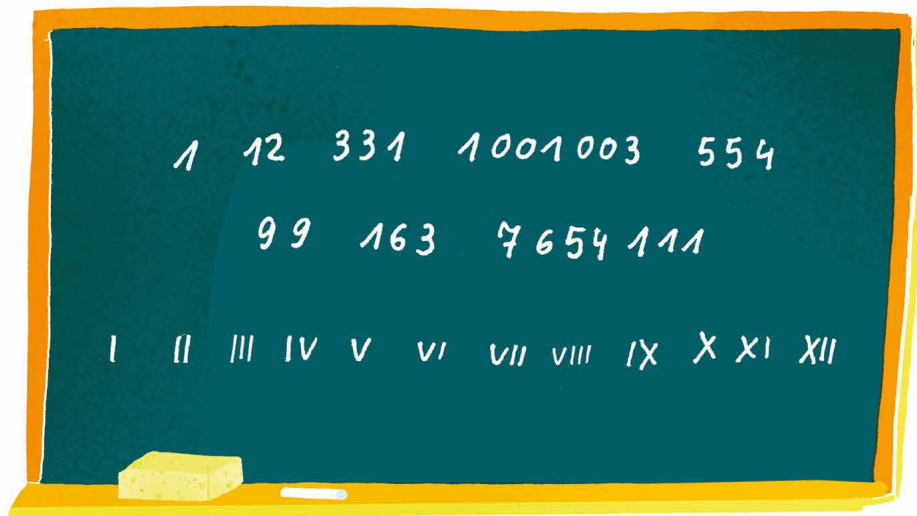
2.2. Dziesiętkowy system pozycyjny

Tego się dowiesz

- co to jest system dziesiętkowy
- co to jest system pozycyjny
- jak zapisujemy i odczytujemy liczby w systemie dziesiętkowym
- jak nazywają się rzędy i grupy w systemie dziesiętkowym

Podjmij temat

- Czy cyfra 1 w liczbach 12 i 331 oznacza to samo? A cyfra I w liczbach III i IX?



Sposób zapisywania liczb i liczenia, którym się posługujemy, nosi nazwę dziesiętkowego, ponieważ:



10 jedności to 1 dziesiątka



10 dziesiątek to 1 setka itd.

10 jedności to 1 dziesiątka

10 dziesiątek to 1 setka

10 setek to 1 tysiąc

itd.

W **systemie dziesiętkowym** 10 jednostek niższego rzędu tworzy jedną jednostkę kolejnego rzędu wyższego.

Sposób zapisu liczb, który stosujemy, nazywa się również pozycyjnym. W tym zapisie znaczenie cyfry w liczbie zależy od jej pozycji (miejsca), w której się znajduje.

Na przykład:

w liczbie 129 **cyfra 1** oznacza 1 setkę, czyli 100,
w liczbie 312 **cyfra 1** oznacza 1 dziesiątkę, czyli 10,
w liczbie 751 **cyfra 1** oznacza 1 jedność, czyli 1.

Zauważ, że na przykład w liczbie 7000 cyfra 7 oznacza 7 tysięcy. Możemy również powiedzieć, że w liczbie 7000 mamy:

- 70 setek,
- 700 dziesiątek,
- 7000 jedności.

W **systemie pozycyjnym** znaczenie każdej cyfry zależy od miejsca, które zajmuje w liczbie.

W systemie rzymskim wartość każdego symbolu jest stała i nie zależy od miejsca, które zajmuje w zapisie liczby. Na przykład symbol I oznacza 1 w każdym z zapisów: II, VIII i IX, choć w tych liczbach znajduje się na różnych pozycjach.

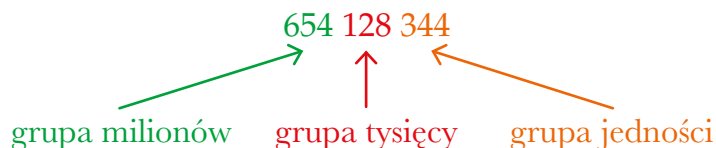
Jak wiemy, każde miejsce cyfry w liczbie ma określoną nazwę, na przykład:



Jeżeli musimy odczytać większą liczbę, dla ułatwienia dzielimy ją na trzycyfrowe grupy (licząc od prawej strony). Pomiędzy grupami można zostawić nieco większy odstęp niż między cyframi w grupie. Wówczas zapis jest bardziej czytelny, na przykład:

654 128 344

Każda grupa ma określoną nazwę:



Czytamy kolejno liczby każdej grupy i dodajemy nazwę grupy (zaczynając od lewej strony): **654** miliony **128** tysięcy **344** (nazwy ostatniej grupy zwykle nie podajemy).

W pierwszej grupie (po lewej stronie) może być mniej cyfr. Ta grupa może być niepełna, na przykład:

- 7 452 124 – w pierwszej grupie, czyli grupie milionów, nie ma setek milionów ani dziesiątek milionów.

Czytamy:

7 milionów 452 tysiące 124.

- 24 136 525 – w grupie milionów nie ma setek milionów.

Czytamy:

24 miliony 136 tysięcy 525.

Jeżeli „wewnątrz liczby” przykładowo nie ma setek tysięcy, to nie możemy pozostawić pustego miejsca. W takim przypadku znajduje się tam zero (którego nie czytamy), na przykład:

- 13 043 604 – w tej liczbie nie ma setek tysięcy ani dziesiątek.

Czytamy:

13 milionów 43 tysiące 604.

Ćwiczenie 1



Przeczytaj.

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| a) 125 milionów 206 tysięcy 300 | b) 79 milionów 350 tysięcy 816 |
| c) 200 milionów 186 tysięcy 935 | d) 103 miliony 405 tysięcy 6 |
| e) 405 328 | f) 7 328 521 |
| g) 23 048 500 | h) 347 207 005 |

Może się zdarzyć, że zera „wewnątrz liczby” zajmują całą grupę. Wówczas nie czytamy ani zer, ani nazwy grupy. Oto dwa przykłady:

5 000 341 – czytamy: 5 milionów 341,

14 000 000 – czytamy: 14 milionów.

Ćwiczenie 2

Przeczytaj.

- | | | | |
|--------------|---------------|----------------|---------------|
| a) 1 000 256 | b) 10 325 000 | c) 745 000 024 | d) 38 000 009 |
| e) 4 148 000 | f) 59 000 200 | g) 400 000 000 | h) 60 000 060 |

Ciekawe!

Warto pamiętać, że w niektórych krajach obowiązuje inny system nazywania dużych liczb, na przykład w Stanach Zjednoczonych nasz miliard to billion, a nasz bilion – to ich trillion.

Więcej na temat

Oto nazwy niektórych liczb większych od 999 999 999:

1 000 000 000	miliard
1 000 000 000 000	bilion
1 000 000 000 000 000 000	trylion
1 000 000 000 000 000 000 000 000	kwadrylion

Liczba zapisana słownie to **liczebnik**. Najtrudniejsze do poprawnego zapisania liczebniki to:

- pięć, piętnaście, pięćdziesiąt, pięćset;
- sześć, szesnaście, sześćdziesiąt, sześćset;
- dziewięć, dziewiętnaście, dziewięćdziesiąt, dziewięćset;
- milion.



Czasami tekst zawiera wiele liczebników i może być mało czytelny. Przeczytaj poniższe informacje.

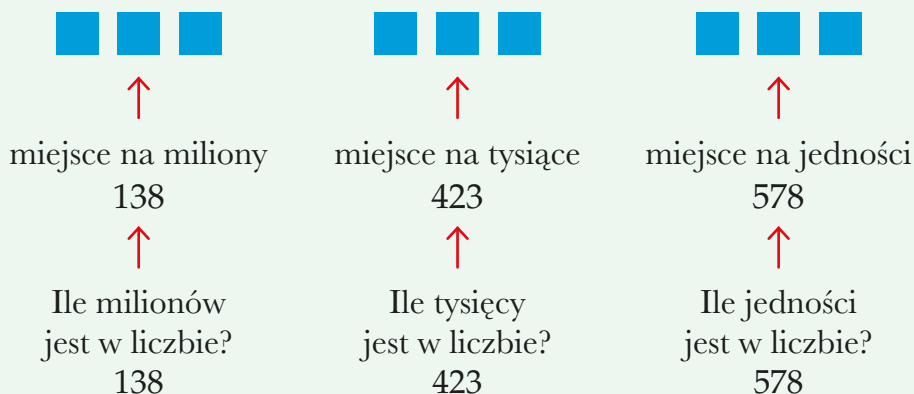
W tysiąc dziewięćset pięćdziesiątym roku w Polsce mieszkało około dwudziestu pięciu milionów ośmiu tysięcy ludzi. Dwadzieścia lat później, czyli w roku tysiąc dziewięćset siedemdziesiątym, liczba ludności wzrosła o prawie osiem milionów i wynosiła około trzydziestu dwóch milionów sześciuset czterdziestu dwóch tysięcy. W roku dwa tysiące drugim Polaków było już około trzydziestu ośmiu milionów dwustu dwudziestu dziewięciu tysięcy.

Jeżeli do zapisu liczb z tego tekstu użyjemy cyfr, podane informacje staną się bardziej czytelne, a tekst łatwiejszy do zrozumienia. Przepisz go do zeszytu. Liczby podane słownie zapisz za pomocą cyfr.

Przykład 1

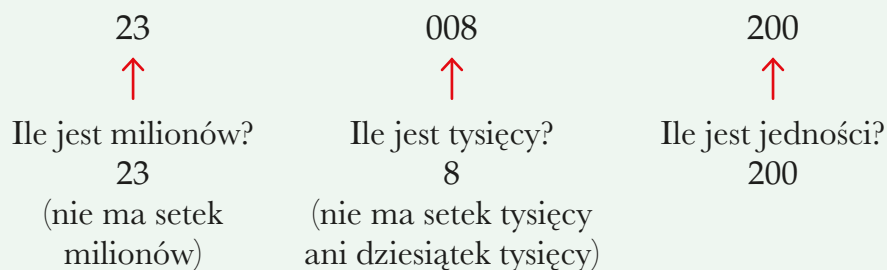
Zapiszmy dwa liczebniki za pomocą cyfr.

- a) sto trzydzieści osiem milionów czterysta dwadzieścia trzy tysiące pięćset siedemdziesiąt osiem



Zapis cyfrowy: 138 423 578.

- b) dwadzieścia trzy miliony osiem tysięcy dwieście



Zapis cyfrowy: 23 008 200.

Jak przelać pieniądze?



Kuba



Zuzia

- Zuzia:** Cześć, Kuba! Mam dla ciebie 20 złotych, które pożyczyłeś mi na wycieczce.
- Kuba:** Dzięki, Zuzia! Ale wiesz, że w dzisiejszych czasach nie trzeba nosić gotówki? Przesyłanie pieniędzy jest teraz bardzo proste. Prawie jak wysyłanie wiadomości na czacie.
- Zuzia:** Serio? Jak to się robi?
- Kuba:** Jest kilka sposobów. Najszybszy to **przelew na telefon**. Wchodzisz do aplikacji banku, wpisujesz lub wybierasz mój numer telefonu z listy kontaktów, potwierdzasz przelew i tyle! Za chwilę pieniądze są na moim koncie. Nie musisz nawet znać tego długiego numeru konta bankowego.
- Zuzia:** A jeśli chciałabym wysłać komuś pieniądze w inny sposób?
- Kuba:** Wtedy robisz **przelew na jego rachunek w banku**. Tu już musisz wpisać ten długi numer konta odbiorcy. Pieniądze pojawią się na jego koncie natychmiast, jeśli macie konta w tym samym banku. Jeśli macie konta w różnych bankach, to może trwać do kilku dni. Chyba że wybierzesz, najczęściej odpłatny, przelew natychmiastowy – wtedy trafią na konto błyskawicznie.
- Zuzia:** Rozumiem. A jak mogę przekazać pieniądze mojej babci, która nie ma konta w banku?
- Kuba:** Dla babci najlepszy będzie **przekaz pocztowy**. Idziesz z mamą albo z tatą na pocztę, wpłacacie gotówkę w okienku, a listonosz dostarcza pieniądze prosto do jej domu.
- Zuzia:** Brzmi fajnie!
- Kuba:** Pamiętaj, że na poczcie trzeba wypełnić formularz i **wpisać kwotę słownie**. Nasza polonistka będzie dumna, jeśli zrobisz to poprawnie.
- Zuzia:** Ha, ha! Poćwiczę! Dzięki za wyjaśnienia.
- Kuba:** Spoko! Tylko pamiętaj o najważniejszym: **nie wysyłaj pieniędzy osobom, których nie znasz**. Bezpieczeństwo to podstawa!

Zadania

- 1 Pani Katarzyna chce wykonać przelew przekazem pocztowym. Kwota, którą musi zapisać na blankiecie, składa się z: 1 dziesiątki tysięcy, 4 tysięcy, 7 setek, 5 dziesiątek i 9 jedności. Zapisz tę kwotę cyframi, a następnie słownie.
- 2 Księgowa w firmie ekologicznej Energooszczędni wypełniała przelew internetowy na kwotę sześćset dwa tysiące trzysta dziewięćdziesiąt złotych. Przez pomyłkę w polu „Kwota” wpisała liczbę: 62 390 zł.
 - a) Zapisz cyframi poprawną kwotę, którą księgowa chciała przelać.
 - b) Wskaż, w której grupie i w którym rzędzie (jedności, dziesiątek czy setek) znajduje się cyfra 6 w poprawnej liczbie, a w którym w tej błędnej.

Zadania

1 Zapisz słownie podane liczby.



- a) 12 345 b) 810 653 c) 402 055 d) 2 300 080
e) 53 019 600 f) 905 008 500 g) 40 050 070 h) 700 600 005

2 Zapisz podany liczebnik w zeszycie za pomocą cyfr.



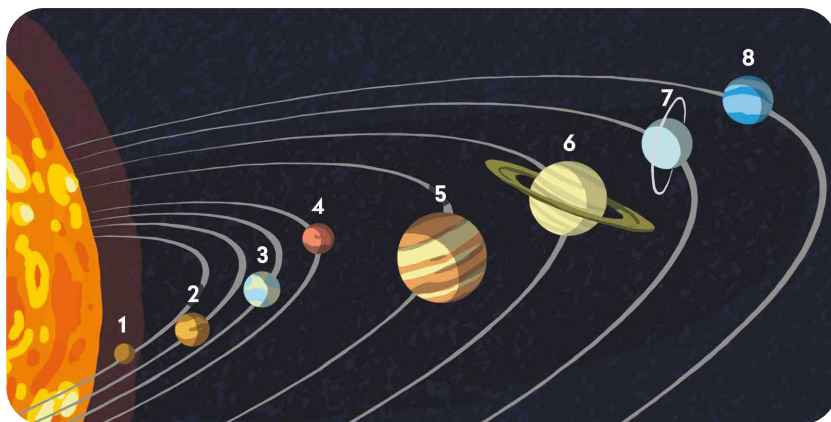
- a) dwadzieścia milionów trzysta pięćdziesiąt tysięcy siedemset dwadzieścia jeden
b) pięćset czterdzieści jeden milionów sześćset tysięcy dziewięćdziesiąt dwa
c) siedemdziesiąt cztery tysiące sześć
d) dziewięćset milionów dwadzieścia tysięcy trzysta

3 Słońce i krążące wokół niego planety tworzą Układ Słoneczny. Odległość od Ziemi do Słońca wynosi około 149 600 000 km. Ziemia jest trzecią planetą Układu Słonecznego. Najbliżej Słońca, w odległości około 57 900 000 km, znajduje się planeta Merkury. Kolejną planetą po Merkurym jest Wenus. Krąży ona w odległości około 108 200 000 km od Słońca.

a) Zapisz słownie liczby występujące w tekście.



b) Czy wiesz, jak nazywają się poszczególne planety Układu Słonecznego? Zapisz ich wszystkie nazwy w zeszycie.



4 Zapisz w zeszycie wszystkie liczby trzycyfrowe, które w rzędzie jedności mają cyfrę 2, w rzędzie dziesiątek cyfrę parzystą, a w rzędzie setek cyfrę 7. Ile jest takich liczb?

5 Zapisz za pomocą liczb, ile pieniędzy miała w portfelu każda z osób.

Ja mam
w portfelu
3 banknoty
100-złotowe i 5
złotówek.



A ja mam 1 banknot 100-złotowy,
9 banknotów 10-złotowych i 6 złotówek.



Ja mam 12
banknotów
10-złotowych.



W zadaniach 6–9 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 6 Jaka jest cyfra dziesiątek tysięcy liczby 457 324?
A. 5 B. 7 C. 3 D. 2
- 7 O ile większa jest cyfra setek od cyfry setek tysięcy liczby 11 336 688?
A. o 2 B. o 3 C. o 5 D. o 7
- 8 Ile dziesiątek zawiera liczba 6000?
A. 6000 B. 600 C. 60 D. 6
- 9 Ile setek zawiera liczba 5 200 000?
A. 52 B. 520 C. 5200 D. 52 000

Sprawdź się!

- 1 Zapisz słownie podane liczby.

a) 243 506 b) 12 000 021 c) 800 202 700

- 2 Przeczytaj tekst.

Zapisz słownie masę słonia i masę płetwała błękitnego w dekachgramach.

Słoń afrykański jest największym ssakiem lądowym. Waży około 5 ton. Gdybyśmy chcieli zważyć słonia, używając odważników kilogramowych (1 kg), musielibyśmy użyć ich aż 5000. Gdybyśmy natomiast chcieli ustawić odważniki dekagramowe (1 dag), to potrzebowalibyśmy ich 500 000. Największy ssak żyjący w wodzie to płetwal błękitny. Jest on około 40 razy cięższy od słonia i waży prawie 200 ton, czyli 200 000 kg, co odpowiada 20 000 000 dag.



▲ Słoń afrykański



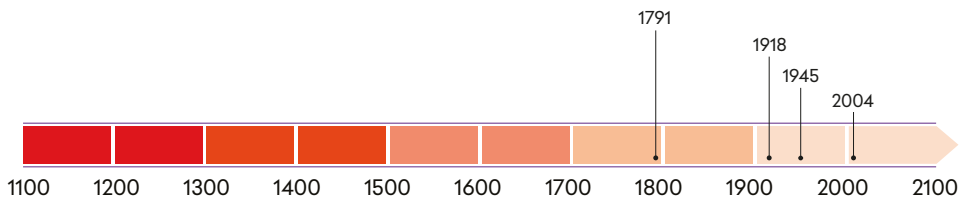
▲ Płetwal błękitny

- 3 Zapisz wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr: 0, 3, 5 i 7, używając każdej z tych cyfr tylko raz. Następnie zapisz słownie każdą z tych liczb.
- 4 Zapisz (cyframi i słownie) najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach.
- 5 Dokończ zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
W liczbie 4800 cyfra 8 oznacza
A. 8 jedności B. 8 dziesiątek C. 8 setek D. 8 tysięcy

2.3. Duże liczby na osi liczbowej

Podejmij temat

Na lekcjach historii spotkaliście się już z osią czasu. Jeśli chcemy omawiać wydarzenia historyczne, na przykład z ostatniego tysiąclecia, musimy umieć zaznaczać na osi daty wyrażone dużymi liczbami.



1791 rok – uchwalenie Konstytucji 3 maja

1918 rok – odzyskanie przez Polskę niepodległości po I wojnie światowej

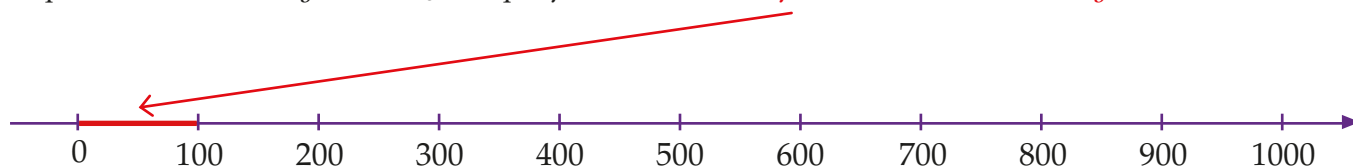
1945 rok – zakończenie II wojny światowej

2004 rok – przystąpienie Polski do Unii Europejskiej

Tego się dowiesz

- jak zaznaczać na osi liczbowej duże liczby
- jak odczytywać z osi liczbowej duże liczby

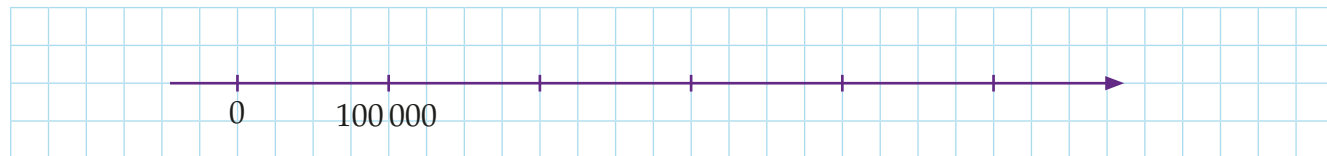
Aby na osi liczbowej zaznaczać duże liczby, czyli punkty o dużych współrzędnych, należy odpowiednio dobrać jednostkę. Na przykład **zaznaczony odcinek oznacza 100 jednostek**.



Ćwiczenie 1

Przerysuj do zeszytu oś liczbową i zaznacz na niej punkty:

$A = 200\ 000$, $B = 500\ 000$, $C = 300\ 000$, $D = 50\ 000$, $E = 350\ 000$.



Ćwiczenie 2

Narysuj oś liczbową. Dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz na niej punkty:

a) $A = 0$, $B = 500$, $C = 2000$, $D = 3500$, $E = 5000$

b) $F = 0$, $G = 2000$, $H = 8000$, $I = 14\ 000$, $J = 24\ 000$

c) $K = 1\ 000\ 000$, $L = 4\ 000\ 000$, $M = 6\ 500\ 000$, $N = 8\ 000\ 000$, $P = 10\ 500\ 000$

Przykład 1

Jakie liczby oznaczono punktami: A , B , C , D i E ?

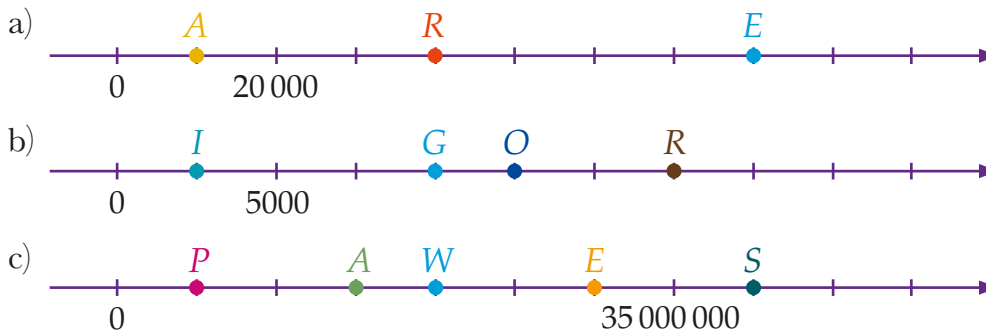


Na narysowanym fragmencie osi w odcinku pomiędzy 2000 a 2010 mieści się 10 jednostek. Jest on podzielony na 5 równych części, a ponieważ $10 : 5 = 2$, to punktom odpowiadają następujące liczby:

$A = 2002$, $B = 2004$, $C = 2006$, $D = 2008$ i $E = 2012$.

Ćwiczenie 3

Odczytaj liczby odpowiadające punktom zaznaczonym na osiach liczbowych.



Zadania

- 1 W Warszawie u zbiegu Al. Jerozolimskich i ul. Marszałkowskiej znajduje się tzw. słup kilometrowy. Na kamieniu wypisane są odległości do wielu polskich miast oraz stolic europejskich.

Przykładowe zapisy:

Bydgoszcz – 280 km,

Wrocław – 350 km,

Kielce – 180 km,

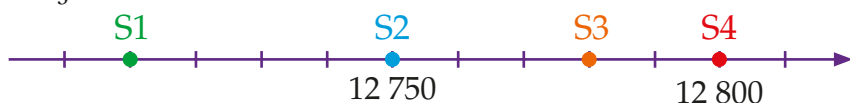
Kraków – 300 km,

Opole – 320 km.

Narysuj oś liczbową, dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz na osi punkty odpowiadające tym odległościom.



- 2 Wzdłuż linii kolejowej ustawiono słupki kilometrowe. Dwie stacje znajdują się przy słupkach: $S_2 = 12\ 750$ i $S_4 = 12\ 800$. Przy których słupkach kilometrowych znajdują się stacje S_1 i S_3 ?



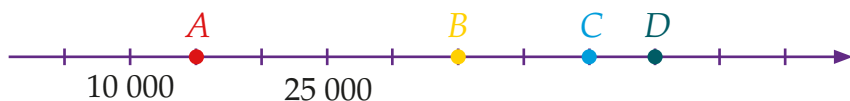
- 3 Podczas rajdu rowerowego zawodnicy mijali punkty kontrolne oddalone od startu o 18 km, 25 km i 31 km. Zaznacz te punkty na osi liczbowej.

- 4 Obecnie na polskim wybrzeżu znajduje się 15 czynnych latarni morskich. Niektóre z nich są bardzo stare. W tabeli podano daty wybudowania trzech z nich. Zaznacz na osi liczbowej lata wzniesienia tych latarni.

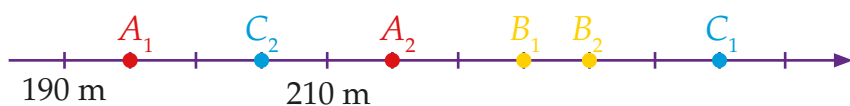
Nazwa latarni	Rok budowy
Czołpino	1875
Gąski	1878
Ustka	1871

Sprawdź się!

- 1 Jakie liczby oznaczono punktami?



- 2 Na mamuciej skoczni narciarskiej odbył się konkurs w skokach (lotach) narciarskich. Każdy z uczestników wykonał dwa skoki. Na osi liczbowej zaznaczono długości lotów trzech zawodników: A_1, A_2 to wyniki Adama, B_1, B_2 – Błażeja, a C_1, C_2 – Cezarego.



Oblicz dla każdego zawodnika różnicę długości między dłuższym a krótszym lotem.

- 3 Sylwia oszczędzała pieniądze na rower, który kosztował 2100 zł. Systematycznie odkładała co miesiąc tę samą kwotę. W marcu miała 600 zł, a w czerwcu 1500 zł. Narysuj oś liczbową, dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz na niej kwoty, jakie Sylwia miała w marcu i w czerwcu. Odczytaj, ile oszczędności miała w lutym, w maju i w lipcu. W którym miesiącu Sylwia zebrała 2100 zł?

Ciekawe!

W marcu 2017 roku po raz pierwszy w historii odbył się turniej Raw Air [czyt. roł er] – wyjątkowo trudne zawody w skokach narciarskich. Przez 10 dni zawodnicy z całego świata rywalizowali ze sobą w różnych miastach Norwegii. Ostatniego dnia Kamil Stoch zwyciężył w konkursie indywidualnym w lotach na mamuciej skoczni dzięki dwóm świetnym skokom: na 238 i pół metra oraz 237 metrów.



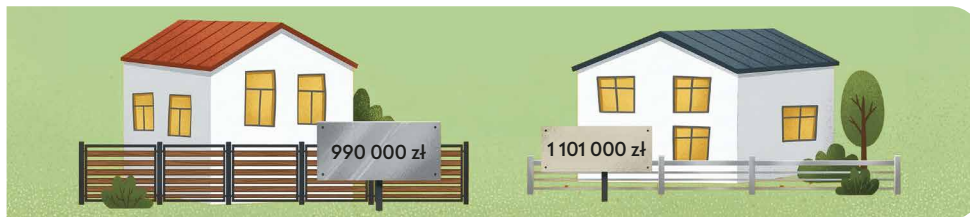
2.4. Porównywanie liczb. Mniejsza, większa czy równa?

Tego się dowiesz

- w jaki sposób porównywać liczby wielocyfrowe

Podejmij temat

- Czy wiesz, który dom jest tańszy?
- Skąd wiesz, który z nich jest tańszy? Co porównujesz w podanych liczbach?



W codziennym życiu bardzo często porównujemy wartości i, na przykład ceny zabawek, liczbę punktów w grach czy oszczędności w skarbonce. Porównajmy podane poniżej kwoty.



20 zł to **więcej** niż 15 zł



7 zł to **mniej** niż 12 zł



4 zł jest **równe** 4 zł

! Do zapisu, która liczba jest większa, a która mniejsza, służą znaki: $>$, $<$.
Jeżeli liczby są równe, zapisujemy to przy pomocy znaku: $=$.

Przykład 1

Porównajmy różne liczby i ustalmy, od czego zależy, która z nich jest większa.

$4 < 32$
 $145 > 98$
 $1000 > 95$

Dlaczego liczba 145 jest większa od liczby 98, skoro pierwsza zaczyna się od cyfry 1, a druga od cyfry 9?

Popatrz. Liczba 145 ma trzy cyfry, a liczba 98 tylko dwie. Dlatego 145 jest większa.



Jeżeli porównywane liczby mają różną liczbę cyfr, większa jest ta, która ma więcej cyfr.



$258 > 176$
 $1384 < 1821$
 $256\ 481 > 256\ 195$

A co zrobić, gdy liczby mają tyle samo cyfr?

Wtedy porównuję cyfry od lewej strony. Gdy znajdę pierwsze niejednakowe cyfry, wiem już, która liczba jest większa.

Jeżeli liczby mają tyle samo cyfr, to porównujemy kolejno (zaczynając od lewej strony) cyfry w tych samych rzędach.

Ćwiczenie 1

Przepisz liczby do zeszytu i zamiast znaków zapytania napisz znak $>$ lub $<$.

- a) 3254 ? 749 b) 700 ? 5241 c) 4928 ? 8236 d) 12 456 ? 12 465
e) 225 000 ? 2500 f) 433 338 ? 483 333 g) 10 001 ? 11 000 h) 577 775 ? 57 775

Zadania

- 1 Zapisz 5 liczb mniejszych od 10 000 i jednocześnie większych od 9648.
- 2 Przepisz przykłady do zeszytu i zamiast znaków zapytania napisz takie liczby, aby otrzymać trzy kolejne liczby naturalne.
a) 10 325, ?, 10 327 b) ?, 60 000, ? c) ?, ?, 100 000 000 d) ?, 28 764 999, ?
- 3 Zapisz w zeszycie:
a) największą liczbę pięciocyfrową,
b) najmniejszą liczbę siedmiocyfrową,
c) najmniejszą liczbę sześciocyfrową, której wszystkie cyfry są różne,
d) największą liczbę sześciocyfrową, której wszystkie cyfry są różne,
e) najmniejszą i największą liczbę pięciocyfrową zapisaną za pomocą wszystkich cyfr spośród: 6, 1, 9, 0, 5.
- 4 Jakie cyfry należy wpisać zamiast znaków zapytania, aby zapisy były poprawne?
a) 2?5 $>$ 288 b) 44? $<$ 441
c) 1879 $<$ 1??6 d) 1?9 $>$ 18?
- 5 Na rysunku poniżej pokazano fragmenty bibliotecznych katalogów pięciu książek. Ułóż książki w kolejności:
a) od najstarszej do najnowszej,
b) rosnącej pod względem liczby stron.

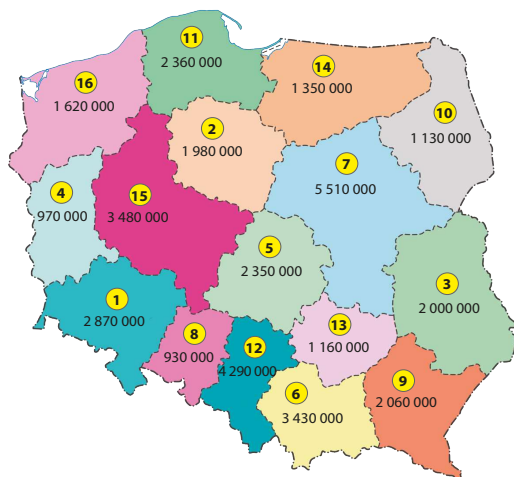
Ciekawe!

Aby znaleźć w bibliotece konkretną książkę, korzystamy z katalogu. Tradycyjny katalog to drewniana szafka z szufladami, w których gromadzi się karty biblioteczne z opisem książek (opis zawiera m.in. tytuł, imię i nazwisko autora, liczbę stron). Dzisiaj wiele bibliotek korzysta z systemów komputerowych. Dzięki temu możemy szukać książek w katalogu on-line, w którym każda pozycja ma własny opis, czyli tzw. **rekord**.



1.	Tajemniczy ogród , Burnett F. H., tłum. Przybyszewska J., rok pierwszego wydania w Polsce: 1914, liczba stron: 280
2.	Alicja w Krainie Czarów , Carroll L., tłum. Szymańska A., rok pierwszego wydania w Polsce: 1910, liczba stron: 119
3.	Król Maciuś Pierwszy , Korczak J., rok pierwszego wydania w Polsce: 1922, liczba stron: 358
4.	Kubuś Puchatek , Milne A. A., tłum. Tuwim I., rok pierwszego wydania w Polsce: 1938, liczba stron: 198

- 6 Na mapie Polski umieszczono liczby mieszkańców poszczególnych województw (dane dotyczą roku 2024 i są podane w zaokrągleniu). Zapisz te liczby w kolejności rosnącej, czyli od najmniejszej do największej. Obok każdej z nich napisz nazwę województwa, którego ona dotyczy.



1. dolnośląskie
2. kujawsko-pomorskie
3. lubelskie
4. lubuskie
5. łódzkie
6. małopolskie
7. mazowieckie
8. opolskie
9. podkarpackie
10. podlaskie
11. pomorskie
12. śląskie
13. świętokrzyskie
14. warmińsko-mazurskie
15. wielkopolskie
16. zachodniopomorskie

- 7 Przepisz liczby do zeszytu w kolejności rosnącej. Pod każdą z nich napisz odpowiadającą jej literę, a poznasz nazwę liczby złożonej z jedynek i 60 zer.

36 200 L

84 000 526 N

158 000 I

1 326 400 O

3752 E

30 956 C

3749 D

31 897 Y

Sprawdź się!

- 1 Zapisz od najmniejszej do największej wszystkie liczby trzycyfrowe, w których mogą występować tylko cyfry 3, 5, 8 i w których cyfry się nie powtarzają.
- 2 Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdanie prawdziwe.
 - a) Najmniejsza nieparzysta liczba pięciocyfrowa utworzona z przestawienia cyfr liczby 95 120 to 10 259.
 - b) Używając tylko cyfr 1, 2, 5, 6, 8 i każdej z nich tylko raz, można utworzyć liczbę pięciocyfrową większą od 87 000.
- 3 Dokończ zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

Różnica:

 - a) najmniejszej liczby pięciocyfrowej i największej liczby czterocyfrowej jest równa

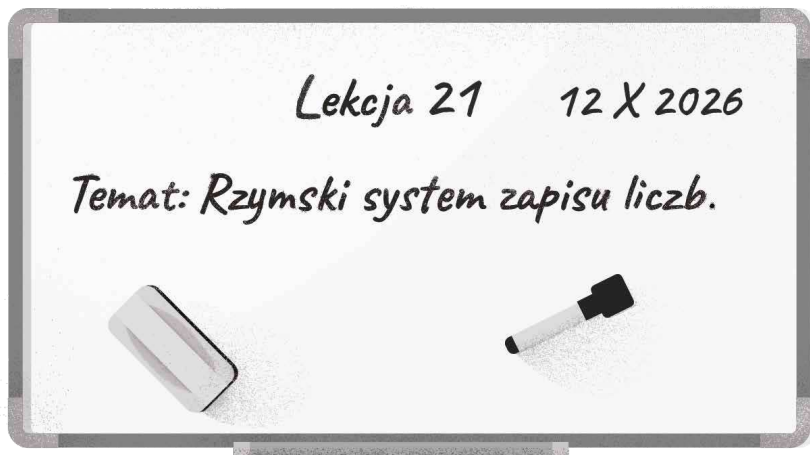
A. 101	B. 11	C. 99	D. 1
--------	-------	-------	------
 - b) największej i najmniejszej liczby sześciocyfrowej wynosi

A. 999 999	B. 899 999	C. 900 000	D. 100 000
------------	------------	------------	------------

2.5. Rzymski system zapisu liczb

Podejmij temat

● Którego dnia, miesiąca i roku odbyła się ta lekcja? Co oznacza symbol X?



Na rysunku, w dacie widocznej na tablicy, miesiąc został zapisany liczbą w **systemie rzymskim**.

Liczby zapisane w tym systemie spotyka się dziś rzadko. Zwykle używa się ich do zapisywania wieków, kolejności imprez kulturalnych lub sportowych, numeracji rzędów w kinie i teatrze, oznaczania tomów i rozdziałów książek oraz przy imionach królów i papieży.

Na tarczy starych zegarów godziny bywają zapisane za pomocą cyfr rzymskich. Na niektórych domach znajdują się tablice z rokiem ich budowy zapisanym w systemie rzymskim. Cyfry te można też stosować w zapisie dat, na przykład do oznaczania numeru kolejnego miesiąca.

Podstawowe cyfry rzymskie:

I – 1 V – 5 X – 10

Za ich pomocą można zapisać liczby od 1 do 39, na przykład:

I – 1

II – 2 (bo 2 to dwie jedyńki)

III – 3 (bo 3 to trzy jedyńki)

IV – 4 (bo 4 to o 1 mniej niż 5)

V – 5

VI – 6 (bo 6 to 5 i jeszcze 1)

VII – 7 (bo 7 to 5 i jeszcze 2)

VIII – 8 (bo 8 to 5 i jeszcze 3)

IX – 9 (bo 9 to o 1 mniej niż 10)

X – 10

XX – 20 (bo 20 to dwie dziesiątki)

XXX – 30 (bo 30 to trzy dziesiątki)

Tego się dowiesz

- co oznaczają znaki I, V, X, L, C, D, M w systemie rzymskim
- jak zapisywać liczby w systemie rzymskim
- jak odczytywać liczby zapisane w systemie rzymskim

Ciekawe!

Starożytni Rzymianie stosowali system rzymski od około 500 roku przed naszą erą. Później zaczęto się nim posługiwać w całej Europie. Używano go aż do końca średniowiecza, czyli do około 1500 roku. Wtedy został zastąpiony dziesiętkowym systemem pozycyjnym.



Przykład 1

Zapiszmy liczby w systemie rzymskim.

a) 27

b) 34

a) 27 to 20 i 7, więc $27 = (10 + 10) + (5 + 1 + 1) = \text{XXVII}$

b) 34 to 30 i 4, więc $34 = (10 + 10 + 10) + (5 - 1) = \text{XXXIV}$

Ćwiczenie 1

Zapisz w zeszycie podane liczby w systemie rzymskim.

a) 11

b) 14

c) 24

d) 25

e) 28

f) 32

g) 36

h) 39

Ćwiczenie 2

Odczytaj godziny na zegarach.



Ćwiczenie 3



Odczytaj informacje.

- Król Kazimierz III Wielki panował w latach 1333–1370 (XIV wiek), a król Kazimierz IV Jagiellończyk w latach 1447–1492 (XV wiek).
- Następcą papieża Polaka Jana Pawła II był papież Benedykt XVI.
- Podczas XXXIII finału Wielkiej Orkiestry Świątecznej Pomocy w 2025 roku zebrano 289 068 047 zł 77 gr.

Ćwiczenie 4



Odczytaj, z którego wieku pochodzą wymienione wynalazki.

wiatrak – VII wiek

śrubokręt – XV wiek

piorunochron – XVIII wiek

okulary – XIII wiek

rower – XIX wiek

karuzela – XVII wiek

papier – II wiek

zegar – XIV wiek

toster – XX wiek

Aby zapisać w systemie rzymskim liczby większe niż 39, należy poznać jeszcze kilka cyfr rzymskich. Oto one:

L – 50 C – 100 D – 500 M – 1000

Zasada tworzenia liczb jest taka sama jak dla liczb od 1 do 39:

I – 1	X – 10	C – 100
II – 2	XX – 20	CC – 200
III – 3	XXX – 30	CCC – 300
IV – 4	XL – 40 (o 10 mniej niż 50)	CD – 400 (o 100 mniej niż 500)
V – 5	L – 50	D – 500
VI – 6	LX – 60	DC – 600
VII – 7	LXX – 70	DCC – 700
VIII – 8	LXXX – 80	DCCC – 800
IX – 9	XC – 90 (o 10 mniej niż 100)	CM – 900 (o 100 mniej niż 1000)

💡 Zapisując liczby w systemie rzymskim, musimy pamiętać o kilku zasadach.

1. Znak I można zapisać tylko bezpośrednio przed znakiem V lub X.
2. Znak X można zapisać tylko bezpośrednio przed znakiem L lub C.
3. Znak C można zapisać tylko bezpośrednio przed znakiem D lub M.
4. Obok siebie mogą występować najwyżej trzy jednakowe znaki: I, X, C lub M.
5. Znaki V, L, D mogą występować w danej liczbie tylko raz.

Przykład 2

Zapiszmy podane liczby w systemie rzymskim.

a) 450 b) 1938

a) 450 to 400 i 50, więc $450 = 400 + 50 = (500 - 100) + 50 = \text{CDL}$

b) 1938 to 1000 i 900, i 30, i 8, więc $1938 = 1000 + 900 + 30 + 8 =$
 $= 1000 + (1000 - 100) + (10 + 10 + 10) + (5 + 1 + 1 + 1) = \text{MCMXXXVIII}$

Ćwiczenie 5

Zapisz w zeszycie podane liczby w systemie rzymskim.

- | | | | |
|--------|--------|---------|---------|
| a) 101 | b) 140 | c) 91 | d) 295 |
| e) 410 | f) 904 | g) 1409 | h) 3249 |

Przykład 3

Zapiszmy podane liczby cyframi arabskimi.

a) DCXIV

b) MCDL

a) $\text{DCXIV} = (500 + 100) + 10 + (5 - 1) = 600 + 10 + 4 = 614$

b) $\text{MCDL} = 1000 + (500 - 100) + 50 = 1000 + 400 + 50 = 1450$

Ćwiczenie 6

Zapisz podane liczby cyframi arabskimi.

a) CXII

b) LVIII

c) CDXXXII

d) CCXXXII

e) MLX

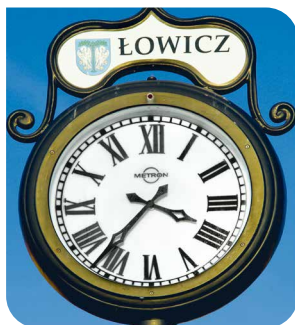
f) MMIV

g) CMXXV

h) MCDXI

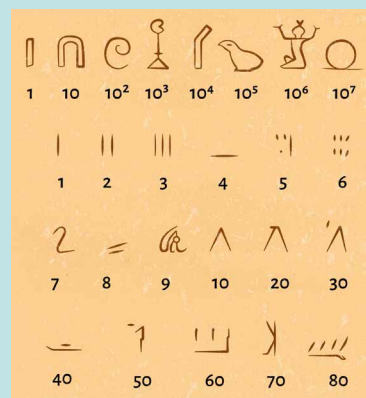
Ciekawe!

Na tarczy niektórych zegarów stosuje się dla godziny czwartej oznaczenie IIII zamiast IV. Jest to sprzeczne z ogólnie przyjętymi zasadami, ale wynika to z tradycji. Tak zapisana jest godzina czwarta na najstarszym istniejącym zegarze, znajdującym się w katedrze w Wells [czyt. łels] w Anglii, który powstał pod koniec XIV wieku. W tamtym czasie był to powszechny sposób zapisu liczby cztery w systemie rzymskim. Zegar z tak zapisaną czwórką znajduje się na przykład w Łowiczu.



Więcej na temat

Ilustracja po prawej stronie przedstawia znaki używane do zapisywania liczb w starożytnym Egipcie, a ta umieszczona poniżej – znaki babilońskie, należące do najstarszych na świecie. Babilończycy pisali pismem, które nazywamy klinowym.



● Zapisz w zeszycie pismem klinowym swój numer z dziennika.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Zadania

1 Zapisz podane liczby w systemie rzymskim.

- a) 3, 7, 13, 27, 36, 61 b) 49, 62, 95, 83, 56, 77
c) 345, 114, 958, 672, 560, 898 d) 1517, 1782, 1964, 1445, 1693
e) 2000, 3000, 2500, 3050, 2874, 3999

2 Zapisz podane liczby cyframi arabskimi.

- a) VI, XII, XXVIII, XXXV, LXXVIII
b) XXVI, XXXIX, LXXII, LIV, LXXXI, XCIX, LXVII, XLIII
c) DCCCLXXI, DXXXVI, DCXX, CMXLV, CLXXXVI, CCCXXXIII
d) MCDLXI, MCMLXXXII, MDCC, MXX, MD, MIII
e) MMDLXXVIII, MMMCDLVI, MMDCCC, MMMCXI, MMCCXCV, MML

3 Odpowiedz na pytania, odczytując daty podane w systemie rzymskim.



- a) W którym roku odlano Dzwon Zygmunt b) W którym roku miała miejsce bitwa
znajdujący się w katedrze na Wawelu? pod Grunwaldem?



MDXX



MCDX

4 Poniżej za pomocą cyfr rzymskich podano numery telefonów alarmowych.



CMXCIX

CXII

CMXCVII

CMXCVIII

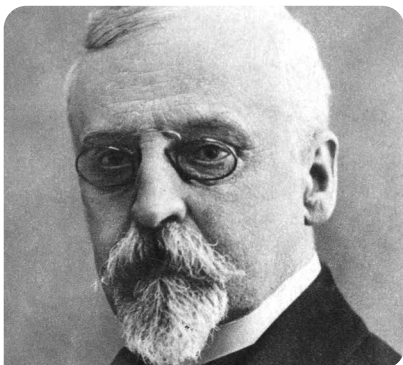
Zapisz w zeszycie w kolejności rosnącej numery tych telefonów za pomocą cyfr arabskich. Do wszystkich numerów dopisz nazwy właściwych służb ratunkowych. Jeśli nie pamiętasz, sprawdź w internecie.

5 Zapisz słownie pełne nazwy podanych wydarzeń.



- LXVII Międzynarodowy Festiwal Chopinowski
- XIX Letnie Igrzyska Olimpijskie
- XXIV Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna

- 6 Zdjęcia przedstawiają polskich laureatów Nagrody Nobla. Cyframi arabskimi zapisano lata życia każdego z nich, a rzymskimi – w którym roku każda z wymienionych osób otrzymała tę nagrodę. Zapisz te lata cyframi arabskimi. Odszukaj w internecie, kto w ostatnim czasie został polskim laureatem Nagrody Nobla.



▲ Henryk Sienkiewicz (1846–1916)
– laureat literackiej Nagrody Nobla
w MCMV roku



▲ Maria Skłodowska-Curie
[czyt. kiri] (1867–1934) – laureatka
Nagrody Nobla z fizyki w MCMIII
roku oraz chemii w MCMXI roku



▲ Władysław Reymont
(1867–1925) – laureat literackiej
Nagrody Nobla w MCMXXIV roku



▲ Czesław Miłosz (1911–2004)
– laureat literackiej Nagrody Nobla
w MCMLXXX roku



▲ Lech Wałęsa (ur. 1943) – laureat
pokojoyej Nagrody Nobla
w MCMLXXXIII roku



▲ Wisława Szymborska (1923–2012)
– laureatka literackiej Nagrody
Nobla w MCMXCVI roku

Sprawdź się!

- 1 Zapisz za pomocą cyfr arabskich i znaków rzymskich liczbę:
 - a) sześćset pięćdziesiąt cztery,
 - b) dziewięćset dziewięćdziesiąt dziewięć,
 - c) tysiąc jeden,
 - d) czterysta sześćdziesiąt osiem.
- 2 Zapisz za pomocą cyfr arabskich: 4, 5 i 9 wszystkie liczby trzycyfrowe, w których każda z tych cyfr występuje tylko raz. Zapisz te liczby w systemie rzymskim.
- 3 Sprawdź, czy liczby zapisane z użyciem cyfr arabskich zostały poprawnie zapisane w systemie rzymskim. Jeśli zapis jest błędny, popraw go i zapisz w zeszycie.
 - a) 45 = VL
 - b) 79 = LXXIX
 - c) 692 = CDXCII
 - d) 1595 = MDVC

Podsumowanie działu 2. Systemy zapisu liczb

system dziesiętkowy
cyfra

liczba
system rzymski

liczba naturalna
system pozycyjny

Cyfry i liczby

Cyfra w liczbie to jak litera w wyrazie.

Liczbę 123 zapisujemy za pomocą cyfr 1, 2, i 3.

Liczbę 5 zapisujemy za pomocą cyfry 5.

Wyraz kot zapisujemy za pomocą liter k, o, t.

Wyraz i zapisujemy za pomocą litery i.

System dziesiętkowy

10 jedności to 1 dziesiątka

10 dziesiątek to 1 setka

10 setek to 1 tysiąc

itd.

W systemie dziesiętkowym 10 jednostek niższego rzędu tworzy jedną jednostkę kolejnego rzędu wyższego.

System pozycyjny

W systemie pozycyjnym znaczenie cyfry zależy od jej pozycji (miejsca) w liczbie.

527
↑
rzęd setek rzęd dziesiątek rzęd jedności

Jeżeli musimy odczytać większą liczbę, dla ułatwienia dzielimy ją na trzycyfrowe grupy (licząc od prawej strony).

789 034 126
↑
grupa milionów grupa tysięcy grupa jedności

Porównywanie liczb

Ta liczba jest większa, która ma więcej cyfr, na przykład:

125 > 87

1000 > 98

Jeżeli liczby mają tyle samo cyfr, to porównujemy kolejno (zaczynając od lewej strony) cyfry w tych samych rzędach, na przykład:

174 < 247

123 574 > 123 305

Rzymski system zapisu liczb

I – 1

V – 5

X – 10

L – 50

C – 100

D – 500

M – 1000

W zadaniach 1–9 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 1 Liczba pięćdziesiąt milionów pięćset tysięcy pięćset pięć zapisana za pomocą cyfr to
 A. 5 050 055 B. 50 500 000 505 C. 50 500 505 D. 5 050 505

- 2 Iloczyn liczb 9000 i 8000 to
 A. siedemset dwadzieścia tysięcy B. siedemdziesiąt dwa miliony
 C. siedem milionów dwieście tysięcy D. siedemdziesiąt dwa tysiące

- 3 Liczba o trzy miliony dwa tysiące siedem większa od liczby dziewięćdziesiąt trzy to
 A. 3 002 100 B. 3 002 937 C. 3 002 200 D. 3 932 007

- 4 Tysiąc tysięcy to
 A. 100 000 B. 10 000 000 C. 1 000 000 D. 10 000

- 5 Jaka liczba została zaznaczona kolorem na osi liczbowej?



- A. 120 000 B. 140 000 C. 100 002 D. 100 200

- 6 Spośród liczb: XXVIII, XXX, XIX, XXIX największa to
 A. XXVIII B. XXX C. XIX D. XXIX

- 7 125 setek to
 A. 125 B. 1250 C. 100 205 D. 12 500

- 8 Liczba o 1 mniejsza od dziesięciu milionów to
 A. 999 999 B. 9 999 999 C. 99 999 D. 9999

- 9 Ania zapisała datę swoich narodzin (dzień, miesiąc, rok), ale zapomniała o kropkach. Który zapis jest tą datą?
 A. 22032014 B. 30222014 C. 32032014 D. 22302014

- 10 Ile jest liczb:
 a) dwucyfrowych parzystych,
 b) trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3,
 c) trzycyfrowych, w których wszystkie cyfry są takie same,
 d) trzycyfrowych, które można zapisać za pomocą cyfr 1, 5, 9 (należy wykorzystać każdą cyfrę),
 e) czterocyfrowych?

- 11 Zapisz wszystkie liczby trzycyfrowe utworzone z cyfr 1 i 2.

- 12 Narysuj oś liczbową, dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz na osi daty podane w tabeli.

Wydarzenie	Rok
wyprodukowanie pierwszego rodzaju klocków Lego	1949
premiera bajki <i>Pszczółka Maja</i>	1979
uruchomienie Allegro.pl – pierwszego portalu aukcyjnego w Polsce	1999

- 13 Wybierz z tabeli liczby poprawnie zapisane w systemie rzymskim. Przepisz je i zapisz w systemie dziesiętkowym. Zadanie rozwiąż na osobnej kartce. Możesz podzielić się pracą z koleżanką lub kolegą. Każde z was wykona jedną część zadania, a potem sprawdzicie wzajemnie poprawność jego wykonania.

Część I	III	IIV	XXIX	VX	IC	VV	LX	IXXI	IIIL	CC
Część II	XXXX	XXII	IIX	IXI	VC	XL	VIV	LIIL	CX	LL

D Każde drzewo się liczy

Drzewa pełnią kluczowe funkcje na Ziemi. Produkują tlen, oczyszczają powietrze, są domem dla wielu roślin i zwierząt oraz dostarczają drewno – jeden z najbardziej uniwersalnych materiałów. Fundacja Zieloni Matematycy co roku organizuje akcję sadzenia drzew na terenie swojej szkółki leśnej. W tym roku przeznaczyła trzy tysiące sześćset trzy złote na zakup sadzonek. Poniżej znajdują się oferty z pobliskich nadleśnictw oraz informacje o liczbie drzew rosnących obecnie na terenie szkółki. Fundacja potrzebuje twojej pomocy. Zaplanuj zakup sadzonek tak, aby wykorzystać dostępny budżet do posadzenia jak największej liczby drzewek. Postępuj zgodnie z instrukcją.

CENNIK SADZONEK

Nadleśnictwo CDVI
świerk pospolity: 100 zł
transport: 116 zł

Nadleśnictwo XCIV
brzoza brodawkowata: 140 zł
transport: 109 zł

Nadleśnictwo XXI
dąb szypułkowy: 200 zł
transport: 115 zł

Nadleśnictwo CCXLIII
sosna zwyczajna: 80 zł
transport: 190 zł

Nadleśnictwo LXXXIX
buk zwyczajny: 160 zł
transport: 106 zł

Sadzonki są sprzedawane tylko w pełnych opakowaniach (każde zawiera 100 sztuk).

Koszt transportu jest stały, nie zależy od liczby zamawianych opakowań.

Rodzaj drzewa	iglaste		liściaste		
Gatunek drzewa	sosna zwyczajna 	świerk pospolity 	brzoza brodawkowata 	dąb szypułkowy 	buk zwyczajny 
Liczba drzew rosnących w szkółce	975	62	417	36	58

INSTRUKCJA

Kwota przeznaczona na akcję „Każde drzewo się liczy” ma wystarczyć na zakup sadzonek i opłacenie kosztów transportu.

- 1 Ustal liczbę opakowań sadzonek drzew każdego gatunku, którą fundacja ma zakupić w ramach ustalonej kwoty. Zaplanuj zakup sadzonek tak, aby kupić drzewa z wszystkich podanych gatunków i każdy w innej liczbie sztuk.
- 2 Oblicz, ile sadzonek kupiono oraz jaki był łączny koszt zakupu razem z transportem. Tabelę potraktuj jako pomoc w wykonywaniu obliczeń.

Gatunek drzewa	Koszt jednego opakowania 100 szt.	Liczba opakowań	Koszt transportu	Łączny koszt zakupu sadzonek i transportu	Liczba sadzonek w sztukach
sosna zwyczajna	?	?	?	?	?
świerk pospolity	?	?	?	?	?
brzoza brodawkowata	?	?	?	?	?
dąb szypułkowy	?	?	?	?	?
buk zwyczajny	?	?	?	?	?
			Suma:	?	?

- 3 Przygotuj listę nadleśnictw z numerami zapisanymi cyframi arabskimi. Obok nich wpisz łączny koszt zakupu sadzonek i transportu. Kwoty zapisz cyframi oraz słownie. Dane posłużą fundacji do zlecenia przelewów do nadleśnictw. Oblicz, ile pieniędzy zostanie po opłaceniu wszystkich zakupów.
- 4 Oblicz, ile drzew każdego gatunku będzie rośło na terenie szkoły leśnej po posadzeniu nowych sadzonek. Ostatnie posadzone drzewo każdego rodzaju zostanie oznaczone pamiątkową tabliczką. Będzie na niej podana łączna liczba drzew tego gatunku zapisana w systemie rzymskim oraz wymyślona przez ciebie nazwa. Zapisz, co będzie na twoich tabliczkach.

Chcę zaplanować zakup 100 sadzonek dębu. Jaki napis powinien się znaleźć na pamiątkowej tabliczce?



W tej chwili rośnie tu 36 dębów, więc po posadzeniu kolejnych będzie ich 136. Na tabliczce trzeba zapisać tę liczbę w systemie rzymskim oraz podać wymyśloną przez siebie nazwę drzewa.



Teraz rozumiem. Liczba 136 zapisana w systemie rzymskim to CXXXVI, więc na mojej tabliczce może być napis „Król Dąb CXXXVI”.



- 5 Oblicz, ile będzie wszystkich drzew w szkółce po posadzeniu sadzonek. Zaprojektuj grafikę prezentującą las po posadzeniu nowych drzew. Powinny się na niej znaleźć:
 - rysunek i liczba drzew każdego gatunku zapisana cyframi arabskimi,
 - pamiątkowe tabliczki z wymyśloną nazwą drzewa i liczbą sadzonek danego gatunku zapisaną w systemie rzymskim,
 - liczba wszystkich drzew po posadzeniu – z zaznaczoną w niej cyfrą jedności, dziesiątek, setek i tysięcy.

Reszta zależy od ciebie i twojej kreatywności. Aby uzyskać dokładniejsze rysunki, wyszukaj wybrane drzewa w internecie.

3. Działania na liczbach naturalnych

- Aplikacja w telefonie rowerzysty dokładnie rejestruje przebyty dystans od pierwszej chorągiewki (po lewej stronie). Ile metrów wskaże aplikacja przy chorągiewce na polu namiotowym?
- Rowerzysta sprawdził licznik przy drugiej chorągiewce. Ile metrów musi jeszcze pokonać, aby dotrzeć do pola namiotowego?
- Kto zapłaci więcej za pobyt na polu namiotowym: osoba dorosła z dzieckiem do lat 3 za dwudniowy pobyt czy dwie osoby dorosłe za jeden dzień pobytu w namiocie dwuosobowym?



Pole Namiotowe Złota Oś	
CENNIK	
Namiot (1- lub 2-osobowy)	20 zł/doba
Osoba dorosła	18 zł/doba
Dziecko od 3 do 12 lat	15 zł/doba
Dziecko do lat 3	bezpłatnie

3.1. Dodawanie liczb

Tego się dowiesz

- jak wykonywać dodawanie liczb wielocyfrowych różnymi metodami
- co to jest dodawanie liczb sposobem pisemnym i jak je wykonać

Podejmij temat

- Czy takie uporządkowanie pieniędzy według ciebie pomaga w obliczaniu sumy?
- Co można zrobić, jeśli zamiast 9 byłoby na przykład 11 złotych? Zaproponuj sposób ułatwienia sobie obliczeń.



Gdy dodajemy duże liczby, warto korzystać z poznanych własności dodawania. Możemy też nauczyć się dodawania sposobem pisemnym, czyli według ustalonego planu działania.

Przykład 1

Paweł ma 168 zł, a Monika 421 zł. Ile pieniędzy mają razem?

Sposób I

Taką sumę możemy obliczyć, łącząc setki z setkami, dziesiątki z dziesiątkami i jednościami z jednościami, a potem dodać otrzymane wyniki.

$$168 = 100 + 60 + 8$$

$$+ \downarrow \quad + \downarrow \quad + \downarrow$$

$$421 = 400 + 20 + 1$$

$$= \downarrow \quad = \downarrow \quad = \downarrow$$

$$500 \quad 80 \quad 9$$

$$500 \text{ zł} + 80 \text{ zł} + 9 \text{ zł} = 589 \text{ zł}$$

Sposób II

Tę sumę możemy obliczyć także w inny sposób. Liczbę 421 rozkładamy na $400 + 20 + 1$.

Najpierw do 168 dodajemy 400. $168 + 400 = 568$

Następnie dodajemy 20. $568 + 20 = 588$

Na końcu dodajemy 1. $588 + 1 = 589$

Sposób III

Sumę podanych liczb da się też obliczyć, używając sposobu pisemnego.

Krok 1. Podpisujemy jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline \end{array}$$

Krok 2. Dodajemy cyfrę jedności do cyfry jedności. Wynik wpisujemy w rzędzie jedności.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 9 \end{array}$$

$8 + 1 = 9$

Krok 3. Dodajemy cyfrę dziesiątek do cyfry dziesiątek. Wynik wpisujemy w rzędzie dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 89 \end{array}$$

$6 + 2 = 8$

Krok 4. Dodajemy cyfrę setek do cyfry setek. Wynik wpisujemy w rzędzie setek.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 589 \end{array}$$

$1 + 4 = 5$

Monika i Paweł mają razem 589 zł.

Jeżeli dodawane liczby nie mają tyle samo cyfr, a chcemy skorzystać z dodawania liczb sposobem pisemnym, wtedy zapisy działań pisemnych mogą wyglądać jak poniżej.

$$\begin{array}{r} 372 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5854 \\ + 143 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9528 \\ + 61 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ + 714 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 3723 \\ \hline \end{array}$$

Ćwiczenie 1

Wykonaj podane działania dowolnym sposobem.

a) $73 + 24$

b) $44 + 55$

c) $123 + 44$

d) $32 + 256$

e) $133 + 145$

f) $547 + 121$

g) $4235 + 564$

h) $276 + 413$

i) $25 + 11\ 634$

j) $35\ 821 + 111$

k) $1234 + 12\ 345$

l) $46\ 524 + 32\ 471$

Przykład 2

Kasia wybrała się na kilkudniową wycieczkę rowerową.

- a) Pierwszego dnia przejechała 68 km, a drugiego 26 km. Ile kilometrów pokonała łącznie w ciągu tych dwóch dni?
- b) Przed ostatnim dniem wycieczki Kasia miała już za sobą 359 km trasy. Ostatniego dnia przejechała 64 km. Ile kilometrów pokonała podczas całej wycieczki?

a) Sposób I

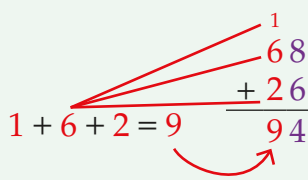
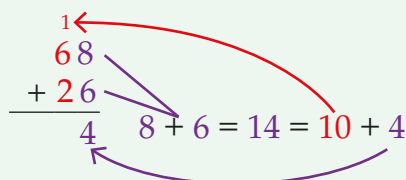
$$68 + 26 = 80 + 14 = 94$$



Dodajemy dziesiątki do dziesiątek, jednostki do jednostki.

Sposób II

Dziesięć jednostek to jedna dziesiątka. Zatem jeżeli w pewnym rzędzie suma cyfr wynosi więcej niż 9, to zapisujemy tylko jednostki, a dziesiątki przenosimy do rzędu wyższego.



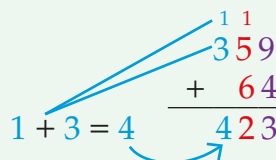
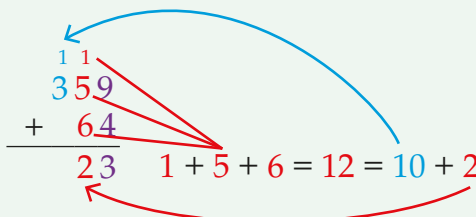
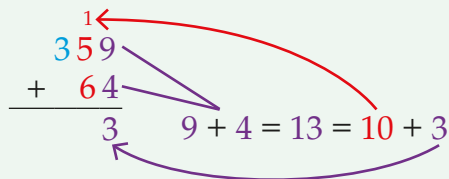
W ciągu dwóch dni Kasia przejechała 94 km.

b) Sposób I

$$359 + 64 = 300 + 110 + 13 = 410 + 13 = 423$$



Sposób II



Podczas całej wycieczki Kasia przejechała 423 km.

Ćwiczenie 2

Wykonaj dodawanie dowolnym sposobem.

a) $54 + 39$

b) $236 + 47$

c) $412 + 89$

d) $763 + 51$

e) $1543 + 47$

f) $2845 + 91$

g) $2174 + 142$

h) $5267 + 188$

Przykład 3

Tomek dostał duży zestaw klocków składający się z trzech pudełek. W największym pudełku znajduje się 938 elementów, w średnim 472, a w najmniejszym 25 specjalnych elementów. Ile łącznie elementów znajduje się w zestawie Tomka?

Obliczmy sumę liczb: 938, 472 i 25.

Sposób I

$$938 + 472 + 25 =$$

$$\begin{array}{r} 938 \\ 472 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$$

$$= 1300 + 120 + 15 = 1435$$

Dodajemy setki do setek, dziesiątki do dziesiątek, jednośc do jednośc.

Sposób II

$$\begin{array}{r} 938 \\ 472 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$$

Diagram illustrating the addition process for Sposób II. It shows three vertical addition problems with arrows indicating the flow of digits and the resulting sum.

1. $938 + 472 + 25 = 1300 + 120 + 15 = 1435$

2. $938 + 472 + 25 = 1300 + 120 + 15 = 1435$

3. $938 + 472 + 25 = 1300 + 120 + 15 = 1435$

Zestaw Tomka składa się z 1435 elementów.

Przykład 4

Ania gra w swoją ulubioną grę przygodową. W kolejnych rundach zdobyła 127, 586 i 64 punkty. W rundzie bonusowej uzyskała dodatkowo 103 punkty. Ile punktów zdobyła łącznie?

Sposób I

$$127 + 586 + 64 + 103 =$$

$$= (127 + 103) + (586 + 64) =$$

$$= 230 + 650 = 880$$

Grupujemy liczby, które można łatwo dodać w pamięci: 127 i 103 oraz 586 i 64.

Sposób II

Tę sumę możemy również obliczyć sposobem pisemnym. Liczby zapisujemy pod sobą. Suma nie zależy od kolejności składników, więc możemy ją obliczyć, dodając cyfry po kolei z góry na dół albo z dołu do góry, lub zmieniając w pamięci ich kolejność.

Możemy zatem ułatwić sobie dodawanie:

$$\begin{array}{r} 127 \\ 586 \\ 64 \\ + 103 \\ \hline 880 \end{array}$$

Ania zdobyła 880 punktów.

Popatrz, jak sobie ułatwiłam obliczenia w tym przykładzie. Dodałam 7 i 3, a potem 6 i 4.

No tak, faktycznie, przecież dodawanie jest przemienne.





Jedną z dyscyplin międzyszkolnych zawodów sportowych był rozgrywany drużynowo rzut piłeczką palantową. Każdy zawodnik oddawał dwa rzuty. Długości rzutów poszczególnych osób, mierzone w metrach, podano w tabeli. Wynik zawodnika to suma długości obu rzutów. Wynik drużyny to suma wyników wszystkich zawodników z danej szkoły.

	Zawodnik nr 1		Zawodnik nr 2		Zawodnik nr 3		Zawodnik nr 4	
	I rzut	II rzut	I rzut	II rzut	I rzut	II rzut	I rzut	II rzut
Szkoła Podstawowa nr 16	53	47	38	54	43	49	45	53
Szkoła Podstawowa nr 32	46	50	43	41	44	42	54	47
Szkoła Podstawowa nr 40	39	44	46	49	40	50	51	46

- Która drużyna wygrała?
- Podaj najlepszego zawodnika z każdej drużyny.
- Wymień trzech najlepszych zawodników spośród wszystkich biorących udział w zawodach.

Zadania

- Oblicz sumę podanych liczb dowolnym sposobem.
 - $49 + 21$
 - $84 + 68$
 - $256 + 37$
 - $573 + 118$
 - $4212 + 798$
 - $5231 + 2758$
 - $7315 + 1426$
 - $3283 + 5637$
- Oblicz.
 - $1400 + 253 + 27$
 - $1226 + 15 + 54$
 - $2543 + 163 + 33$
 - $4587 + 208 + 103$
 - $5556 + 34 + 145$
 - $121 + 1869 + 456$
 - $999 + 253 + 112$
 - $324 + 576 + 879$
- Do liczby 2594 dodaj liczbę 3876.
- Do sumy liczb 4586 i 3856 dodaj liczbę 5876.
- W tabeli zamieszczono cztery popularne w Polsce nazwy miejscowości. W internecie można znaleźć informacje, ile tych powtarzających się nazw mamy w naszym kraju. Oblicz, ile jest razem miejscowości o podanych nazwach.

Nazwa miejscowości	Nowa Wieś	Dąbrowa	Zalesie	Górki
Liczba miejscowości	313	212	196	180

- Podręcznik Tosi do historii ma 160 stron. Podręcznik do przyrody jest o 48 stron grubszy. Z kolei ten do języka polskiego ma o 128 stron więcej niż do przyrody. Ile stron mają trzy podręczniki łącznie?



- 7 Wykonaj poniższe działania. Wyniki ustaw w kolejności od liczby największej do najmniejszej. Odczytaj hasło.

$245 + 2817 \quad \text{Ó}$

$5367 + 223 \quad \text{W}$

$182 + 4727 \quad \text{O}$

$283 + 3649 \quad \text{D}$

$56 + 1777 \quad \text{R}$

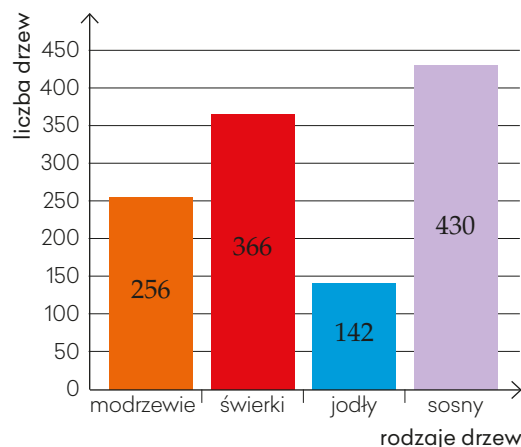
Odpowiedz na pytania.

- Co oznacza słowo będące hasłem?
- Gdzie występuje?
- Jakie ma zastosowania?

Jeśli nie znasz odpowiedzi, poszukaj ich w internecie.

- 8 Pewien skrupulatny leśniczy policzył wszystkie drzewa w swoim lesie. Wynik przedstawił na diagramie.

- Ile jest świerków, a ile modrzewi w tym lesie?
- Których drzew jest najwięcej?
- Ile drzew rośnie w tym lesie?



- 9 Sprawdź, czy kwadrat jest magiczny. W tym celu wykonaj odpowiednie działania. W kwadracie magicznym podaj sumę magiczną.

a)

76	70	100
106	82	58
64	95	87

b)

135	98	115
96	116	136
117	134	97

Informacje o kwadratach magicznych znajdziesz w *Zaskocz wiedzę!* na s. 60.

Sprawdź się!

- Oblicz sumę liczb: dwa tysiące czterysta pięćdziesiąt siedem i dziewięćdziesiąt cztery tysiące czterdzieści trzy. Wynik zapisz słownie.
- Marcin zaoszczędził na wakacje 257 zł, a jego brat Dawid odłożył o 399 zł więcej. Ile zaoszczędził Dawid? Ile pieniędzy mają bracia łącznie?
- W bibliotece naukowej są 132 książki historyczne, 253 geograficzne, 467 przyrodniczych i 57 egzemplarzy z innych dziedzin nauki. Ile książek znajduje się w tej bibliotece? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 1009 B. 900 C. 909 D. 899

3.2. Odejmowanie liczb

Tego się dowiesz

- jak wykonywać odejmowanie liczb wielocyfrowych różnymi metodami
- co to jest odejmowanie liczb sposobem pisemnym i jak je wykonać

Podejmij temat

- Czy 1600 zł wystarczy na zakup w promocji nart z wiązaniami?
- Czy potrafisz to szybko obliczyć?



Odejmowanie dużych liczb nie musi sprawiać trudności. Podobnie jak w przypadku dodawania istnieją różne sposoby ułatwienia sobie obliczeń.

Przykład 1

Obliczmy różnicę liczb 7456 i 321.

Sposób I

Aby lepiej zrozumieć odejmowanie, posłużymy się fragmentem liczydła pozycyjnego. Na liczydłe przedstawiono liczbę 7456. Każdy kolor koralików oznacza inny rząd:

zielone koraliki – tysiące,
niebieskie koraliki – setki,
żółte koraliki – dziesiątki,
czerwone koraliki – jedności.



Od liczby 7456 odejmujemy liczbę 321. Skreślimy zatem odpowiednią liczbę koralików:

3 niebieskie koraliki (setki),
2 żółte koraliki (dziesiątki),
1 czerwony koralik (jedności).



Policzmy koraliki, które pozostały na drążkach. Otrzymujemy:
7 tysięcy, 1 setkę, 3 dziesiątki, 5 jedności.

Zapisujemy wynik: $7456 - 321 = 7135$.

Sposób II

$$\begin{aligned}7456 - 321 &= \\&= (7456 - 300) - 20 - 1 = \\&= (7156 - 20) - 1 = \\&= 7136 - 1 = \\&= 7135\end{aligned}$$

Jak odjąć 321 od 7456?



Rozłożmy 321 na 300, 20 i 1.
Wtedy łatwo odejmiemy setki,
dziesiątki i jedności.



Sposób III

Różnicę podanych liczb możemy również obliczyć, używając sposobu pisemnego.

Krok 1. Podpisujemy jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami itd.

$$\begin{array}{r}7456 \\ - 321 \\ \hline\end{array}$$

Krok 2. Od cyfry jedności odejmujemy cyfrę jedności.
Wynik wpisujemy w rzędzie jedności.

$$\begin{array}{r}7456 \\ - 321 \\ \hline 5\end{array}$$

Diagram showing the subtraction of 1 from 6 in the units place, resulting in 5. A purple arrow points from the 6 to the 5, and the calculation $6 - 1 = 5$ is shown.

Krok 3. Od cyfry dziesiątek odejmujemy cyfrę dziesiątek.
Wynik wpisujemy w rzędzie dziesiątek.

$$\begin{array}{r}7456 \\ - 321 \\ \hline 35\end{array}$$

Diagram showing the subtraction of 2 from 5 in the tens place, resulting in 3. A red arrow points from the 5 to the 3, and the calculation $5 - 2 = 3$ is shown.

Krok 4. Od cyfry setek odejmujemy cyfrę setek.
Wynik wpisujemy w rzędzie setek.

$$\begin{array}{r}7456 \\ - 321 \\ \hline 135\end{array}$$

Diagram showing the subtraction of 3 from 4 in the hundreds place, resulting in 1. A blue arrow points from the 4 to the 1, and the calculation $4 - 3 = 1$ is shown.

Krok 5. Przepisujemy cyfrę tysięcy (ponieważ nie ma czego odjąć).

$$\begin{array}{r}7456 \\ - 321 \\ \hline 7135\end{array}$$

Diagram showing the final result 7135. A curved arrow points from the 7 in the thousands place of the minuend to the 7 in the thousands place of the result.

Ćwiczenie 1

Wykonaj podane działanie dwoma różnymi sposobami.

a) $234 - 23$

b) $269 - 58$

c) $789 - 258$

d) $3876 - 526$

e) $2687 - 45$

f) $8954 - 1743$

Popatrzmy, jak możemy wykonywać odejmowanie, gdy któraś z cyfr odjemnej jest mniejsza od cyfry odjemnika w tym samym rzędzie.

Przykład 2

- Na szkolny kiermasz zebrano 2861 zł. Na zakup materiałów potrzebnych do organizacji wydarzenia przeznaczono 319 zł. Ile pieniędzy zostało?
- W kasie szkolnego sklepiku było 754 zł. Na zakup nowych produktów przeznaczono 582 zł. Ile pieniędzy pozostało w kasie?

a) Sposób I

Posłużmy się banknotami i monetami, aby wykonać odejmowanie.



$$2861 \text{ zł} - 319 \text{ zł} = 2542 \text{ zł}$$

Sposób II

Podczas odejmowania sposobem pisemnym czasami trzeba zamienić jedną jednostkę rzędu wyższego na 10 jednostek rzędu niższego.

$$\begin{array}{r} \text{5} \quad \text{10} \quad \text{1} = 11 \\ 2 \quad 8 \quad 6 \quad 1 \\ - 3 \quad 1 \quad 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{5} \quad \text{11} \\ 2 \quad 8 \quad 6 \quad 1 \\ - 3 \quad 1 \quad 9 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

Od 1 nie możemy odjąć 9, zatem zamieniamy 1 dziesiątkę na 10 jedności.

Wartość liczby się nie zmienia – zmienia się tylko sposób jej zapisania.

W rzędzie jedności mamy teraz 11 jedności.

Odejmujemy od nich 9 jedności odjemnika.

W rzędzie dziesiątek pozostało 5 dziesiątek. Odejmujemy od nich 1 dziesiątkę odjemnika.

$$2861 \text{ zł} - 319 \text{ zł} = 2542 \text{ zł}$$

Zostało 2542 zł.

b) Sposób I

$$\begin{aligned}754 - 582 &= 754 - 500 - 82 = \\&= 254 - 82 = 254 - 52 - 30 = \\&= 202 - 30 = 172\end{aligned}$$

Rozłożmy 582 na 500 i 82, a następnie 82 na 52 i 30. Dzięki temu łatwo wykonamy odejmowanie.

Jak od 754 odjąć 582?



Sposób II

$$\begin{array}{r}6 \quad 10 + 5 = 15 \\7 \quad 5 \quad 4 \\- 5 \quad 8 \quad 2 \\ \hline \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 2\end{array}$$

$$\begin{array}{r}6 \quad 15 \\7 \quad 5 \quad 4 \\- 5 \quad 8 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 7 \quad 2\end{array}$$

Nie możemy odjąć 8 dziesiątek od 5 dziesiątek, dlatego zamieniamy 1 setkę na 10 dziesiątek. Wartość liczby się nie zmienia – zmienia się tylko sposób jej zapisania. W rzędzie dziesiątek mamy teraz 15 dziesiątek. Odejmujemy od nich 8 dziesiątek odjemnika.

W rzędzie setek pozostało 6 setek. Odejmujemy od nich 5 setek odjemnika.

W kasie pozostało 172 zł.

Podobnie postępujemy, gdy w danym rzędzie nie możemy wykonać odejmowania. Zamieniamy wtedy jedną jednostkę wyższego rzędu na 10 jednostek niższego rzędu.



Tak samo możemy zamieniać tysiące na setki lub dziesiątki tysięcy na tysiące.

Ćwiczenie 2

Wykonaj odejmowanie dowolnym sposobem i sprawdź za pomocą dodawania.

- | | | | |
|------------------|-----------------|------------------|------------------|
| a) $3567 - 158$ | b) $3824 - 116$ | c) $4298 - 373$ | d) $258 - 194$ |
| e) $2458 - 1376$ | f) $375 - 218$ | g) $4184 - 641$ | h) $7658 - 857$ |
| i) $3456 - 1372$ | j) $777 - 569$ | k) $4763 - 1625$ | l) $5328 - 3816$ |

Ćwiczenie 3

Przepisz działania. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $369 - ? = 145$ | b) $570 - ? = 68$ | c) $854 - ? = 723$ | d) $651 - ? = 345$ |
| e) $5986 - ? = 4455$ | f) $2889 - ? = 1968$ | g) $7147 - ? = 5085$ | h) $8353 - ? = 5249$ |

Czy każda okazja to prawdziwa obniżka?

Tymon



Tosia

- Tymon:** Zobacz te słuchawki. Muszę je kupić – wydam na nie całe kieszonkowe!
- Tosia:** A nie miałeś kupić bloku rysunkowego na plastykę? Mama zawsze powtarza: najpierw **podstawowe potrzeby**, a dopiero potem **przyjemności**.
- Tymon:** Wiem, ale teraz to co innego. Przecież poluję na okazję! Patrz, jest wielki napis **PROMOCJA**. A do tego dają breloczek jako **gratis**. Można też wygrać nagrodę w **konkursie**.
- Tosia:** A sprawdziłeś tę małą cenę pod spodem?
- Tymon:** Tę przekreśloną?
- Tosia:** Nie, tę drugą. Sklep ma obowiązek podać **najniższą cenę z ostatnich 30 dni przed obniżką**. Czasami sklepy podnoszą też cenę tuż przed promocją, żeby udawać obniżkę.
- Tymon:** Ojej... Masz rację! Tydzień temu te słuchawki kosztowały tyle samo co dzisiaj! A podobno to promocja.
- Tosia:** Widzisz? Nie daj się nabrać na sztucznie ustalone ceny.
- Tymon:** Dzięki! Wiesz co, jednak kupię ten blok, a na słuchawki poszukam innej oferty.



Zadania

W Sklepie Sportowym Promyk trwa sezonowa obniżka cen. Przeczytaj polecenia i na podstawie poniższej grafiki z cenami produktów odpowiedz na pytania.



- 1 Jaką łączną kwotę zaoszczędzisz, kupując rower, wrotki i namiot w promocyjnych cenach? Jakie artykuły możesz dodatkowo nabyć za zaoszczędzone pieniądze?
- 2 Ile reszty otrzymasz, płacąc trzema banknotami po 100 zł za zakup: termosu, plecaka i deskorolki?
- 3 Wyobraź sobie, że wyposażasz obóz sportowy i masz budżet w wysokości 2000 zł. Wybierz co najmniej 5 różnych produktów tak, aby wykorzystać jak największą część budżetu, ale go nie przekroczyć. Oblicz łączny koszt zakupów oraz kwotę, która pozostanie.

Zadania

- 1 Oblicz różnicę podanych liczb dowolnym sposobem.

a) 453 i 121	b) 2675 i 472	c) 8652 i 7301	d) 741 i 527
e) 5735 i 892	f) 9876 i 4531	g) 4207 i 1330	 h) 29 842 i 1761
- 2 Od liczby 3167 odejmij liczbę 925.
- 3 Napisz takie odejmowanie, w którym odjemnikiem jest liczba 1964, a różnicą liczba 5342.
- 4 Oblicz różnicę liczb: osiemdziesiąt trzy tysiące dwieście trzydzieści pięć i siedemset dwadzieścia cztery. Wynik zapisz słownie.
- 5 Pani Ola i pani Kasia wybrały się na zakupy. Pierwsza z nich miała 917 zł, a druga o 255 zł mniej. Ile pieniędzy miała pani Kasia?
- 6 Marek kupił koszulę, bluzę i spodnie. Ile reszty dostał, jeżeli zapłacił trzema banknotami po 200 zł? Ceny odczytaj z rysunku.



- 7 W listopadzie pan Jacek zarobił 4971 zł, a jego brat Roman o 326 zł mniej. Ile pieniędzy łącznie zarobili bracia?
- 8 Pan Jan ma przejechać swoim samochodem w ciągu trzech dni 1280 km. Pierwszego dnia pokonał 386 km, a drugiego 484 km. Ile kilometrów musi przejechać trzeciego dnia?

Ciekawe!

Czy wiesz, od kiedy człowiek korzysta z chusteczek higienicznych? Albo od kiedy posługuje się kompasem?

Poniżej wymieniono różne wynalazki i przy każdym podano rok ich wynalezienia.

kompas magnetyczny	1090
okulary	1286
zegarek sprężynowy	1510
mikroskop	1590
termometr	1592
piorunochron	1752
gumka do ścierania	1770
rower	1839
maszyna do szycia	1846
żelazko	1862
samochód	1885
chusteczki higieniczne	1918
mysz komputerowa	1968
telefon komórkowy	1973



W tabeli podano nazwy i długości czterech rzek przepływających przez Polskę. O ile kilometrów Warta jest

- a) dłuższa od Bugu,
- b) krótsza od Odry,
- c) krótsza od Wisły?

Rzeka	Długość (km)
Wisła	1047
Odra	854
Warta	808
Bug	772



Oblicz, ile lat minęło między wynalezieniem jednego z podanych przedmiotów a wynalezieniem drugiego. Skorzystaj z informacji podanych obok.

- a) kompas magnetyczny i telefon komórkowy
- b) rower i samochód
- c) okulary i chusteczki higieniczne
- d) termometr i mysz komputerowa
- e) maszyna do szycia i żelazko
- f) zegarek sprężynowy i gumka do ścierania
- g) mikroskop i piorunochron



Do różnicy liczb 3845 i 283 dodaj liczbę 1876. Jaki jest wynik? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. 5438
- B. 5248
- C. 5358
- D. 5168

Sprawdź się!

1 Kasia i Tomek oszczędzają pieniądze na wyprawę rowerową. Kasia zaoszczędziła już 5500 zł, a Tomek o 1610 zł mniej niż ona.

- a) Ile pieniędzy zaoszczędził Tomek?
- b) Ile pieniędzy łącznie zaoszczędzili Kasia i Tomek?
- c) Ile pieniędzy zostanie im łącznie po zakupie namiotu za 394 zł?

2 Od różnicy liczb 7864 i 345 odejmij liczbę 348. Jaki jest wynik? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. 7181
- B. 7281
- C. 7361
- D. 7171

3 W grudniu narty kosztowały 4549 zł. W styczniu ich cenę obniżono o 1250 zł. W lutym po kolejnej obniżce narty kosztowały 2359 zł.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) W styczniu narty kosztowały A/B.
 - A. 3299 zł
 - B. 3319 zł
- b) W lutym cena nart była niższa o C/D niż w grudniu.
 - C. 2210 zł
 - D. 2190 zł

3.3. Mnożenie liczb

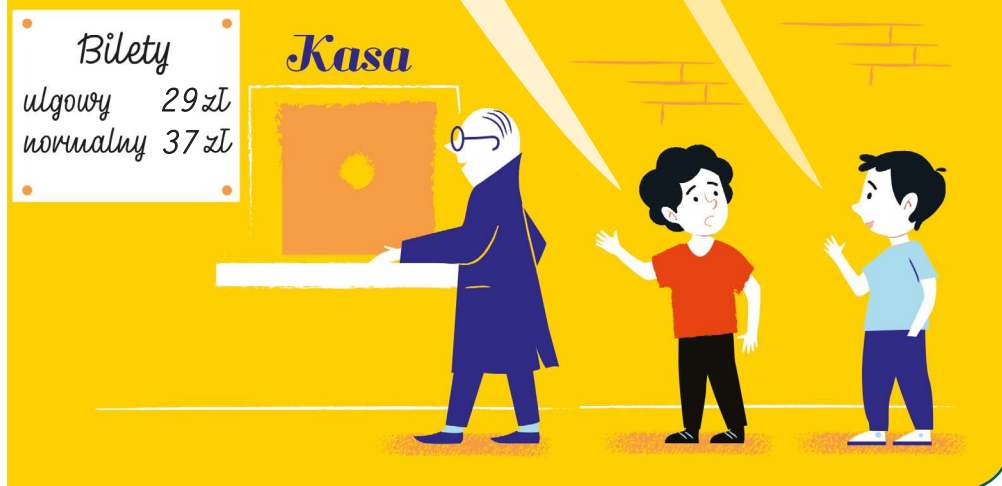
Podejmij temat

Umiem już dodawać i odejmować liczby wielocyfrowe, ale jak je mnożyć? Nie wiem, jak to zrobić...

Na szczęście łatwo obliczyć, ile zapłacimy, bo w klasie jest 20 osób. Ale nie wiem, jak byśmy obliczyli, gdyby były 34 osoby...

Tego się dowiesz

- jak wykonywać mnożenie liczb wielocyfrowych różnymi metodami
- jak mnożyć liczby sposobem pisemnym



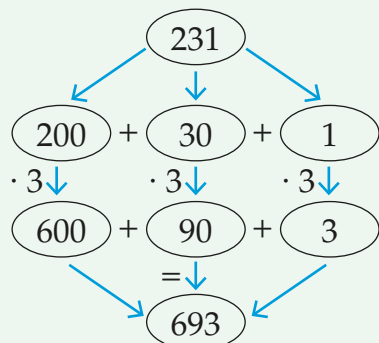
Mnożenie liczb jednocyfrowych lub wielocyfrowych nie sprawia problemów, jeśli używamy kalkulatora. Może się jednak zdarzyć, że musimy sobie poradzić bez niego. W takich sytuacjach można użyć własności mnożenia lub pomnożyć liczby sposobem pisemnym.

Wykonajmy mnożenie liczby wielocyfrowej przez jednocyfrówą różnymi sposobami.

Przykład 1

W sklepie papierniczym przygotowano 3 jednakowe zestawy szkolne. W każdym zestawie znajduje się 231 elementów. Ile elementów jest we wszystkich zestawach?

Sposób I



Rozkładamy liczbę 231 na setki, dziesiątki i jedności. Mnożymy osobno setki, dziesiątki i jedności przez 3. Na końcu dodajemy otrzymane wyniki.

$$231 \cdot 3 = 600 + 90 + 3 = 693$$

Działanie możemy również obliczyć sposobem pisemnym.

Sposób II

Krok 1. Zapisujemy liczby jedna pod drugą. Jedności ustawiamy pod jednościami. $\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 3 \\ \hline \end{array}$

Krok 2. Mnożymy kolejno jedności, dziesiątki i setki przez 3, zaczynając od prawej strony. Wyniki zapisujemy pod kreską.

$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 3 \\ \hline 3 \end{array} \quad 3 \cdot 1 = 3$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 3 \\ \hline 93 \end{array} \quad 3 \cdot 3 = 9$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ \cdot 3 \\ \hline 693 \end{array} \quad 3 \cdot 2 = 6$$

We wszystkich zestawach znajdują się 693 elementy.

Ćwiczenie 1

Oblicz.

a) $123 \cdot 3$

b) $113 \cdot 3$

c) $343 \cdot 2$

d) $542 \cdot 2$

e) $302 \cdot 4$

Przykład 2

Obliczmy $917 \cdot 5$.

Sposób I

$$917 \cdot 5 = (900 + 10 + 7) \cdot 5 = 900 \cdot 5 + 10 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 4500 + 50 + 35 = 4585$$

Liczba 917 to 9 setek, 1 dziesiątka i 7 jedności. Mnożymy osobno setki, dziesiątki i jedności przez 5, a następnie dodajemy otrzymane wyniki.

Sposób II

Krok 1. Podpisujemy jedności pod jednościami. $\begin{array}{r} 917 \\ \cdot 5 \\ \hline \end{array}$

Krok 2. Zaczynamy od prawej strony. Mnożymy kolejno jedności, dziesiątki i setki przez 5. Wyniki zapisujemy pod kreską.

$$\begin{array}{r} 917 \\ \cdot 5 \\ \hline 5 \end{array} \quad 5 \cdot 7 = 35 = 30 + 5$$

$$\begin{array}{r} 917 \\ \cdot 5 \\ \hline 85 \end{array} \quad 5 \cdot 1 + 3 = 5 + 3 = 8$$

$$\begin{array}{r} 917 \\ \cdot 5 \\ \hline 4585 \end{array} \quad 5 \cdot 9 = 45$$

Ćwiczenie 2

Oblicz.

a) $315 \cdot 6$

b) $427 \cdot 3$

c) $352 \cdot 4$

d) $618 \cdot 5$

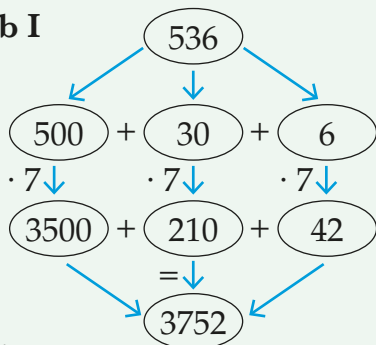
e) $329 \cdot 3$

Kolejny raz wykonajmy mnożenie liczby wielocyfrowej przez jednocyfrową.

Przykład 3

Kino organizuje tygodniowy festiwal filmowy. Każdego dnia sprzedaje 536 biletów. Ile biletów sprzedano w ciągu 7 dni?

Sposób I



Liczbę 536 zapisujemy jako $500 + 30 + 6$.

Osobno mnożymy 500 przez 7, 30 przez 7 oraz 6 przez 7.

Dodajemy otrzymane iloczyny.

Sposób II

Krok 1. Zapisujemy liczby jedna pod drugą. Jedności ustawiamy pod jednościami.

$$\begin{array}{r}
 536 \\
 \cdot 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

Krok 2. Mnożymy kolejno jedności, dziesiątki i setki przez 7, zaczynając od prawej strony. Gdy wynik ma dwie cyfry, cyfrę jedności zapisujemy pod kreską, a cyfrę dziesiątek przenosimy do następnego rzędu.

$$\begin{array}{r}
 536 \\
 \cdot 7 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$7 \cdot 6 = 42 = 40 + 2$

$$\begin{array}{r}
 536 \\
 \cdot 7 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$

$7 \cdot 3 + 4 = 25 = 20 + 5$

$$\begin{array}{r}
 536 \\
 \cdot 7 \\
 \hline
 3752
 \end{array}$$

$7 \cdot 5 + 2 = 37$

W ciągu 7 dni sprzedano 3752 bilety.

Ćwiczenie 3

Oblicz.

a) $258 \cdot 4$

b) $736 \cdot 5$

c) $1328 \cdot 6$

d) $703 \cdot 4$

e) $225 \cdot 5$

f) $246 \cdot 7$

g) $555 \cdot 8$

h) $623 \cdot 9$

i) $1769 \cdot 5$

j) $999 \cdot 3$

Ćwiczenie 4

Rok zwykły ma 365 dni. Ile dni mają trzy lata zwykłe?

Wykonajmy mnożenie liczb zakończonych zerami.

Przykład 4

Obliczmy.

a) $1420 \cdot 800$

b) $3500 \cdot 400$

c) $48\,000 \cdot 7$

Przypomnijmy, jak mnożymy liczby zakończone zerami, na przykład:

$$300 \cdot 70 = 3 \cdot 100 \cdot 7 \cdot 10 = 3 \cdot 7 \cdot 100 \cdot 10 = 21 \cdot 1000 = 21\,000.$$

Aby pomnożyć liczby zakończone zerami, najpierw pomijamy końcowe zera obu czynników, mnożymy otrzymane liczby, a następnie dopisujemy do wyniku tyle zer, ile pominięto.

a) $1420 \cdot 800$

Sposób I

$$142 \cdot 8 =$$

$$= (100 + 40 + 2) \cdot 8 =$$

$$= 100 \cdot 8 + 40 \cdot 8 + 2 \cdot 8 =$$

$$= 800 + 320 + 16 = 1136$$

Pomijamy zera, którymi zakończone są obie liczby.

Mnożymy 142 przez 8, a następnie dopisujemy trzy zera do otrzymanego wyniku.

Do wyniku dopisujemy trzy zera, czyli: $1420 \cdot 800 = 1\,136\,000$.

Sposób II

Iloczyn możemy obliczyć sposobem pisemnym.

$$\begin{array}{r} 1420 \\ \cdot 800 \\ \hline \end{array}$$

Mnożę 142 przez 8
i do wyniku dopisuję
trzy zera.



$$\begin{array}{r} 1420 \\ \cdot 800 \\ \hline 1136000 \end{array}$$

b) $3500 \cdot 400$

Sposób I

$$35 \cdot 4 =$$

$$= (30 + 5) \cdot 4 =$$

$$= 30 \cdot 4 + 5 \cdot 4 =$$

$$= 120 + 20 = 140$$

Pomijamy zera, którymi zakończone są obie liczby,
i wykonujemy mnożenie 35 przez 4.

Do wyniku dopisujemy cztery zera, czyli: $3500 \cdot 400 = 1\,400\,000$.

Sposób II

Mnożenie możemy wykonać sposobem pisemnym.

$$\begin{array}{r} 3500 \\ \cdot 400 \\ \hline \end{array}$$

Mnożymy 35 przez 4
i do wyniku dopisujemy
cztery zera.

$$\begin{array}{r} 3500 \\ \cdot 400 \\ \hline 1400000 \end{array}$$

c) $48\,000 \cdot 7$

Sposób I

$$\begin{aligned} 48 \cdot 7 &= \\ &= (40 + 8) \cdot 7 = \\ &= 40 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = \\ &= 280 + 56 = 336 \end{aligned}$$

Pomijamy zera, którymi zakończona jest liczba 48 000, i wykonujemy mnożenie 48 przez 7.

Do wyniku dopisujemy trzy zera, czyli:
 $48\,000 \cdot 7 = 336\,000$

Sposób II

Iloczyn możemy obliczyć sposobem pisemnym.

$$\begin{array}{r} 48000 \\ \cdot 7 \\ \hline \end{array}$$

Mnożymy 48 przez 7 i do wyniku dopisujemy trzy zera.

$$\begin{array}{r} 48000 \\ \cdot 7 \\ \hline 336000 \end{array}$$

Ćwiczenie 5

Oblicz. Wynik zapisz z użyciem cyfr i słownie.

a) $235 \cdot 60$

b) $1350 \cdot 90$

c) $27\,100 \cdot 40$

d) $5820 \cdot 500$

e) $4390 \cdot 3000$

f) $45\,000 \cdot 700$

Wykonajmy teraz mnożenie liczby wielocyfrowej przez liczbę dwucyfrową.

Przykład 5

Na wycieczkę pojechały 34 osoby. Każda z nich zapłaciła 526 zł. Ile kosztowała wycieczka?

Sposób I

$$526 \cdot 34 = 526 \cdot (30 + 4) =$$

Trudno obliczyć od razu koszt dla 34 osób.



Policzmy najpierw koszt dla 30 osób, a potem dla 4 osób. Na końcu dodamy wyniki.

$$\begin{aligned} &= 526 \cdot 30 + 526 \cdot 4 = (526 \cdot 3) \cdot 10 + 526 \cdot 4 = \\ &= 1578 \cdot 10 + 526 \cdot 4 = 15\,780 + 2104 = 17\,884 \end{aligned}$$

Ciekawe!

Poznajmy ciekawostkę o mnożeniu liczby 37 przez 3, 6, 9, 12..., aż do 27. Jeśli znamy iloczyn $37 \cdot 3 = 111$, to bez trudu podamy kolejne wyniki mnożenia. Czy wiesz, dlaczego?

$$\begin{aligned} 37 \cdot 3 &= 111 \\ 37 \cdot 6 &= 222 \\ 37 \cdot 9 &= 333 \\ 37 \cdot 12 &= 444 \\ 37 \cdot 15 &= 555 \\ 37 \cdot 18 &= 666 \\ 37 \cdot 21 &= 777 \\ 37 \cdot 24 &= 888 \\ 37 \cdot 27 &= 999 \end{aligned}$$

Sposób II

Krok 1. Zapisujemy liczby tak, by jedność znajdowały się pod jednościami, a dziesiątki pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} 526 \\ \cdot \quad 34 \\ \hline \end{array}$$

Krok 2. Cyfrę jedności dolnego czynnika mnożymy przez kolejne cyfry górnego czynnika (tak jak przy mnożeniu przez liczbę jednocyfrową).

$$\begin{array}{r} 526 \\ \cdot \quad 34 \\ \hline 2104 \end{array}$$

Krok 3. Cyfrę dziesiątek dolnego czynnika mnożymy przez kolejne cyfry górnego czynnika (tak jak przy mnożeniu przez liczbę jednocyfrową). Ponieważ mnożymy dziesiątki dolnej liczby, wyniki zaczynamy zapisywać w rzędzie dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 526 \\ \cdot \quad 34 \\ \hline 2104 \\ 1578 \end{array}$$

Krok 4. Dodajemy wyniki cząstkowe i uzyskujemy wynik mnożenia.

$$\begin{array}{r} 526 \\ \cdot \quad 34 \\ \hline 2104 \\ + 1578 \\ \hline 17884 \end{array}$$

Wycieczka kosztowała 17 884 zł.

Ćwiczenie 6

Oblicz.

a) $233 \cdot 13$

b) $432 \cdot 21$

c) $359 \cdot 24$

d) $1423 \cdot 16$

e) $138 \cdot 44$

f) $278 \cdot 54$

g) $1242 \cdot 35$

h) $760 \cdot 8300$

Pamiętasz, jak się wykonuje takie działania, które mamy w ostatnim punkcie? Mnożymy tylko liczby 76 i 83, a zerami na razie się nie zajmujemy...



... i do końcowego wyniku po prostu dopisujemy te zapamiętane zera.

Zadania

1 Oblicz iloczyn podanych liczb.

a) 132 i 3

b) 225 i 4

c) 167 i 4

d) 589 i 5

e) 321 i 60

f) 7200 i 90

g) 321 i 12

h) 842 i 98

2 Do iloczynu liczb 36 i 571 dodaj liczbę 478 .

3 Różnicę liczb 2362 i 190 pomnóż przez 28 .

4 Sprawdź, czy iloczyn liczb 45 i 893 wynosi $40\,285$. Wykonaj odpowiednie działanie.

- 5 Oblicz iloczyn liczb: trzy tysiące czterysta pięć i siedemset dwadzieścia.
- 6 Doba w hotelu kosztuje 195 zł. Oblicz koszt pobytu w tym hotelu jednej osoby przez trzy doby.
- 7 Całodzienny pobyt jednej osoby w pensjonacie w górach kosztuje 162 zł. Ile musi zapłacić czteroosobowa grupa za pięć dni?
- 8 Magda ma w swojej skarbonce 128 zł, a Kamil kwotę trzy razy większą. Ile pieniędzy zaoszczędził chłopiec? Ile mają razem? O ile złotych więcej zaoszczędził Kamil niż Magda?
- 9 Największa europejska mrówka, która występuje też w Polsce, to gmachówka drzewotoczna. Królowa osiąga długość nawet 18 mm. Jak długi będzie szereg 500 takich królowych ustawionych jedna za drugą? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

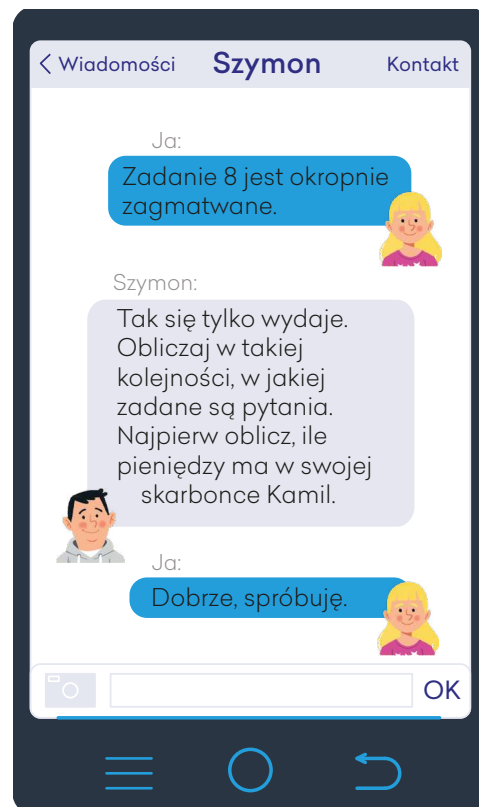
A. 900 mm

B. 518 mm

C. 9000 mm

D. 482 mm

- 10 Człowiek wykonuje około 12 wdechów na minutę, natomiast koliber aż 250. Ile wdechów wykona człowiek, a ile koliber w ciągu jednej godziny?



Sprawdź się!

- 1 Oblicz.
- a) $342 \cdot 2$ b) $126 \cdot 3$ c) $285 \cdot 6$ d) $130 \cdot 5$
e) $350 \cdot 60$ f) $1500 \cdot 200$ g) $343 \cdot 11$ h) $789 \cdot 68$
- 2 Ola kupiła dla siebie i dwóch koleżanek trzy bilety na koncert ich ulubionego artysty. Ile zapłaciła łącznie za wszystkie bilety, jeżeli jeden kosztował 212 zł?
- 3 Oblicz iloczyn największej liczby trzycyfrowej i najmniejszej liczby czterocyfrowej.
- 4 Wykonaj mnożenie. Następnie uporządkuj liczby w kolejności malejącej. Pod każdym z wyników zapisz odpowiadającą mu literę. Odczytaj hasło – nazwisko jednego ze słynnych polskich matematyków.

39 · 82	221 · 4	351 · 20	130 · 75	179 · 8	1750 · 6	54 · 270
T	R	S	A	E	N	K

3.4. Dzielenie liczb

Tego się dowiesz

- w jaki sposób dzielić liczby wielocyfrowe przez liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe
- jak wykonywać sposobem pisemnym dzielenie liczb wielocyfrowych przez liczby jednocyfrowe i dwucyfrowe

Podejmij temat

- Marcin chce podzielić 81 żetonów po równo pomiędzy 3 osoby. Ile żetonów otrzyma każda osoba?

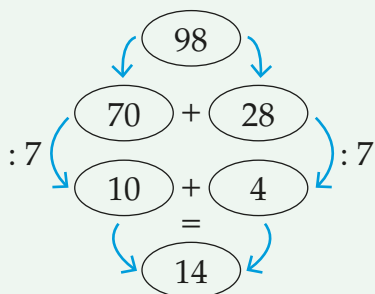


Dzielenie liczb naturalnych – podobnie jak dodawanie, odejmowanie i mnożenie – można wykonywać różnymi sposobami. Gdy liczby są duże, pomocne może być dzielenie sposobem pisemnym.

Przykład 1

- 98 uczniów podzielono na 7 jednakowych drużyn. Ilu uczniów liczy każda drużyna?
- Biblioteka otrzymała 219 książek. Trzeba je rozłożyć po równo na 3 regałach. Ile książek znajdzie się na każdym regale?

a) Sposób I



Liczbę 98 rozkładamy na dwie liczby, które łatwo można podzielić przez 7, na przykład $70 + 28$.

Osobno dzielimy 70 przez 7 i 28 przez 7.

Dodajemy wyniki dzielenia.

Sposób II

Krok 1. Pytamy, ile razy w liczbie 9 mieści się 7.
Odpowiedź: 1 raz.
Cyfrę 1 zapisujemy nad 9.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9 \overline{) 8} : 7 \end{array}$$

Krok 2. Sprawdzamy, że $1 \cdot 7 = 7$, więc zostaje nam reszta 2.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \cdot 7 = 7 \\ 9 \overline{) 8} : 7 \\ - 7 \\ \hline 2 \end{array}$$

Krok 3. Zajmujemy się kolejną cyfrą dzielnej. W tym przykładzie jest to cyfra 8. Zapisujemy ją obok reszty z dzielenia.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9 \overline{) 8} : 7 \\ - 7 \downarrow \\ \hline 2 \quad 8 \end{array}$$

Każda drużyna liczy 14 uczniów.

Krok 4. Pytamy, ile razy w liczbie 28 mieści się liczba 7.
Odpowiedź: 4 razy.
Cyfrę 4 zapisujemy nad 8.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 4 \\ 9 \overline{) 8} : 7 \\ - 7 \\ \hline 2 \quad 8 \end{array}$$

Krok 5. Sprawdzamy, że $4 \cdot 7 = 28$.
Zatem liczba 28 dzieli się przez 7 bez reszty.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 4 \quad 4 \cdot 7 = 28 \\ 9 \overline{) 8} : 7 \\ - 7 \\ \hline 2 \quad 8 \\ - 2 \quad 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dzielenie zakończone!

b) Sposób I

$$219 : 3 = (210 + 9) : 3 = 210 : 3 + 9 : 3 = 70 + 3 = 73$$

Sposób II

Krok 1. Pytamy, ile razy w liczbie 2 mieści się 3.
Odpowiedź: nie mieści się ani razu.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \end{array}$$

Krok 2. Pytamy zatem, ile razy w liczbie 21 mieści się 3.
Odpowiedź: 7 razy.
Cyfrę 7 zapisujemy nad 1.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \end{array}$$

Krok 3. Sprawdzamy, że $7 \cdot 3 = 21$. Zatem liczba 21 dzieli się przez 3 bez reszty.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \cdot 3 = 21 \\ 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \\ - 2 \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

Krok 4. Przechodzimy do kolejnej cyfry dzielnej. W tym przykładzie jest to cyfra 9.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \\ - 2 \quad 1 \downarrow \\ \hline 0 \quad 9 \end{array}$$

Krok 5. Pytamy, ile razy w liczbie 9 mieści się 3.
Odpowiedź: 3 razy.
Cyfrę 3 zapisujemy nad 9.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \\ - 2 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 9 \end{array}$$

Krok 6. Sprawdzamy, że $3 \cdot 3 = 9$. Zatem liczba 9 dzieli się przez 3 bez reszty.
Dzielenie zakończone!

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \quad 3 \cdot 3 = 9 \\ 2 \quad 1 \quad 9 : 3 \\ - 2 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 9 \\ - 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

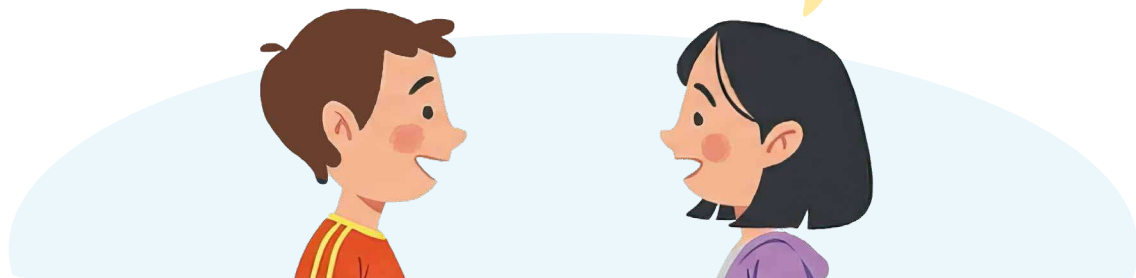
Na każdym regale będą 73 książki.

Aby sprawdzić, czy wyniki działań są poprawne, należy obliczyć iloczyny:

a) $14 \cdot 7$, b) $73 \cdot 3$.

A ja potrafię w ten sposób podzielić 22 800 przez 600!

Ja też pamiętam ten sposób. Wystarczy pominąć tyle samo końcowych zer w dzielnej i dzielniku, a potem podzielić pisemnie 228 przez 6.



Ćwiczenie 1

Oblicz. Następnie sprawdź za pomocą mnożenia poprawność otrzymanych wyników.

a) $246 : 3$

b) $856 : 4$

c) $322 : 7$

d) $756 : 6$

e) $306 : 9$

f) $536 : 8$

g) $1404 : 6$

h) $2860 : 4$

i) $8735 : 5$

Ćwiczenie 2

Butelki z wodą mineralną są pakowane w zgrzewki – po sześć butelek w jednej.

Ile zgrzewek wody mineralnej przywieziono do sklepu, jeśli łącznie dostarczono 432 butelki z wodą mineralną?

Zobaczmy, jak dzielić liczbę wielocyfrową przez liczbę dwucyfrową.

Przykład 2

Podczas akcji charytatywnej na rzecz schroniska dla zwierząt sprzedawano kupony w cenie 15 zł za sztukę. Łącznie zebrano 1875 zł. Ile kuponów sprzedano?

Sposób I

$$1875 : 15 =$$

$$= (1500 + 300 + 75) : 15 =$$

$$= 1500 : 15 + 300 : 15 + 75 : 15 =$$

$$= 100 + 20 + 5 = 125$$

Liczbę 1875 zapisujemy jako sumę liczb podzielnych przez 15. Dzielimy każdą z nich przez 15, a następnie dodajemy otrzymane wyniki.

Sposób II

Krok 1. Pytamy, ile razy w liczbie 1 mieści się 15.
Odpowiedź: nie mieści się ani razu.

$$\begin{array}{r} 1875 : 15 \\ \hline \end{array}$$

Krok 2. Pytamy zatem, ile razy w liczbie 18 mieści się 15.
Odpowiedź: 1 raz.
Cyfrę 1 zapisujemy nad 8.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1875 : 15 \\ \hline \end{array}$$

Krok 3. Sprawdzamy, że $1 \cdot 15 = 15$, więc zostaje nam reszta 3.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 3 \end{array}$$

Krok 4. Do reszty 3 dopisujemy kolejną cyfrę dzielnej, czyli 7.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \end{array}$$

Krok 5. Pytamy, ile razy w liczbie 37 mieści się 15.
Odpowiedź: 2 razy.
Cyfrę 2 zapisujemy nad 7.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \end{array}$$

Krok 6. Sprawdzamy, że $2 \cdot 15 = 30$.
Zostaje nam reszta 7.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \\ - 30 \\ \hline 7 \end{array}$$

Krok 7. Do reszty 7 dopisujemy kolejną cyfrę dzielnej, czyli 5.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \\ - 30 \\ \hline 75 \end{array}$$

Krok 8. Pytamy, ile razy w liczbie 75 mieści się 15.
Odpowiedź: 5 razy.
Cyfrę 5 zapisujemy nad 5.

$$\begin{array}{r} 125 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \\ - 30 \\ \hline 75 \end{array}$$

Krok 9. Sprawdzamy, że $5 \cdot 15 = 75$.
Zatem liczba 75 dzieli się przez 15 bez reszty.

$$\begin{array}{r} 125 \\ \hline 1875 : 15 \\ - 15 \\ \hline 37 \\ - 30 \\ \hline 75 \\ - 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dzielenie zakończone!

Podczas akcji charytatywnej sprzedano 125 kuponów.

Ćwiczenie 3

Oblicz. Następnie sprawdź otrzymany wynik za pomocą mnożenia.

- a) $3744 : 16$ b) $3672 : 24$ c) $6665 : 31$ d) $5208 : 42$ e) $7840 : 35$

Zadania

- 1 Wykonaj dzielenie $635 : 5$ i sprawdź poprawność wyniku za pomocą mnożenia.
- 2 Oblicz iloraz liczb 21 966 i 42. Następnie sprawdź poprawność wyniku za pomocą mnożenia.
- 3 Iloczyn liczb 345 i 25 podziel przez 15.

- 4 Jednym z czynników iloczynu jest 16. Jaki jest drugi czynnik, jeżeli wiadomo, że iloczyn wynosi 4304?
- 5 Czy iloraz jest równy 256, jeżeli dzielna jest równa 9216, a dzielnik 36?
- 6 Oblicz iloraz liczb: trzy tysiące sto dziewięćdziesiąt osiem i dwadzieścia sześć. Wynik zapisz słownie.
- 7 Czteroosobowa grupa przyjaciół zapłaciła za lot balonem 2316 zł. Jaki był koszt przelotu jednej osoby, jeśli każda osoba zapłaciła tyle samo złotych?
- 8 Grupa turystów zapłaciła za bilety do muzeum 1024 zł. Jeden bilet kosztował 32 zł. Ile osób było w grupie?
- 9 Trzeba przewieźć 390 skrzyń. Jednorazowo ciężarówka zabiera 26 skrzyń. Ile najmniej kursów będzie potrzebnych, aby przewieźć wszystkie? Ile czasu zajmie przewóz, jeżeli jeden kurs (dojazd, rozładunek i powrót) trwa 35 minut?
- 10 Dużych piłek jest 17, a małych 27. Razem ważą 8226 g. Duża piłka waży 225 g. Ile waży mała?



Sprawdź się!

- 1 Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
 - a) Iloraz liczb 3600 i 15 jest równy 24.
 - b) Suma liczb 1250 i 142 dzieli się bez reszty przez 12.
 - c) Wynik dzielenia 2205 przez 7 jest taki sam jak wynik dzielenia 3465 przez 11.
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
 - a) W działaniu $? \cdot 13 = 1378$ brakującym czynnikiem jest liczba A/B.
A. 106 B. 116
 - b) Iloraz liczb 3072 i 12 jest równy C/D.
C. 256 D. 265
- 3 Sześciuosobowa grupa turystów zapłaciła 1950 zł za bilety na prom. Każda osoba zapłaciła tyle samo. Ile kosztował jeden bilet?
- 4 Na wycieczkę wybiera się 475 osób ze szkoły podstawowej. Do każdego autokaru może wsiąść 36 uczestników. Ile autokarów trzeba zamówić?

3.5. Działania na liczbach naturalnych

Podejmij temat

- Jedną z głównych zalet systemu dziesiętkowego jest łatwiejsze wykonywanie obliczeń na liczbach, które są w nim zapisane. To zadecydowało o jego przyjęciu na całym świecie. Wyobraźmy sobie, jakie problemy mieli nasi przodkowie posługujący się systemem rzymskim. Pomnożenie liczby LVI przez liczbę XLIX to bardzo trudne zadanie.
- Wykonaj mnożenie, o którym myśli chłopiec.

Tego się dowiesz

- jak obliczyć wartość wyrażenia, w którym jest kilka działań na liczbach wielocyfrowych



Kolejność, w jakiej należy wykonywać działania, poznaliśmy podczas wykonywania działań pamięciowych (temat 1.13). Tylko prawidłowa kolejność pozwoli otrzymać poprawny wynik.

Kolejność wykonywania działań:

1. Działania w nawiasach.
2. Potęgowanie.
3. Mnożenie i dzielenie (w kolejności zapisu).
4. Dodawanie i odejmowanie (w kolejności zapisu).

Ćwiczenie 1

Oblicz. Pamiętaj o właściwej kolejności wykonywania działań.

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| a) $1525 + 964 - 235$ | b) $9585 - 964 + 3209$ | c) $8585 - (3964 + 295)$ |
| d) $3329 + 164 \cdot 28$ | e) $28 \cdot 45 - 1395 : 9$ | f) $546 \cdot 12 - 123 \cdot 24$ |
| g) $8985 - 5325 : 25 + 876$ | h) $380 - (726 - 15 \cdot 31)$ | i) $(1003 - 223) \cdot 3200 : 20^3$ |

Zadania

- 1 Pani Anna kupiła 3 opakowania kawy po 60 zł za opakowanie oraz 6 czekolad po 7 zł za sztukę. Przeczytaj pytania, zapisz działania w postaci jednego wyrażenia i oblicz.
- a) Ile pani Anna zapłaciła za zakupy?
b) Ile reszty otrzymała, płacąc banknotem 500-złotowym?
- 2 Na początku dnia w kasie było 6665 zł. W ciągu dnia wpłacono do niej 632 zł, a wypłacono 4279 zł. Ile pieniędzy było w kasie na koniec dnia? Zapisz działania w postaci jednego wyrażenia i oblicz.
- 3 W restauracji na parterze jest 18 stolików 5-osobowych i 10 stolików 4-osobowych. Z kolei na piętrze znajduje się 14 stolików 3-osobowych i 12 stolików 2-osobowych. Ile osób jednocześnie może zjeść posiłek w tej restauracji? Zapisz działania w postaci jednego wyrażenia i oblicz.
- 4 Dyrektor szkoły postanowił kupić 3 nowe tablice za łączną kwotę 21 450 zł. Podczas składania zamówienia okazało się, że cena tablic została obniżona. Ostatecznie za całość zapłacono o 750 zł mniej. Ile kosztowała jedna tablica po obniżce? Zapisz obliczenia.
- 5 W działaniach obok zastąp litery cyframi tak, aby każdej literze odpowiadała jedna cyfra, a różnym literom – różne cyfry. Liczby, które otrzymasz, muszą tworzyć poprawne działania.
- a)
$$\begin{array}{r} \text{TRZY} \\ + \text{TRZY} \\ \hline \text{SZEŚĆ} \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} \text{KOT} \\ + \text{KTO} \\ \hline \text{TOK} \end{array}$$

Sprawdź się!

- 1 Dla ochrony przed powodzią trzeba usypać wał o długości 8600 m. Wykonano już jego dwie części: jedną o długości 3740 m, a drugą 1580 m. Ile metrów wału trzeba jeszcze usypać? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 4320 m B. 3280 m C. 4860 m D. 7020 m
- 2 Natalka i jej brat Wiktor zostawili się na prezenty dla mamy, taty, babci i dziadka. Natalka dała 564 zł, a jej brat o 32 zł więcej. Dla każdej z osób kupili takie same prezenty. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Cenę jednego prezentu można obliczyć za pomocą wyrażenia A/B.
A. $(564 + 32) : 4$ B. $(2 \cdot 564 + 32) : 4$
- b) Jeden prezent kosztował C/D.
C. 290 zł D. 149 zł

Podsumowanie działu 3. Działania na liczbach naturalnych

dodawanie liczb naturalnych

odejmowanie liczb naturalnych

mnożenie liczb naturalnych

dzielenie liczb naturalnych

potęgowanie liczb naturalnych

● Przykładowe sposoby dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb wielocyfrowych

dodawanie: $4588 + 277 = 4588 + 12 + 265 = 4600 + 265 = 4865$

$4588 + 277 = 4588 + 200 + 77 = 4788 + 12 + 65 = 4800 + 65 = 4865$

odejmowanie: $6832 - 485 = 6832 - 432 - 53 = 6400 - 53 = 6347$

$6832 - 485 = 6832 - 400 - 80 - 5 = 6432 - 80 - 5 = 6352 - 5 = 6347$

mnożenie: $352 \cdot 7 = (300 + 50 + 2) \cdot 7 = 300 \cdot 7 + 50 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = 2100 + 350 + 14 = 2464$

dzielenie: $7428 : 3 = (6000 + 1200 + 210 + 18) : 3 = 6000 : 3 + 1200 : 3 + 210 : 3 + 18 : 3 = 2000 + 400 + 70 + 6 = 2476$

● Działania na liczbach wielocyfrowych wykonane sposobem pisemnym

Obliczenia podczas dodawania, odejmowania i mnożenia pisemnego zaczynamy od prawej strony, a podczas dzielenia pisemnego – od lewej.

dodawanie:

$$\begin{array}{r} 4243\textcircled{5} \\ + \quad 12\textcircled{3} \\ \hline 42558 \end{array}$$

odejmowanie:

$$\begin{array}{r} 4243\textcircled{5} \\ - \quad 12\textcircled{3} \\ \hline 42312 \end{array}$$

mnożenie:

$$\begin{array}{r} 4243\textcircled{5} \\ \cdot \quad 12\textcircled{3} \\ \hline 127305 \\ 84870 \\ + 42435 \\ \hline 5219505 \end{array}$$

dzielenie:

$$\begin{array}{r} 345 \\ \overline{) 42435 : 123} \\ \underline{-369} \\ 553 \\ \underline{-492} \\ 615 \\ \underline{-615} \\ 0 \end{array}$$

● Kolejność wykonywania działań

$$456 - 2 \cdot (35 + 42) + 198 = 456 - 2 \cdot 77 + 198 = 456 - 154 + 198 = 302 + 198 = 500$$

W zadaniach 1–2, 4–6 oraz 10 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyście.

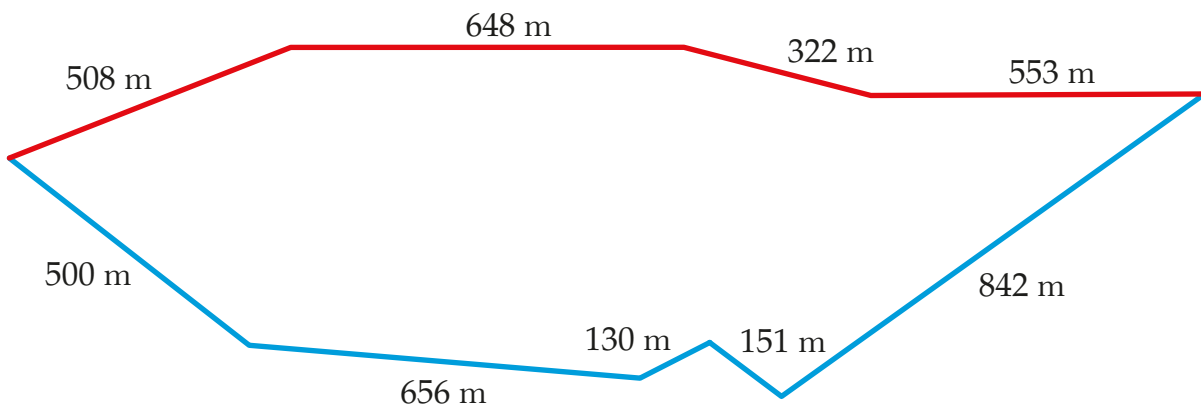
- 1 Wynikiem działania $3489 + 5689$ jest
 A. 9178 B. 9718 C. 7819 D. 8819
- 2 W działaniu $3725 - ? = 2361$ odjemnik to
 A. 1634 B. 2631 C. 1364 D. 113
- 3 Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
 a) Iloczyn liczb 2648 i 45 jest równy A/B.
 A. 119 160 B. 120 160
 b) Iloraz liczb 1806 i 7 jest równy C/D.
 C. 285 D. 258
- 4 Jakie cyfry należy wstawić w miejsca znaków zapytania, aby działanie było poprawne? W odpowiedziach podano najpierw brakującą cyfrę pierwszego, a potem drugiego składnika.

$$\begin{array}{r} 45? \\ + \quad ?23 \\ \hline 1182 \end{array}$$

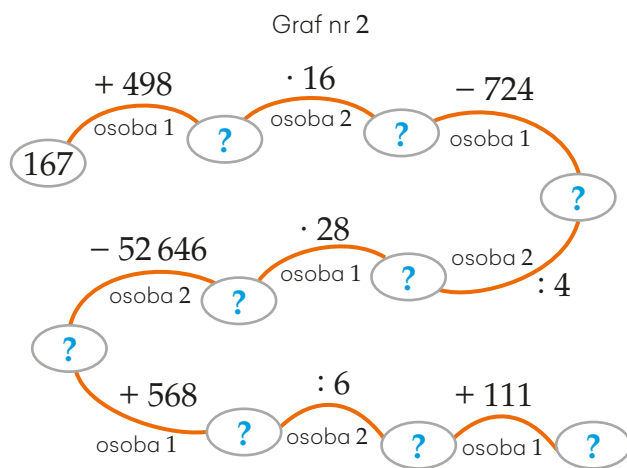
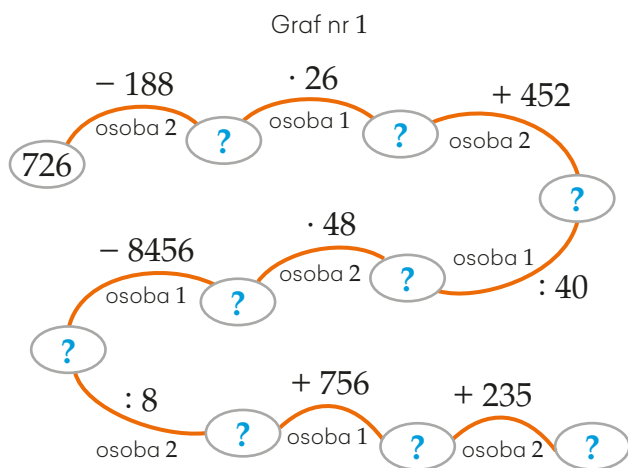
 A. 6 i 9 B. 6 i 3 C. 9 i 1 D. 9 i 7
- 5 Jakie cyfry należy wstawić w miejsca znaków zapytania, aby działanie było poprawne? W odpowiedziach podano najpierw brakującą cyfrę odjemnej, a potem różnicy.

$$\begin{array}{r} 249? \\ - \quad 256 \\ \hline 22?7 \end{array}$$

 A. 1 i 4 B. 3 i 4 C. 3 i 3 D. 0 i 3
- 6 Które działanie jest poprawne?
 A. $8427 - 4367 = 4160$ B. $15\,829 + 9876 = 25\,705$
 C. $11\,410 : 35 = 325$ D. $1456 \cdot 58 = 84\,488$
- 7 Na rysunku dwoma kolorami zaznaczono dwie drogi. Która z nich jest krótsza i o ile metrów?



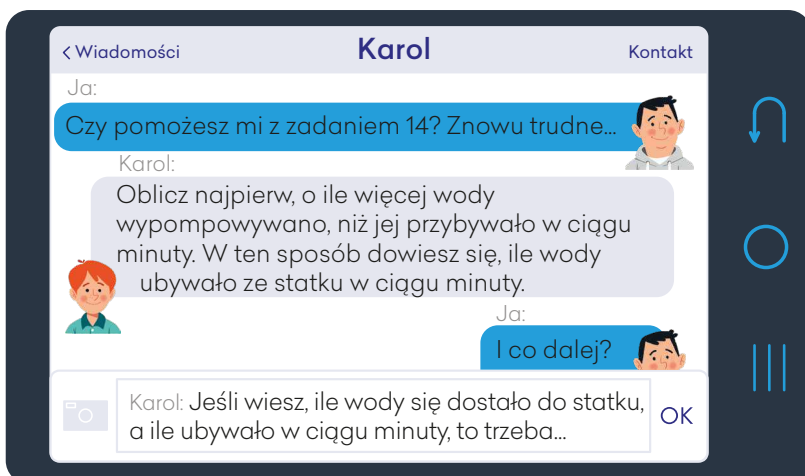
- 8** Dobierzcie się w pary. Korzystając z grafów, wykonujcie kolejne działania i zapisujcie wyniki na kartkach. Zamiast podpisów „osoba 1”, „osoba 2” wpiszcie swoje imiona. W miejsca znaków zapytania wstawcie wyniki podanych działań. W trakcie pracy wymieniacie się kartkami. Jeśli wyniki ostatnich działań to 2100 (Graf nr 1) i 3000 (Graf nr 2), możecie sobie pogratulować. Jeśli nie – spróbujcie znaleźć błąd.



- 9** Oblicz.
- $3601 + 21\,493 + 906$
 - $40\,004 - 31\,695$
 - $87\,900 \cdot 2090$
 - $4\,505\,400 : 900$
- 10** Oblicz: $1917 - 7 \cdot (49 + 54) + 357$. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań. Poprawny wynik tego działania to
- A. 1553 B. 2164 C. 1563 D. 2174
- 11** Za 18 m materiału zapłacono 576 zł.
- Ile trzeba zapłacić za 12 m materiału?
 - Ile metrów tego materiału można kupić za 800 zł?
- 12** W tabeli wymieniono wybranych władców z dynastii Piastów (wśród nich pierwszego i ostatniego) oraz lata ich panowania.
- Ile lat minęło między rozpoczęciem panowania pierwszego władcy z dynastii Piastów a końcem panowania ostatniego króla z tej dynastii?
 - Kto panował dłużej: Władysław I Łokietek czy Kazimierz III Wielki? O ile lat?
 - Ile lat upłynęło od końca panowania Bolesława I Chrobrego do rozpoczęcia panowania kolejnego władcy o tym samym imieniu?
 - Który z władców wymienionych w tabeli panował najdłużej?

Imię i przydomek	Lata panowania
Mieszko I	ok. 960–992
Bolesław I Chrobry	992–1025
Mieszko II	1025–1034
Kazimierz I Odnowiciel	1034–1058
Bolesław II Śmiały	1058–1079
Władysław I Herman	1079–1102
Bolesław III Krzywousty	1102–1138
Okres rozbięcia dzielnicowego	
Władysław I Łokietek	1306–1333
Kazimierz III Wielki	1333–1370

- 13 Klasy IVa i IVb pojechały razem na wycieczkę. Klasa IVa liczyła 22 osoby, a klasa IVb 18 osób. Bilet na pociąg kosztował 23 zł od osoby, a posiłki 49 zł od osoby. Za wejście całej grupy do muzeum zapłacono 600 zł. Jaki był koszt wycieczki dla jednej osoby? Ile pieniędzy przed wycieczką musiał zebrać skarbnik klasy IVa, a ile skarbnik IVb?
- 14 W czasie sztormu do statku dostało się bardzo dużo wody. Kapitan postanowił włączyć pompy. Urządzenia te wypompowują 450 litrów wody na minutę. Gdy załoga je włączyła, w statku było już 90 000 litrów wody, a dodatkowo co minutę wpływało jeszcze 150 litrów. W ile minut pompy wypompują całą wodę?



EKO-logiczna misja PSZOK

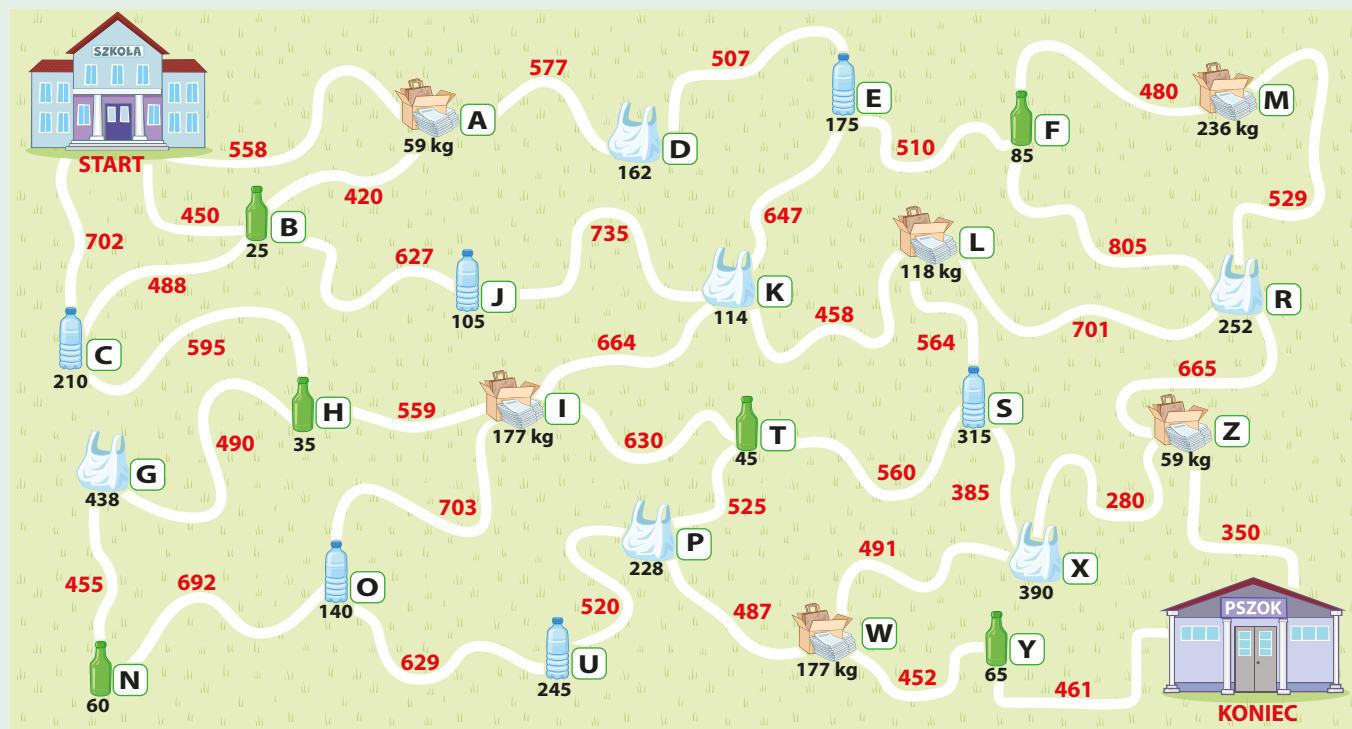
Czy wiesz, że śmieci nie znikają same? Rozkładają się bardzo długo. Mogą wydzielać trujące substancje, które trafiają do powietrza, gleby i wody. To szkodzi środowisku i naszemu zdrowiu.

Wiem! Papier rozkłada się około 6 miesięcy, plastikowa torba nawet 300 lat, plastikowa butelka od 100 do 1000 lat, a szklana butelka nie rozkłada się wcale.



Ale śmieci mogą też być bardzo cenne! Na przykład ze zużytych plastikowych butelek można zrobić ciepłą bluzę polarową. Proces dawania śmieciom drugiego życia to recykling. Wrzucając śmieci do odpowiednich koszy, czyli segregując je, wspieramy ten proces. W ten sposób dbamy o naszą planetę.

Biorąc udział w grze planszowej EKO-logiczna misja Punktu Selektywnej Zbiórki Odpadów Komunalnych (PSZOK), możesz pomóc ratować Ziemię i zostać EKO-bohaterem. Na mapie zaznaczono wiele dróg, ale to ty wybierasz trasę, którą pójdziesz. Po drodze zbierasz śmieci – papier, szkło i plastik – aby dostarczyć je do PSZOK-u. Samo znalezienie śmieci nie wystarczy! Trzeba też dobrze zaplanować drogę, aby zebrać jak najcenniejsze odpady i zmieścić się w limicie kroków. Postępuj zgodnie z zasadami oraz instrukcją misji.



Zasady i instrukcja misji EKO-logicznej

- 1 Na mapie oznaczono literami punkty, w których znajdują się śmieci – wraz z ich symbolami i liczbą sztuk albo wagą podaną w kilogramach.
- 2 Podano również, ile kroków trzeba zrobić pomiędzy punktami. Czasem pozornie krótka droga wymaga więcej kroków z powodu ukształtowania terenu lub przeszkód, które trzeba ominąć.
- 3 Poruszaj się tylko po wyznaczonych trasach.
- 4 Na ulotce są informacje, jakie EKO-odznaki otrzymasz w PSZOK-u za zebrane śmieci. Możesz je wymienić na EKO-punkty. Każda odznaka ma inną wartość w EKO-punktach.

EKO-odznaki

5 ·  →  5 szklanych butelek to 20 godzin oświetlenia żarówką 100 W	35 ·  →  35 plastikowych butelek to 1 bluza polarowa
59 kg  →  59 kg makulatury ratuje 1 drzewo	6 ·  →  6 plastikowych toreb to 1 godzina oświetlenia żarówką 60 W

EKO-punkty

	= 14 · 
	= 327 · 
	= 409 · 
	= 500 · 

- 5** Zaplanuj trasę tak, aby zebrać najbardziej wartościowe śmieci. Uwaga – masz limit kroków! Możesz ich zrobić maksymalnie 7000, bo tyle możesz przejść w ciągu dnia, zanim zrobi się ciemno, a PSZOK zostanie zamknięty.
- 6** Pamiętaj, że musisz dotrzeć do końca trasy, czyli do PSZOK-u, aby móc wymienić zebrane śmieci na odznaki.

ZACZYNAMY!

- 1** Przeczytaj dialog i na tej podstawie stwórz tabelę dotyczącą swojej zaplanowanej trasy.

Początek trasy zaplanowałem następująco: od szkoły przeszedłem do punktu C i później do H. Po drodze zebrałem 210 plastikowych butelek i 35 szklanych.



Od szkoły do punktu H pokonałeś 1297 kroków. Pamiętaj, że musisz zmieścić się w limicie 7000 kroków! Stworzyłam dla ciebie fragment tabeli, która pomoże ci w zaplanowaniu trasy. Spróbuj sam ją uzupełnić.



START (litera)	STOP (litera)	Zebrałe śmieci: rodzaj i liczba sztuk/waga w kg	Liczba kroków
START (szkoła)	C	plastikowe butelki – 210 szt.	702
C	H	szklane butelki – 35 szt.	595
H	?	?	?
?	KONIEC (PSZOK)		?
		Suma:	?

- 2** Przerysuj i uzupełnij tabelę. Oblicz, ile śmieci każdego rodzaju udało ci się zebrać, liczbę zdobytych odznak i ich wartość w EKO-punktach.

Rodzaj śmieci	Liczba sztuk/waga w kg	Liczba zdobytych odznak	Wartość w EKO-punktach
szklane butelki	?	?	?
plastikowe butelki	?	?	?
makulatura	?	?	?
plastikowe torby	?	?	?
Suma:			?

Zebrałem 70 szklanych butelek. Jak mam obliczyć liczbę zdobytych odznak i wartość w EKO-punktach?



Za każde 5 butelek zdobywasz 1 odznakę. Wystarczy więc 70 podzielić przez 5, aby obliczyć, że otrzymasz 14 odznak za zebrane butelki.



Już rozumiem. Mam 14 odznak i każda z nich jest warta 327 EKO-punktów. Teraz wystarczy 14 pomnożyć przez 327, aby to obliczyć. Zebrane butelki są warte 4578 EKO-punktów.

- 3** Zaprojektuj plakat. Zachęć uczniów swojej szkoły do segregowania śmieci. Możesz użyć liczb z EKO-logicznej misji, aby pokazać, co zyskujemy dzięki recyklingowi. Pokaż, ile drzew możemy uratować lub jak oszczędzać energię. Reszta zależy od twojej pomysłowości i wyobraźni!

4. Praktyczne zastosowania matematyki

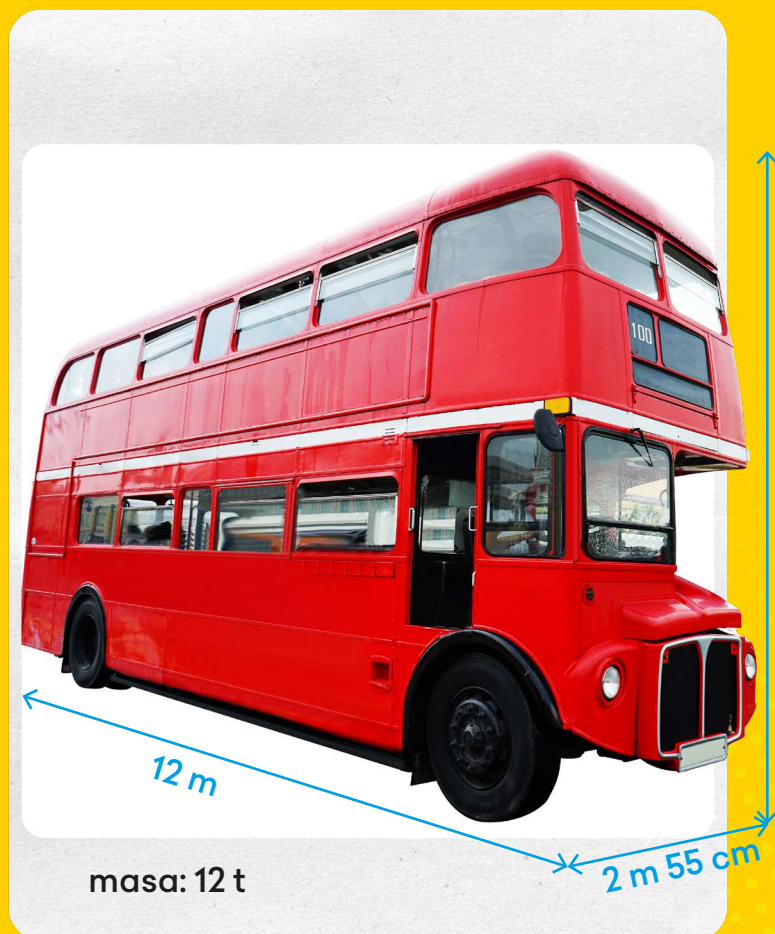
- Jakie godziny mogą wskazywać zegary?
- Kiedy i o której jest wylot do Londynu?
- Jakie wymiary oraz wagę ma autobus na fotografii?



Warszawa



Londyn



4.1. Zegar

Tego się dowiesz

- jakie są jednostki czasu i jakie są zależności między nimi
- jak zapisujemy czas
- co to jest kwadrans
- jak wykonywać i zapisywać obliczenia zegarowe

Podjmij temat

- Które godziny wskazują zegary na rysunku?
- Który zegar na pewno wskazuje godzinę poranną, a który być może godzinę nocną?
- Jak sądzisz, które zegary na rysunku pokazują właściwy czas, a które mogą być zepsute?



Zegar wskazuje czas upływający w ciągu doby.

Doba to 24 godziny.

1 godzina jest podzielona na 60 minut.

1 minuta składa się z 60 sekund.

1 kwadrans trwa 15 minut.

1 godz. = 60 min

1 min = 60 s

Ćwiczenie 1

Po jakim czasie wskazówka

- a) godzinowa, b) minutowa, c) sekundowa
ponownie będzie w miejscu, w którym znajduje się obecnie?



Ćwiczenie 2

Przepisz ćwiczenie do zeszytu. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- 4 doby = ? godzin
- pół doby = ? godzin
- 3 godziny = ? minut
- 15 minut = ? sekund
- 3 kwadransy = ? minut
- 2 godziny 10 minut = ? minut

Czas można zapisywać w różny sposób. Najczęściej godziny i minuty oddzielamy kropką, na przykład:

12.30 [czyt. dwunasta trzydzieści].

Gdy chcemy zapisać czas jeszcze dokładniej, podajemy godzinę, minuty i sekundy, na przykład:

12.30.28.

W zegarkach elektronicznych godziny, minuty i sekundy są oddzielone dwukropkiem, na przykład:

12:30, 12:30:28.

Możemy też godziny zapisywać dużymi cyframi, a minuty małymi umieszczonymi u góry, na przykład:

12⁴⁰ [czyt. dwunasta czterdzieści].

Ciekawe!

W 2005 roku uczniowie liceum ogólnokształcącego w Strzegomiu ustanowili rekord Guinnessa – uczestnicząc w najdłuższej lekcji na świecie. Była to lekcja języka polskiego i trwała 69 godzin. Później wynik ten został pobity.



Poszukaj w internecie informacji, jaki jest obecny rekord i do kogo należy.

Przykład 1

Trzy sobotnie treningi Tomka trwały odpowiednio:

a) od 9.00 do 11.45, b) od 9.15 do 11.50, c) od 9.30 do 11.15.

Obliczmy, ile czasu trwały kolejne treningi Tomka.

- a) Ile pełnych godzin trwał pierwszy trening? Od 9.00 do 11.00 mijają 2 godziny.
Ile minut upłynęło poza pełnymi godzinami? Od 11.00 do 11.45 mija 45 minut.
Obliczmy łączny czas pierwszego treningu. 2 godz. + 45 min to razem 2 godz. 45 min.
- b) Ile pełnych godzin trwał drugi trening? Od 10.00 do 11.00 mija 1 godzina.
Ile minut upłynęło poza pełnymi godzinami? Od 9.15 do 10.00 mija 45 minut,
a od 11.00 do 11.50 mija 50 minut.
Obliczmy łączny czas drugiego treningu. 1 godz. + 45 min + 50 min =
= 1 godz. + 45 min + 15 min + 35 min =
= 2 godz. 35 min.

c) Czas trwania trzeciego treningu przedstawimy w następujący sposób:



Ćwiczenie 3

Podczas maratonu filmowego widzowie obejrżeli cztery różne filmy. Oblicz, ile czasu trwał każdy seans, jeśli godziny rozpoczęcia i zakończenia wynosiły odpowiednio:

- a) od 9.00 do 12.30,
- b) od 11.45 do 12.15,
- c) od 15.35 do 18.15,
- d) od 23.53 do 1.12 następnego dnia.

Zadania

- 1 Zapisz w zeszycie podany czas dwoma sposobami.
 - a) 10 minut po piątej rano
 - b) 10 minut po piątej po południu
 - c) wpół do ósmej rano
 - d) wpół do ósmej wieczorem
 - e) za 20 minut siódma rano
 - f) za 20 minut siódma wieczorem
 - g) kwadrans po trzeciej po południu
 - h) za kwadrans dziewiąta rano
 - i) za 5 minut północ
 - j) 15 minut po północy
- 2 Ala, Patrycja i Magda umówiły się na spotkanie o godzinie 14.50. Ala przyszła o 5 minut za wcześnie, Patrycja spóźniła się 15 minut, a Magda pojawiła się na spotkaniu 3 minuty po Patrycji. O której godzinie na spotkanie przyszła Ala, o której Patrycja, a o której Magda?
- 3 Mateusz wyszedł z domu o godzinie 14.20. Po 15 minutach spotkał się z kolegami na boisku. Przez godzinę grał z nimi w piłkę, a następnie wrócił do domu. Droga powrotna zajęła mu 20 minut. Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
 - a) Mateusz spotkał się z kolegami o 14.35.
 - b) Mateusz zakończył grę w piłkę o 15.20.
 - c) Mateusz wrócił do domu o 15.40.
- 4 Tata Ani wychodzi z domu do pracy o 6.45, a wraca o 15.40. Ile czasu jest poza domem?
- 5 Mama Olka pracuje od poniedziałku do piątku od 6.00 do 14.00, a w soboty od 9.00 do 13.00. Ile godzin tygodniowo spędza w pracy?
- 6 Bartek zaczyna lekcje o godzinie 8.00. Każda lekcja trwa 45 minut, a większość przerw 10 minut. Wyjątkiem jest 15-minutowa przerwa po czwartej lekcji. Chłopiec ma codziennie pięć lekcji.
 - a) Ile czasu Bartek spędza w szkole każdego dnia?
 - b) O której godzinie chłopiec kończy lekcje?
- 7 Oblicz, ile czasu mija.
 - a) od 7.00 do 13.15
 - b) od 8.40 do 15.00
 - c) od 14¹⁵ do 18⁴⁰
 - d) od 12⁴² do 16¹⁵
 - e) od 9:50 do 14:10
 - f) od 23.35 do 4.20 następnego dnia

- 8 Trzej bracia – Janek, Staś i Dominik – położyli się spać o godzinie 21.40. Janek spał 9 godzin, Staś 8 godzin i 15 minut, a Dominik 7 godzin i 30 minut. O której godzinie obudził się Janek, o której Staś, a o której Dominik?

- 9 Marek, Jacek, Iwona i Kasia lubią słuchać muzyki. Na wspólne spotkanie każdy przyniósł płytę swojego ulubionego zespołu. Na okładkach jest podany czas trwania poszczególnych utworów (minuty i sekundy). Oblicz czas odtwarzania każdej z płyt.

	Płyta Marka	Płyta Jacka	Płyta Iwony	Płyta Kasi
Utwór nr 1	4:12	5:25	4:28	2:58
Utwór nr 2	3:50	4:12	4:15	3:23
Utwór nr 3	2:55	4:35	4:33	3:18
Utwór nr 4	3:27	3:42	5:15	5:27
Utwór nr 5	7:01	5:04	3:36	5:16
Utwór nr 6	4:14	3:56	4:07	4:46
Utwór nr 7	5:16	4:27	5:12	4:38
Utwór nr 8	3:32	3:32	3:45	—

- 10 Przeanalizuj rozkład jazdy, a następnie odpowiedz na pytania.

- a) O której godzinie w środę odjeżdża pierwszy autobus, a o której ostatni?
- b) Ania przyszła na przystanek w sobotę o godzinie 12.50. O której godzinie odjedzie najbliższy autobus? Ile minut będzie musiała czekać na przystanku? Ile minut przed jej przyjściem odjechał poprzedni autobus?

ROZKŁAD JAZDY PKS						
Przystanek: Wejherowo				Kierunek: Puck		
ODJAZDY OD PONIEDZIAŁKU DO PIĄTKU						
5.25	6.35	7.20	8.25	10.45	12.35	14.40
15.25	16.10	18.05	20.05	21.20	22.40	
ODJAZDY W SOBOTY						
5.35	6.35	8.35	10.35	13.35	15.35	18.35
						20.15
ODJAZDY W NIEDZIELE I ŚWIĘTA						
	8.35	11.35	14.35	18.35	20.10	

- c) Maciek chciał jechać autobusem o godzinie 15.25, ale spóźnił się 6 minut. O której godzinie chłopiec przyszedł na przystanek? Ile minut musi czekać na następny autobus?
- d) Ile czasu mija między odjazdem pierwszego a odjazdem ostatniego autobusu w niedzielę?

- 11 Dzień trwa od wschodu do zachodu słońca, a pozostałą część doby stanowi noc.

- Na podstawie notatek pani Oli, które dotyczą wschodów i zachodów słońca w wybrane przez nią dni, odpowiedz na pytania.

*6 kwietnia 2026 r. słońce wzeszło o 05:57 i zaszło o 19:18.
6 maja 2026 r. słońce wzeszło o 04:55 i zaszło o 20:09.*

- a) Ile godzin i minut trwał dzień 6 kwietnia, a ile trwał 6 maja?
- b) O ile minut był dłuższy dzień 6 maja niż 6 kwietnia?
- c) Wyszukaj w internecie informację, ile godzin i minut trwał najdłuższy dzień w 2026 r. Oblicz, o ile minut dzień 6 kwietnia 2026 r. był krótszy od najdłuższego dnia w 2026 r.

- 1 Ile czasu mija podczas jednego pełnego obrotu wskazówki godzinowej? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
 - A. 60 minut
 - B. 6 godzin
 - C. 12 godzin
 - D. 24 godziny

- 2 Seans w kinie zaczyna się o godzinie 16:15 i kończy o 18:05. Składa się z bloku reklamowego i filmu. Czas emisji reklam wynosi 23 minuty. Ile minut trwa film? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
 - A. 1 godzinę i 13 minut
 - B. 1 godzinę i 23 minuty
 - C. 1 godzinę i 17 minut
 - D. 1 godzinę i 27 minut

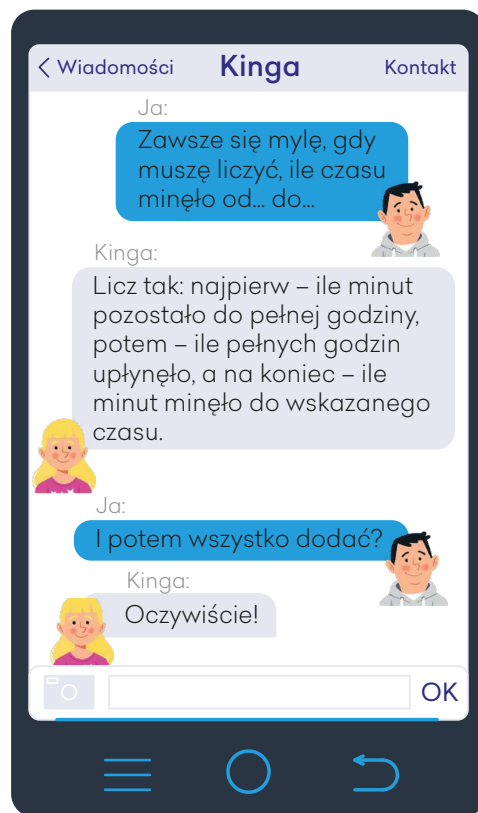
- 3 Zwiedzanie pewnego zamku trwa 1 godzinę i 50 minut. Pierwsza grupa rozpoczyna je o godzinie 10:15, a kolejne zaczynają co 20 minut. Ostatnia grupa musi zakończyć zwiedzanie przed godziną 17:00.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

 - a) W ciągu jednego dnia zamek może zwiedzić maksymalnie A/B grup.
 - A. 15
 - B. 21
 - b) Ostatnia grupa zakończy zwiedzanie zamku o godzinie C/D.
 - C. 16:45
 - D. 16:55

- 4 Samolot wylądował w Krakowie-Balicach o godzinie 6.45. Lot trwał 8 godzin i 30 minut.
 - a) O której godzinie samolot wystartował?
 - b) O której godzinie musiałby wystartować, gdyby lot trwał o 30 minut dłużej, a godzina lądowania byłaby taka sama?

- 5 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
 - a) Czas jazdy pociągu, który wyjeżdża ze stacji Poznań Główny o godzinie 10:39 i przyjeżdża do stacji Kraków Główny o godzinie 15:33 trwa A/B.
 - A. 4 godziny 54 minuty
 - B. 5 godzin 4 minuty
 - b) Czas jazdy pociągu, który wyjeżdża ze stacji Warszawa Zachodnia o godzinie C/D i przyjeżdża do stacji Kielce Główny o godzinie 10:05 trwa godzinę i 52 minuty.
 - C. 08:13
 - D. 08:47



4.2. Kalendarz

Podejmij temat

- Odpowiedz na pytanie Antka.

Ile dni zostało mi do sprawdzianu z matematyki?

MARZEC 2026						
Pn.	Wt.	Śr.	Czw.	Pt.	Sob.	Niedz.
		4	5	6	7	1
2	3	11 13.00 Kartkówka z przyrody	12	13	14	8
9	10	17 11.20 Sprawdzian z matematyki	18	19	20 8.15 Wyjście do teatru	15
16	17	25	26	27	28	22
23	24					29
30	31					

Tego się dowiesz

- jak zapisujemy daty
- co to jest kwartał
- jaki rok nazywamy przestępnym
- jakie lata przypadają na kolejne wieki

Siedem dni to **tydzień**. W kalendarzu, który jest spisem wszystkich dni w roku, są one zapisywane za pomocą skrótów. Poprawne skróty w języku polskim to:

poniedziałek	pn. lub pon.
wtorek	wt.
środa	śr.
czwartek	czw.
piątek	pt. lub piąt.
sobota	sob.
niedziela	niedz.

Sposoby zapisywania daty:

4.07.2025
4 VII 2025
4 lipca 2025



Czy wiesz, że dni od poniedziałku do piątku to dni powszednie?



Pewnie, że wiem. Wiem też, że niedziela to dzień świąteczny i zwykle w kalendarzach jest zaznaczana innym kolorem.



! Jak odczytujemy daty? Na przykład 1 VI – **pierwszy czerwca** (nie: pierwszy czerwiec), 8.02 – **ósmym lutego** (nie: ósmym luty), bo mamy na myśli **pierwszy** dzień **czerwca** czy **ósmym** dzień **lutego**.

Ćwiczenie 1

Zapisz w zeszycie daty podanych dni. Do zapisu miesiąca używaj cyfr rzymskich lub arabskich (na przemian). We wszystkich zapisywanych datach podaj obecny rok.

- Nowy Rok
- Dzień Matki
- Boże Narodzenie
- Dzień Dziadka
- Dzień Dziecka
- Dzień Edukacji Narodowej

Ćwiczenie 2

- a) Sprawdź w kalendarzu, jakim dniem tygodnia w 2024 roku był:
- 1 stycznia,
 - 28 marca,
 - 18 maja,
 - 30 sierpnia,
 - 6 grudnia.

- b) Co się zaczyna każdego roku 22 czerwca?



Ćwiczenie 3

Korzystając z kalendarza na 2024 rok, odpowiedz na pytania.

- a) Jakim dniem tygodnia był 1 grudnia 2023 roku?
- b) Jakim dniem tygodnia był 31 stycznia 2025 roku?

Ćwiczenie 4

Na podstawie kartki z kalendarza odpowiedz na pytania.

- a) Ile dni ma kwiecień?
- b) Ile piątków było w kwietniu, a ile w maju 2025 roku?
- c) Dlaczego dni 20 i 21 kwietnia są zaznaczone jako dni świąteczne? Czy to święto przypada każdego roku w te same dni?
- d) Jakim dniem tygodnia rozpoczął się maj 2025 roku?
- e) Jakim dniem tygodnia był 6 maja 2025 roku?

Ciekawe!

W pismach urzędowych, różnych zestawieniach lub w niektórych programach komputerowych można spotkać taki zapis daty: 2025.07.04 lub 2025-07-04. W codziennym życiu nie powinniśmy go stosować. W USA obowiązuje inny system zapisu dat: najpierw miesiąc, potem dzień i na końcu rok. Na przykład: 02.05.2025 to w Polsce drugi maja 2025 roku, a w USA piąty lutego 2025 roku.

KALENDARZ 2024

STYCZEŃ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30 31

LUTY

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29

MARZEC

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

KWIECIEŃ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

MAJ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31

CZERWIEC

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2
3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30

LIPIEC

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30 31

SIERPIEŃ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

WRZESIEŃ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30

PAŹDZIERNIK

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30 31

LISTOPAD

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30

GRUDZIEŃ

pn. wt. śr. czw. pt. sob. niedz.

1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

Rok dzielimy na 12 miesięcy. Większość miesięcy ma 30 lub 31 dni. Wyjątkiem jest luty, który ma 28 lub 29 dni. Trzy miesiące tworzą jeden **kwartał**.

Kwartał	Miesiąc	Liczba dni
I	styczeń	31
	luty	28 lub 29
	marzec	31
II	kwiecień	30
	maj	31
	czerwiec	30
III	lipiec	31
	sierpień	31
	wrzesień	30
IV	październik	31
	listopad	30
	grudzień	31

💡 **Rok zwykły** ma 365 dni, a **rok przestępny** – czyli taki, w którym luty ma 29 dni – liczy 366 dni.

Lata przestępne w XXI wieku to: 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, 2024...

Ćwiczenie 5



Poszukaj w internecie, w jaki sposób sprawdza się, który rok był rokiem przestępnym. Zapisz pięć kolejnych lat przestępnych po 2024 roku.

Ćwiczenie 6

Na podstawie kalendarza w telefonie obok odpowiedz na pytania.

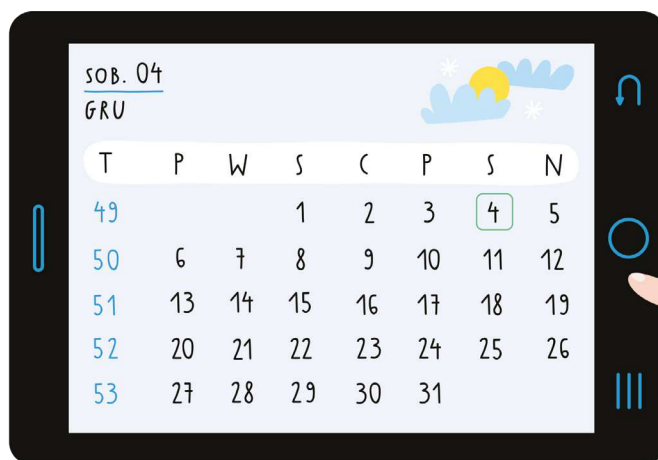
- Czy rok pokazany w kalendarzu jest zwykły, czy przestępny?
- Ile dni ma rok, z którego pochodzi kalendarz?
- Który kwartał roku obejmują dni pokazane w kalendarzu?
- Jakim dniem tygodnia był 31 marca i 1 maja?
- Co się zaczyna każdego roku 21 marca?



Ćwiczenie 7

Na podstawie kalendarza odpowiedz na podane pytania.

- Jaką datę i jaki dzień tygodnia pokazuje kalendarz?
- Jakim dniem tygodnia się zaczyna, a jakim kończy ten miesiąc?
- Co oznacza litera T i liczby pod tą literą?
- Co się zaczyna każdego roku 22 grudnia?
- Ile niedziel było w listopadzie tego roku?
- Jakim dniem tygodnia był 1 stycznia kolejnego roku?



Ciekawe!

Najstarszym drzewem w Polsce (a prawdopodobnie także w Europie Środkowej) jest cis pospolity, który rośnie w Henrykowie Lubańskim w województwie dolnośląskim. Ma prawie 1400 lat, więc jest starszy od państwa polskiego. W historii nie brakowało zagrożeń dla tego staruszka. Na przykład w 1813 roku pień drzewa został pocięty szablami przez Kozaków. Najgorsza była jednak wichura w 1989 roku, która zniszczyła jedną odnogę cisa. Wtedy jego obwód zmniejszył się – i obecnie wynosi około 4 m 25 cm, a nie, jak dawniej, 5 m.

Wiek zapisujemy za pomocą cyfr rzymskich. Wieki liczymy od pierwszego roku stulecia.

- I wiek – lata od 1 roku do 100 roku
- II wiek – lata od 101 roku do 200 roku
- III wiek – lata od 201 roku do 300 roku
- XX wiek – lata od 1901 roku do 2000 roku
- XXI wiek – lata od 2001 roku do 2100 roku

Ćwiczenie 8



- a) W którym wieku lub na przełomie których wieków żyły wymienione osoby?
- Mieszko I (ok. 922–992)
 - Mikołaj Kopernik (1473–1543)
 - Jan Kochanowski (1530–1584)
 - Adam Mickiewicz (1798–1855)
 - Fryderyk Chopin [czyt. szopen] (1810–1849)
 - Maria Skłodowska-Curie [czyt. kiri] (1867–1934)
 - Wisława Szymborska (1923–2012)
- b) Znajdź w internecie informacje, czym zajmowały się albo z czego  zasłynęły te osoby.

Liczę, planuję, działam

Jak nie zgubić się w czasie?



Tomek



Zosia

- Tomek:** Zosiu, jutro wybieramy samorząd na nowe półrocze. Myślę o przejściu po tobie roli skarbnika, ale boję się pilnowania wszystkich terminów.
- Zosia:** To naprawdę duża odpowiedzialność. Przez ostatnie pół roku przekonałam się, że zbiórki trwają przez wiele **tygodni**, a wpłaty od uczniów pojawiają się w różne **dni**. Trzeba dobrze gospodarować czasem.
- Tomek:** Właśnie! Boję się, że ktoś mi wpłaci pieniądze w poniedziałek, a w piątek już nie będę pamiętał, kiedy to było i czy dana osoba zdążyła przed terminem.
- Zosia:** Dlatego musisz prowadzić specjalny zeszyt – taki, jaki ja miałam. Najważniejszą częścią była w nim rubryka „**Data wpłaty**”. Trzeba od razu zapisywać, którego dnia ktoś przyniósł pieniądze. Chronologia jest bardzo ważna.
- Tomek:** Dobry pomysł. Dzięki dokładnym datom łatwo przygotuję sprawozdanie z całego **miesiąca**. Zawsze też będę wiedział, jaki jest stan kasy w danym dniu.
- Zosia:** Dokładnie! Popatrz na fragmenty tabel z poprzedniego półrocza. Zwróć uwagę, jak ważne są w nich daty.

SKŁADKI

CEL ZBIÓRKI: ryza papieru			KWOTA DO ZEBRANIA: 24 zł	
Lp.	Imię i nazwisko	Kwota	Data wpłaty	Podpis ucznia
1.	Jan K.	2 zł	08.09.2025 r.	?
2.	Joanna N.	2 zł	08.09.2025 r.	?
3.	Adam M.	2 zł	09.09.2025 r.	?

WYDATKI

Lp.	Data	Kwota	Cel (opis wydatku)	Dowód zakupu	Podpis nauczyciela
1.	15.09.2025 r.	24 zł	zakup ryzy papieru	paragon	?

Zadania

- 1 Jakie informacje – oprócz daty wpłaty – według Zosi powinny znaleźć się w tabeli w zeszycie skarbnika?
- 2 Klasa ustaliła, że składka na ryzę papieru będzie zbierana raz na kwartał. Ile takich składek zostanie zorganizowanych od października do czerwca włącznie?
- 3 Uczniowie potrzebują 15 dni na zebranie kwoty potrzebnej na wyjście do kina. Skarbnik ogłosił zbiórkę 20 marca. Zbiórka rozpoczyna się następnego dnia po jej ogłoszeniu, a kończy się dzień przed organizowanym wydarzeniem. Jaka będzie data wyjścia do kina?

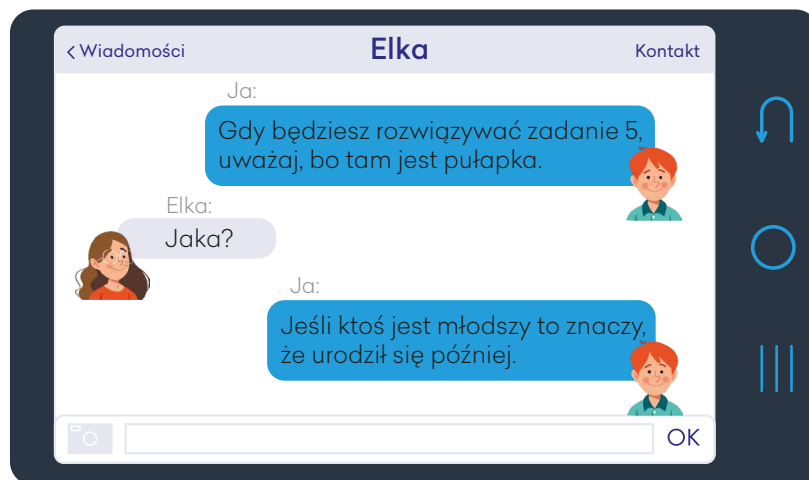
Zadania

- 1 Ile lat przestępnych minęło od dnia twoich narodzin?
 - 2 Czy od dnia twoich narodzin minęło więcej, czy mniej niż 5000 dni?
 - 3 Ile dni mają kolejne kwartały roku?
 - 4 W ramce obok podano daty niektórych wynalazków.
-  Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.

 - a) Pendrive wynaleziono w XX wieku.
 - b) Nadajnik radiowy i aparat telefoniczny pochodzą z XIX wieku.
 - c) Nadajnik radiowy wynaleziono 20 lat po aparacie telefonicznym.
 - d) Pendrive wynaleziono 18 lat przed smartfonem.
 - e) Od wynalezienia aparatu telefonicznego do powstania pierwszego smartfonu upłynęły 124 lata.

nadajnik radiowy	1896
smartfon	1992
aparat telefoniczny	1876
pendrive	2000

- 5 Ania urodziła się 26 marca 2017 roku. Jej brat Adam jest od niej młodszy o 1 rok i 1 tydzień, a siostra Agnieszka starsza o 2 lata i 2 tygodnie. Podaj daty narodzin Adama i Agnieszki.



Sprawdź się!

- 1 Ile tygodni i dni trwa rok, który nie jest przestępny? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 51 tygodni i 2 dni
 - B. 51 tygodni i 1 dzień
 - C. 52 tygodnie i 2 dni
 - D. 52 tygodnie i 1 dzień
- 2 Dzień 30 maja pewnego roku wypadł w sobotę. Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) W czerwcu tego roku A/B.
 - A. były cztery wtorki
 - B. było pięć wtorków
 - b) 30 kwietnia tego roku wypadł w C/D.
 - C. czwartek
 - D. piątek
- 3 Olimpiada matematyczna to konkurs, który odbywa się co roku. Każda edycja rozpoczyna się jesienią jednego roku i kończy wiosną następnego. W roku MCMLXVIII rozpoczęły się zawody XX Olimpiady Matematycznej. Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Zawody I Olimpiady Matematycznej rozpoczęły się w roku A/B.
 - A. MCMXLIX
 - B. MCMLXI
 - b) W roku MCMLXXXIX zakończyły się zawody C/D Olimpiady Matematycznej.
 - C. LX
 - D. XL
- 4 W 2017 roku pierwszym dniem wakacji był 24 czerwca, a ostatnim 3 września. W 2025 roku pierwszym dniem wakacji był 28 czerwca, a ostatnim 31 sierpnia. Ile dni trwały wakacje w 2017 roku, a ile w 2025 roku? O ile dni wakacje były krótsze w 2025 roku niż w 2017 roku?

4.3. Długość i jej jednostki

Podejmij temat

Łukasz, masz 1 m 50 cm wzrostu.

Czyli jesteś teraz trzy razy wyższy.

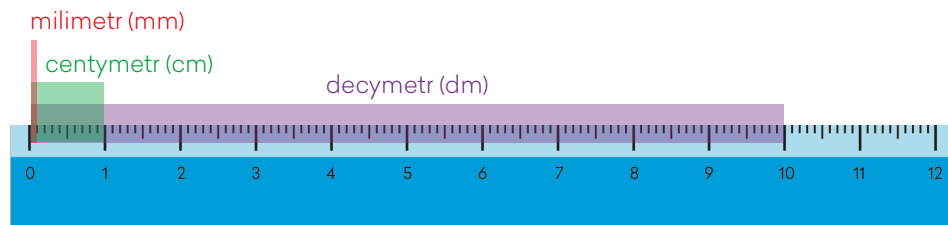
Mama mówiła, że jak się urodziłem, to miałem 50 cm długości.

Właściwie to wyższy czy dłuższy...?

Tego się dowiesz

- jakie są jednostki długości i zależności między nimi
- jak zamieniać jednostki długości

Linijka to przyrząd do mierzenia długości. Na linijce poniżej zaznaczono jednostki długości.



Z powyższego rysunku można odczytać, że na przykład 1 cm składa się z 10 mm, a 1 dm z 10 cm. Trudno natomiast byłoby skądkolwiek odczytać, ile milimetrów ma 1 m, ale łatwo da się to policzyć.

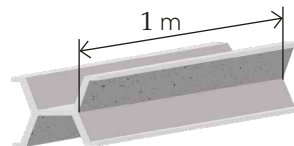
! Podstawową jednostką długości jest **metr** (w skrócie m).

! **milimetr** (w skrócie mm)
centymetr (w skrócie cm)
decymetr (w skrócie dm)
metr (w skrócie m)
kilometr (w skrócie km)

$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$
 $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$
 $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$
 $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

Ciekawe!

Wzorzec metra znajduje się w Międzynarodowym Biurze Miar i Wąg w Sèvres [czyt. sewr] pod Paryżem.



Jak zamieniać jednostki długości z większych na mniejsze?

Przykład 1

Zamieńmy:

- a) 5 cm na milimetry, b) 7 dm na centymetry,
c) 4 m na centymetry, d) 3 km 200 m na metry.

- a) Wiemy, że $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.

Aby zamienić centymetry na milimetry, należy liczbę centymetrów pomnożyć przez 10.

$$\begin{array}{c} \cdot 10 \\ \hline 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm} \end{array}$$

- b) Wiemy, że $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$.

Aby zamienić decymetry na centymetry, należy liczbę decymetrów pomnożyć przez 10.

$$\begin{array}{c} \cdot 10 \\ \hline 7 \text{ dm} = 70 \text{ cm} \end{array}$$

- c) Wiemy, że $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$.

Aby zamienić metry na centymetry, należy liczbę metrów pomnożyć przez 100.

$$\begin{array}{c} \cdot 100 \\ \hline 4 \text{ m} = 400 \text{ cm} \end{array}$$

- d) Wiemy, że $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$.

Najpierw zamieniamy kilometry na metry, a następnie dodajemy pozostałe metry. Mamy zatem:

$$3 \text{ km } 200 \text{ m} = 3000 \text{ m} + 200 \text{ m} = 3200 \text{ m}$$

$$\begin{array}{c} \cdot 1000 \\ \hline 3 \text{ km} = 3000 \text{ m} \end{array}$$

Ćwiczenie 1

Zamień:

- a) na milimetry: 1 cm, 8 cm, 35 cm, 4 cm 2 mm, 10 cm 8 mm;
b) na centymetry: 6 dm, 24 m, 8 m 43 cm, 9 dm 9 cm, 7 m 2 cm;
c) na decymetry: 2 m, 39 m, 406 m, 5 m 6 dm, 70 m 7 dm;
d) na metry: 2 km, 30 km, 7 km 452 m, 6 km 38 m, 4 km 5 m;
e) na decymetry: 4 km, 8 km 444 m, 1 km 910 m, 3 km 300 m, 5 km 605 m.

Ćwiczenie 2

Hania przeszła ścieżką edukacyjną trasę 3 km 45 m. Ile to metrów, a ile centymetrów?

Można też zamieniać jednostki mniejsze na większe.

Przykład 2

Zamieńmy:

- a) 80 mm na centymetry,
- b) 60 cm na decymetry,
- c) 700 cm na metry,
- d) 5000 m na kilometry.

- a) $\overset{: 10}{10 \text{ mm}} = 1 \text{ cm}$
Przy zamianie milimetrów na centymetry należy liczbę milimetrów podzielić przez 10.

$$\overset{: 10}{80 \text{ mm}} = 8 \text{ cm}$$

- b) $\overset{: 10}{10 \text{ cm}} = 1 \text{ dm}$
Przy zamianie centymetrów na decymetry należy liczbę centymetrów podzielić przez 10.

$$\overset{: 10}{60 \text{ cm}} = 6 \text{ dm}$$

- c) $\overset{: 100}{100 \text{ cm}} = 1 \text{ m}$
Przy zamianie centymetrów na metry należy liczbę centymetrów podzielić przez 100.

$$\overset{: 100}{700 \text{ cm}} = 7 \text{ m}$$

- d) $\overset{: 1000}{1000 \text{ m}} = 1 \text{ km}$
Przy zamianie metrów na kilometry należy liczbę metrów podzielić przez 1000.

$$\overset{: 1000}{5000 \text{ m}} = 5 \text{ km}$$

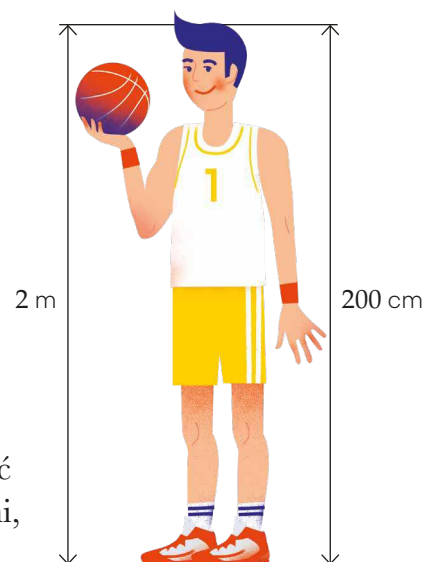
Ćwiczenie 3

Zamień:

- a) na centymetry: 30 mm, 150 mm, 400 mm;
- b) na decymetry: 40 cm, 230 cm, 500 cm;
- c) na metry: 500 cm, 1800 cm, 4000 cm;
- d) na kilometry: 3000 m, 25 000 m, 70 000 m.

Ćwiczenie 4

W jakiej jednostce najwygodniej podać: wysokość pomnika, długość mrówki, szerokość sali lekcyjnej, odległość między dwoma miastami, szerokość kartki z zeszytu, wysokość litery w książce, długość rzeki?



Przykład 3

Zamiast znaków zapytania wstawmy odpowiednie liczby.

a) $56 \text{ mm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$

b) $765 \text{ cm} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$

c) $210 \text{ mm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$

a) $56 \text{ mm} = \underbrace{50 \text{ mm}}_{5 \text{ cm}} + 6 \text{ mm}$, a zatem $56 \text{ mm} = 5 \text{ cm } 6 \text{ mm}$

b) $765 \text{ cm} = \underbrace{700 \text{ cm}}_{7 \text{ m}} + 65 \text{ cm} = 7 \text{ m } 65 \text{ cm}$

c) $210 \text{ mm} = \underbrace{200 \text{ mm}}_{20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}} + \underbrace{10 \text{ mm}}_{1 \text{ cm}} = 2 \text{ dm } 1 \text{ cm}$

Ćwiczenie 5

Przepisz przykłady do zeszytu. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $28 \text{ mm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$

b) $437 \text{ cm} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$

c) $36 \text{ cm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$

d) $305 \text{ mm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$

e) $1784 \text{ m} = ? \text{ km } ? \text{ m}$

f) $225 \text{ cm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$

g) $203 \text{ cm} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$

h) $8030 \text{ m} = ? \text{ km } ? \text{ m}$

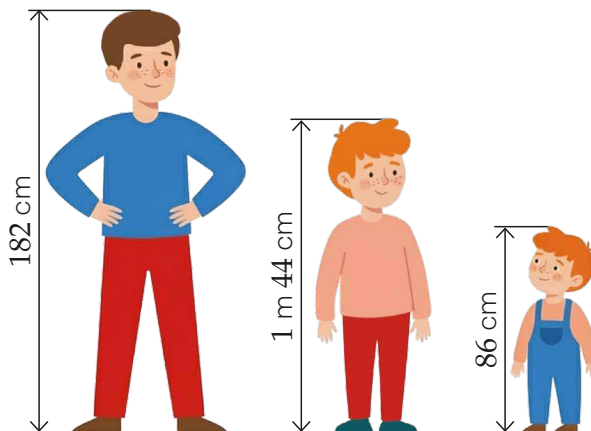
i) $1145 \text{ cm} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$

Zadania

- 1  Artur i Agatka wspólnie przygotowali dla swojej klasy żart matematyczno-plastyczny. Na podstawie rysunku odpowiedz, do której miejscowości jest najbliżej, a do której najdalej. Jak myślisz, dlaczego to zadanie jest żartem?



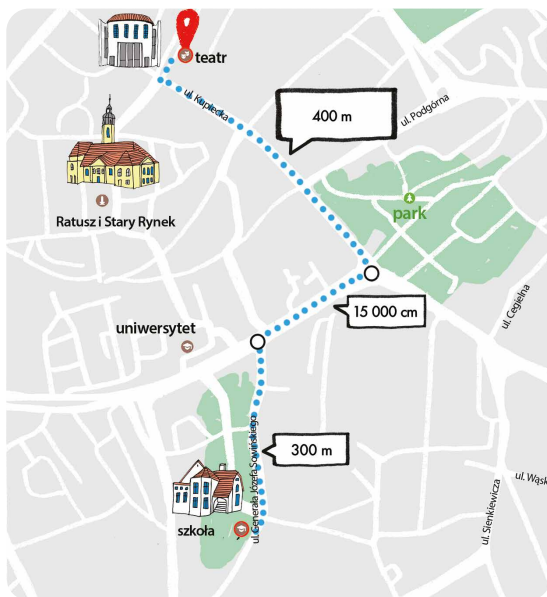
- 2 Pan Stanisław ma dwóch synów – starszego Krzysia i młodszego Maciusia. Odczytaj potrzebne dane z rysunku i odpowiedz na pytania.
- a) Ile centymetrów łącznie ma Krzys i pan Stanisław? Podaj wynik w centymetrach.
- b) O ile centymetrów pan Stanisław jest wyższy od Maciusia?
- c) O ile centymetrów Krzys jest niższy od taty?



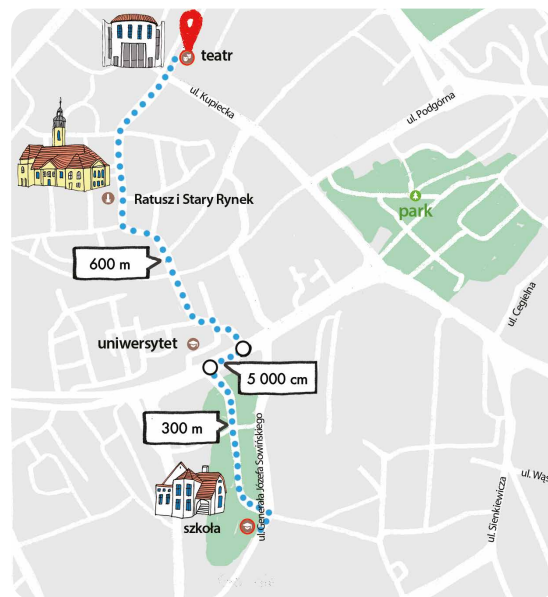
3 Przepisz podane zdania do zeszytu. Zamiast znaków zapytania wpisz odpowiednie jednostki.

- a) Krótszy bok twojego podręcznika do matematyki ma długość nieco mniejszą niż 2 ?.
Mieszkanie pani Joli ma wysokość ponad 3 ?. Rzeka ma długość 258 ?.
- b) Kamil miał najlepszy wynik w klasie w biegu na 100 ?. Stopa Magdy ma długość 23 ?.
Mrówka ma długość 10 ?.

4 Adam i Damian mieli przejść ze szkoły do teatru. Adam chciał iść ulicą Kupiecką, natomiast Damian wolął przejść obok ratusza. Który z chłopców pokonał dłuższą drogę i o ile metrów?



▲ Trasa Adama

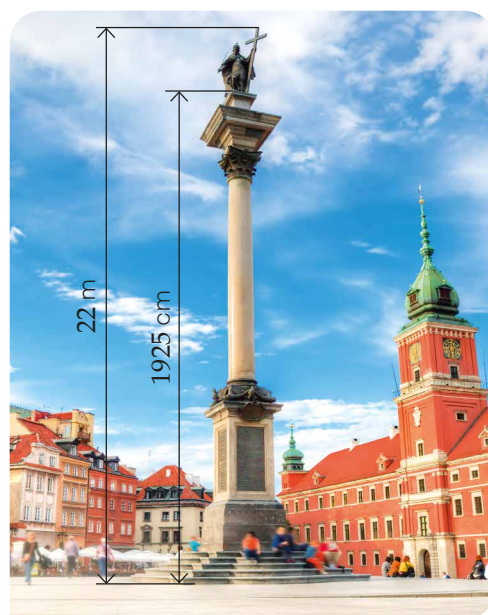


▲ Trasa Damiana

5 Kolumna Zygmunta w Warszawie ma wysokość 22 m.
Odległość od ziemi do platformy, na której stoi posąg króla, wynosi 1925 cm. Jaka jest wysokość samego posągu?

- 6 a) Jeden krok Marka ma długość 55 cm.
Jaka będzie długość drogi po zrobieniu 80 takich samych kroków? Podaj otrzymaną wartość w metrach.
- b) Janek przeszedł drogę o długości 45 m dziesięcioma równymi krokami.
Ile centymetrów miał jeden krok Janka?

7 Kwaciarka pocięła 30-metrową wstążkę do wiązania bukietów na kawałki o długości 50 cm. Ile kawałków wstążki otrzymała?



▲ Kolumna Zygmunta w Warszawie

Sprawdź się!

1 Przepisz przykłady do zeszytu. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $34 \text{ mm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$

b) $56 \text{ cm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$

c) $289 \text{ cm} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$

d) $48 \text{ dm} = ? \text{ m } ? \text{ dm}$

e) $2435 \text{ m} = ? \text{ km } ? \text{ m}$

f) $1002 \text{ m} = ? \text{ km } ? \text{ m}$

2 Rozpiętość skrzydeł bielika wynosi 2 m, a mysikrólika, czyli najmniejszego ptaka występującego w Polsce, ma 15 cm. O ile centymetrów rozpiętość skrzydeł bielika jest większa od rozpiętości skrzydeł mysikrólika? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 148 cm

B. 185 cm

C. 5 cm

D. 13 cm



▲ Bielik



▲ Mysikrólik

3 Sznurek o długości 210 cm przecięto na dwie części. Jedna część ma 1 m 2 dm. Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) Dłuższa część sznurka ma A/B.

A. 1200 mm B. 1080 mm

b) Krótsza część sznurka ma C/D.

C. 9 dm D. 1 dm 8 cm

4 Ile centymetrów ma w przybliżeniu przekątna 24-calowego telewizora? Skorzystaj z informacji podanej w ciekawostce. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 60 cm

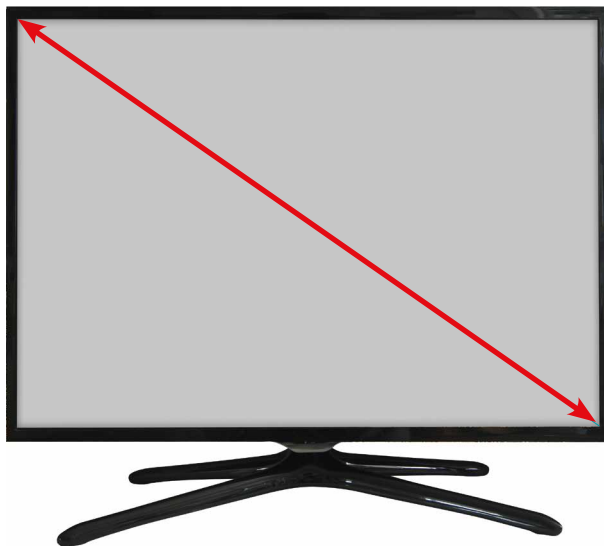
B. 24 cm

C. 600 cm

D. 25 cm

Ciekawość!

Cal jest jednostką długości używaną w krajach anglosaskich, na przykład w Wielkiej Brytanii. 1 cal to około 25 mm. W Polsce w calach podaje się długości przekątnej ekranu telewizora czy monitora.



4.4. Masa i jej jednostki

Podejmij temat

- Co łączy wszystkie przedmioty przedstawione na zdjęciach?
- W jakich sytuacjach w życiu codziennym potrzebujemy znać masę różnych przedmiotów?
- Co możemy ważyć w domu?

Waga to przyrząd do mierzenia masy.



Waga szalkowa



Waga łazienkowa



Waga kuchenna

Tego się dowiesz

- jakie są jednostki masy i jakie są zależności między nimi
- jak zamieniać jednostki masy

Jak myślisz, dlaczego masy różnych przedmiotów wyrażamy w różnych jednostkach?



Ten list waży 12 gramów.



Ta książka waży 23 dekagramy.



Ten stół waży 8 kilogramów.



Ten samochód waży 2 tony.



gram (w skrócie g)

dekagram (w skrócie dag)

kilogram (w skrócie kg)

tona (w skrócie t)

1 dag = 10 g

1 kg = 100 dag = 1000 g

1 t = 1000 kg

Ćwiczenie 1

W jakiej jednostce najwygodniej jest podać masę: telefonu komórkowego, plecaka z książkami, kartki z bloku rysunkowego, telewizora, długopisu, balonika? Masę jakich przedmiotów można podawać w tonach? Podaj kilka przykładów.

Jak zamienić jednostki masy z większych na mniejsze?

Przykład 1

Zamieńmy:

- a) 70 dag na gramy, b) 2 kg na dekagramy,
c) 6 kg na gramy, d) 2 t 135 kg na kilogramy.

a) Wiemy, że $1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$.
Aby zamienić dekagramy na gramy, należy liczbę dekagramów pomnożyć przez 10.

$$\begin{array}{r} \cdot 10 \\ \hline 7 \text{ dag} = 70 \text{ g} \end{array}$$

b) Wiemy, że $1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}$.
Aby zamienić kilogramy na dekagramy, należy liczbę kilogramów pomnożyć przez 100.

$$\begin{array}{r} \cdot 100 \\ \hline 2 \text{ kg} = 200 \text{ dag} \end{array}$$

c) Wiemy, że $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$.
Aby zamienić kilogramy na gramy, należy liczbę kilogramów pomnożyć przez 1000.

$$\begin{array}{r} \cdot 1000 \\ \hline 6 \text{ kg} = 6000 \text{ g} \end{array}$$

d) Wiemy, że $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$.
Najpierw zamieniamy tony na kilogramy, a następnie dodajemy pozostałe kilogramy. Mamy zatem:
 $2 \text{ t } 135 \text{ kg} = 2000 \text{ kg} + 135 \text{ kg} = 2135 \text{ kg}$

$$\begin{array}{r} \cdot 1000 \\ \hline 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg} \end{array}$$

Ćwiczenie 2

Przepisz i zamień.

- a) na gramy: 4 dag, 60 dag, 3 dag 2 g
b) na dekagramy: 3 kg, 8 kg 15 dag, 1 kg 2 dag
c) na gramy: 9 kg, 2 kg 128 g, 1 kg 15 dag
d) na kilogramy: 8 t, 2 t 135 kg, 1 t 48 kg

Ćwiczenie 3

Przepisz przykłady do zeszytu. Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- a) $6 \text{ dag } 9 \text{ g} = ? \text{ g}$ b) $78 \text{ dag } 3 \text{ g} = ? \text{ g}$ c) $80 \text{ dag } 5 \text{ g} = ? \text{ g}$ d) $5 \text{ kg } 47 \text{ dag} = ? \text{ dag}$
e) $11 \text{ kg } 9 \text{ dag} = ? \text{ dag}$ f) $2 \text{ kg } 8 \text{ g} = ? \text{ g}$ g) $6 \text{ t } 499 \text{ kg} = ? \text{ kg}$ h) $2 \text{ t } 52 \text{ kg} = ? \text{ kg}$



A gdybym był Anglikiem,
to ile bym ważył?

Tyle samo. Tylko podawałbyś
masę w funtach. Funt to trochę
mniej niż pół kilograma.



Można też zamieniać jednostki z mniejszych na większe.

Przykład 2

Zamieńmy:

- a) 70 g na dekagramy,
- b) 500 dag na kilogramy,
- c) 8000 g na kilogramy,
- d) 2000 kg na tony.

- a) $\overset{: 10}{10 \text{ g}} = 1 \text{ dag}$
Przy zamianie gramów na dekagramy należy liczbę gramów podzielić przez 10.

$$\overset{: 10}{70 \text{ g}} = 7 \text{ dag}$$

- b) $\overset{: 100}{100 \text{ dag}} = 1 \text{ kg}$
Przy zamianie dekagramów na kilogramy należy liczbę dekagramów podzielić przez 100.

$$\overset{: 100}{500 \text{ dag}} = 5 \text{ kg}$$

- c) $\overset{: 1000}{1000 \text{ g}} = 1 \text{ kg}$
Przy zamianie gramów na kilogramy należy liczbę gramów podzielić przez 1000.

$$\overset{: 1000}{8000 \text{ g}} = 8 \text{ kg}$$

- d) $\overset{: 1000}{1000 \text{ kg}} = 1 \text{ t}$
Przy zamianie kilogramów na tony należy liczbę kilogramów podzielić przez 1000.

$$\overset{: 1000}{2000 \text{ kg}} = 2 \text{ t}$$

Ćwiczenie 4

Zamień.

- a) na dekagramy: 40 g, 700 g, 3500 g
- b) na kilogramy: 600 dag, 2000 dag, 1800 dag
- c) na kilogramy: 2000 g, 9000 g, 40 000 g
- d) na tony: 9000 kg, 11 000 kg, 300 000 kg

Ćwiczenie 5

Daria przygotowała sałatkę jarzynową z 72 dag marchwi, 45 dag pietruszki, 80 g cebuli, 400 g groszku konserwowego i 350 g majonezu. Ile kilogramów ważyła sałatka?



Przykład 3

Zamiast znaków zapytania wstawmy odpowiednie liczby.

a) $76 \text{ g} = ? \text{ dag} ? \text{ g}$

b) $555 \text{ dag} = ? \text{ kg} ? \text{ dag}$

c) $8450 \text{ g} = ? \text{ kg} ? \text{ dag}$

a) $76 \text{ g} = \underbrace{70 \text{ g}}_{7 \text{ dag}} + 6 \text{ g}$, a zatem $76 \text{ g} = 7 \text{ dag } 6 \text{ g}$

b) $555 \text{ dag} = \underbrace{500 \text{ dag}}_{5 \text{ kg}} + 55 \text{ dag} = 5 \text{ kg } 55 \text{ dag}$

c) $8450 \text{ g} = \underbrace{8000 \text{ g}}_{8 \text{ kg}} + \underbrace{450 \text{ g}}_{45 \text{ dag}} = 8 \text{ kg } 45 \text{ dag}$

Ćwiczenie 6

Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $48 \text{ g} = ? \text{ dag} ? \text{ g}$

b) $728 \text{ dag} = ? \text{ kg} ? \text{ dag}$

c) $3575 \text{ g} = ? \text{ kg} ? \text{ g}$

d) $8955 \text{ kg} = ? \text{ t} ? \text{ kg}$

e) $2064 \text{ g} = ? \text{ kg} ? \text{ g}$

f) $125 \text{ g} = ? \text{ dag} ? \text{ g}$

g) $4003 \text{ kg} = ? \text{ t} ? \text{ kg}$

h) $326 \text{ dag} = ? \text{ kg} ? \text{ dag}$

i) $1209 \text{ kg} = ? \text{ t} ? \text{ kg}$

Zadania

- 1 Pod każdym prezentem zapisano jego masę. Który z nich jest najcięższy? Zapisz kolory prezentów w kolejności od najcięższego do najlżejszego.



28 000 g



290 dag



3 kg



2900 dag

- 2 Zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie jednostki.

a) Książka waży 24 ?.

Telewizor waży 24 ?.

List waży 24 ?.

b) Płyta CD waży 20 ?.

Samochód waży 2000 ?.

Kot waży 200 ?.

- 3 Właściciel sadu zebrał z jednej jabłoni 81 kg owoców. Wszystkie jabłka były podobnej wielkości i uznał, że każde waży około 25 dag. Ile jabłek zebrał sadownik z tego drzewa? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. około 56

B. około 106

C. około 324

D. około 2025

- 4 Puszka z groszkiem waży 46 dag. Pusty słoik na konfiturę waży 18 dag. Odczytaj potrzebne dane z rysunku i skorzystaj z informacji podanych w uwadze, aby odpowiedzieć na pytania.

- a) Ile waży pusta puszk?
b) Jaka jest masa brutto konfitury?

! **brutto** – masa towaru z opakowaniem
netto – masa towaru bez opakowania
tara – masa opakowania



- 5 Marek i Jacek trenują piłkę nożną. Piłka, której używają do gry, waży 420 g. Marek na treningu podniósł ją nad głowę 15 razy i stwierdził, że łącznie podniósł ponad 6 kg. „W taki sposób ja mogę podnieść w sumie nawet 100 kg” – powiedział Jacek. Ile razy Jacek musiałby unieść piłkę, aby osiągnąć 100 kg? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 100 razy B. 238 razy C. 239 razy D. 600 razy

- 6 Po napełnieniu pojemnika po brzegi wodą jego masa brutto będzie wynosić 350 dag. Jeżeli nalejemy do niego dwa razy mniej wody, to masa brutto wyniesie 2 kg. Ile waży pusty pojemnik?

- 7 Jedno opakowanie zawiera 200 g sera feta. W takiej porcji znajduje się 45 g tłuszczu, 30 g białka i 8 g węglowodanów.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.

- a) Ser w pięciu takich opakowaniach waży 1 kg.
b) W dwóch opakowaniach sera feta znajduje się 6 dag białka.

Sprawdź się!

- 1 Do sklepu dostarczono 50 pudełek z kulkami magnetycznymi. W jednym opakowaniu mieści się 200 kulek. Jedno pudełko z kulkami waży 800 g, a puste pudełko ma 40 dag. Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Jedna kulka waży A/B.

A. 2 g B. 5 g

- b) Łącznie wszystkie kulki dostarczone do sklepu ważą C/D.

C. 2 kg D. 20 kg

- 2 Samica żyrafy waży 900 kg, a samiec jedną i pół tony. O ile kilogramów samiec jest cięższy od samicy?

Podsumowanie działu 4. Praktyczne zastosowania matematyki

sekunda
minuta
kwadrans
godzina
doba

tydzień
miesiąc
kwartał
rok przestępny
wiek

milimetr
centymetr
decymetr
metr
kilometr

gram
dekagram
kilogram
tona

netto
brutto
tara

Jednostki czasu, długości i masy



1 doba = 24 godz.
1 godz. = 60 min
1 min = 60 s
1 kwadrans = 15 min



1 rok = 12 miesięcy
1 miesiąc = 28 (albo 29), 30 lub 31 dni
1 rok = 365 (albo 366) dni
1 kwartał = 3 miesiące



1 cm = 10 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 m = 10 dm = 100 cm
1 km = 1000 m



1 dag = 10 g
1 kg = 100 dag = 1000 g
1 t = 1000 kg

Sposób zapamiętywania, ile dni mają kolejne miesiące



Sprawdź się!

W zadaniach 1–5 oraz 7–8 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

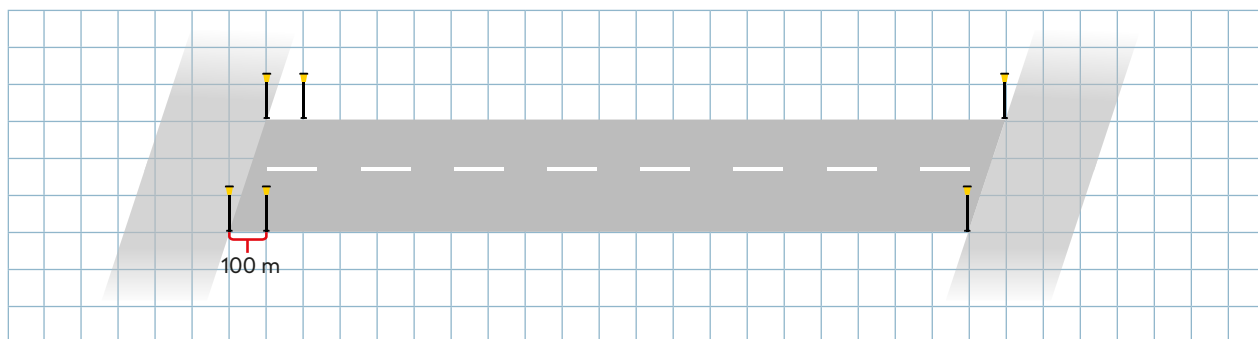
- 1 Pociąg z Olsztyna do Warszawy odjeżdża o godzinie 6.40. Na miejsce przyjeżdża o godzinie 11.08. Ile czasu trwa podróż?
A. 4 godz. 32 min B. 5 godz. 32 min C. 4 godz. 28 min D. 5 godz. 28 min
- 2 Grupa turystów wędrowała przez 2 godziny 35 minut, a następnie odpoczywała przez 23 minuty. Drugi etap wędrowki trwał 1 godzinę 15 minut, po czym turyści przez 41 minut jedli obiad, a następnie przez 3 godziny 24 minuty zwiedzali miasto. Ile czasu minęło od rozpoczęcia wycieczki do zakończenia zwiedzania?
A. 8 godz. 38 min B. 7 godz. 38 min C. 7 godz. 18 min D. 8 godz. 18 min
- 3 Ile sekund ma godzina?
A. 600 s B. 360 s C. 3600 s D. 6000 s
- 4 Jeżeli pierwszym dniem wakacji jest 19 czerwca, a ostatnim 31 sierpnia, to ile dni trwają wakacje?
A. 72 dni B. 73 dni C. 74 dni D. 75 dni
- 5 Nowy Rok, czyli 1 stycznia, w 2024 roku przypadł w poniedziałek. Ile poniedziałków było razem w styczniu i lutym tamtego roku?
A. 10 B. 9 C. 8 D. 7
- 6 Najkrótszy dzień roku na półkuli północnej przypada 21 lub 22 grudnia, a najdłuższy 20 lub 21 czerwca.
a) Najkrótszym dniem 2025 roku był 21 grudnia. Tego dnia w Warszawie słońce weszło o godzinie 7.43, a zaszło o godzinie 15.25. Ile czasu trwał ten dzień?
b) Najdłuższym dniem 2025 roku był 21 czerwca. W Warszawie trwał on 16 godzin i 47 minut. Tego dnia słońce weszło o godzinie 4.14. O której godzinie zaszło?
c) Dwukrotnie w ciągu roku długość dnia jest równa długości nocy. Są to tzw. równonoc: wiosenna i jesienna. W jakich miesiącach przypadają równonoc?
 d) Znajdź w internecie, ile godzin i minut trwa najdłuższy dzień bieżącego roku.
- 7 W sali szkolnej ułożono na podłodze płytki terakotowe. Każda z nich to kwadrat o boku długości 25 cm. Jaka jest długość i szerokość sali, jeżeli wiadomo, że wzdłuż dłuższej ściany zmieściło się dokładnie 28 płytek, a wzdłuż krótszej 24?
A. 14 m i 12 m B. 70 dm i 60 dm C. 280 cm i 240 cm D. 14 dm i 12 dm
- 8 Na przyczepie ciągnika może się zmieścić 5 t ziemniaków, a wsypano na nią 350 kg. Ile kilogramów ziemniaków można jeszcze maksymalnie załadować na przyczepę?
A. 150 kg B. 59 350 kg C. 4650 kg D. 650 kg

- 9 Do torebek wsypano łącznie 3 kg krówek. W każdej paczce znalazło się 15 dag cukierków. Pusta torebka waży 5 g. Ile ważyły wszystkie torebki z krówkami?



- 10 31 grudnia 2024 roku wypadł we wtorek. Oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
- a) Rok 2025 był przestępny.
 - b) Ostatnim dniem 2025 roku była środa.
 - c) W styczniu 2025 roku było pięć czwartków.
 - d) Dzień 21 marca 2025 roku przypadł w piątek.

- 11 Wzdłuż dwukilometrowej ulicy – po obu jej stronach, w odstępach wynoszących 100 m – ustawiono latarnie. Umieszczono je też na początku i na końcu ulicy (zobacz rysunek). Ile latarni oświetla tę ulicę?



- 12 Pani Anna poszła na zakupy do sklepu całodobowego 29 lutego w pierwszym roku przestępnym XXI wieku. Weszła tam o godzinie 23.53, a wyszła po 12 minutach. Kupiła 1 kg 30 dag pomarańczy i 2 kg 5 g jabłek. Za pomarańcze zapłaciła 6 zł 89 gr, a za jabłka 5 zł 14 gr. Odpowiedz na pytania. Tam, gdzie to konieczne, wykonaj zamianę jednostek.
- a) Ile ważyły zakupy pani Anny?
 - b) Ile zapłaciła pani Anna?
 - c) Jaka była dokładna data i godzina wyjścia pani Anny ze sklepu?

- 13 Rok 2024 był rokiem przestępnym. Ile dni miał luty tego roku? A ile dni miał luty w roku 2025?

Biała przygoda na stoku

Kasia i Tomek wybierają się razem z rodzicami na zimowy wyjazd na narty. Z Warszawy do Białki Tatrzańskiej oraz z powrotem pojadą autobusem. Wyjadą 30 stycznia, a wrócą 2 lutego. Mają już opłacone noclegi w hotelu i wyżywienie. Przed nimi jest jednak kilka ważnych decyzji do podjęcia. Twoim zadaniem jest pomóc im jak najlepiej zaplanować godziny podróży, przewóz bagażu i wybór atrakcji. Rodzinie po opłaceniu hotelu i wyżywienia zostało 3400 zł. Przeczytaj instrukcję i stwórz plan wyjazdu.

Tata
1 m 83 cm
długość nart: wzrost minus 15 cm

Tomek 13 lat
1 m 65 cm
długość nart: wzrost minus 30 cm



Mama
1 m 7 dm
długość nart: wzrost minus 20 cm

Kasia 10 lat
13 dm 2 cm
długość nart: wzrost minus 40 cm

Zasada doboru długości nart – odpowiednia do wzrostu i umiejętności narciarza – została podana osobno dla każdego członka rodziny.

INSTRUKCJA

- Wybierz godziny wyjazdu i powrotu autobusem. Na tym etapie zdecyduj, kto zabierze narty ze sobą, a kto wypożyczy je na miejscu. Narty są długie i zmieszczą się tylko w bagażu specjalnym. W autobusie taki bagaż jest dodatkowo płatny.

ROZKŁAD JAZDY			
Przystanek: Warszawa Kierunek: Białka Tatrzańska			Data: 30 I
Godzina odjazdu	Czas podróży	Uwagi	Cena za osobę
6:00	6 godz. 50 min	bez przesiadek	89 zł
13:20	6 godz. 15 min	bez przesiadek	133 zł
23:59	8 godz. 26 min	1 przesiadka	74 zł

ROZKŁAD JAZDY			
Przystanek: Białka Tatrzańska Kierunek: Warszawa			Data: 2 II
Godzina odjazdu	Czas podróży	Uwagi	Cena za osobę
10:55	6 godz. 20 min	bez przesiadek	77 zł
17:55	6 godz. 55 min	bez przesiadek	114 zł
21:40	8 godz. 45 min	1 przesiadka	71 zł

W cenę biletu jest wliczony 1 bagaż główny o wymiarach do 80 cm × 50 cm × 30 cm i wadze do 20 kg. Za bagaż specjalny, na przykład narty z kijkami (do 180 cm), trzeba dopłacić 20 zł za każdy komplet.

- Przeczytaj poniższą informację, a potem zaplanuj pakowanie walizek. Zapisz, co da się dopakować do walizek rodziców. Zrób też listę sprzętu narciarskiego, który najlepiej będzie wypożyczyć w wypożyczalni w Białce Tatrzańskiej.

Sprzęt narciarski można zabrać z domu lub wypożyczyć na miejscu, aby zaoszczędzić miejsce w walizkach i uniknąć dodatkowych opłat. Rodzice zdecydowali, że cała rodzina spakuje się do dwóch walizek: jednej mamy i jednej taty. Dzięki temu będą mogli się łatwiej przemieszczać. Limit bagażu nie pozwala na zabranie całego sprzętu. Rodzice już spakowali swoje buty narciarskie, kaski i gogle. Obok znajdziesz wagi sprzętu Kasi i Tomka, a w tabeli cennik wypożyczalni sprzętu. Twoim zadaniem jest zdecydować, co dla nich spakować do walizek, co zostawić w domu, a co wypożyczyć na miejscu.



Buty narciarskie
Kasi: 218 dag
Tomka: 2960 g



Kaski narciarskie
Kasi: 378 g
Tomka: 62 dag



Gogle narciarskie
Kasi: 140 g
Tomka: 21 dag



Walizka taty
19 kg 380 g



Walizka mamy
17 kg 70 dag

Cennik wypożyczalni				
Sprzęt	4 godz.	1 dzień	2 dni	3 dni
narty – dorosły	28 zł	32 zł	62 zł	90 zł
narty – dorosły (komplet: narty + buty + kijki)	34 zł	38 zł	74 zł	108 zł
narty – junior (długość do 130 cm)	23 zł	27 zł	52 zł	60 zł
narty – junior (komplet: narty do 130 cm + buty + kijki)	28 zł	32 zł	62 zł	90 zł
buty narciarskie	23 zł	27 zł	52 zł	75 zł
kijki lub kask, lub gogle	10 zł	12 zł	22 zł	32 zł

- 3** Rodzina planuje spędzać czas głównie na jeździe na nartach. Dodatkowo podczas pobytu chciałoby wybrać jeszcze co najmniej jedną z dostępnych atrakcji. Pomóż im dokonać najlepszego wyboru, a następnie stwórz szczegółowy plan wyjazdu.

Pamiętaj, że w planie należy uwzględnić – oprócz godziny rozpoczęcia i zakończenia oraz czasu trwania każdej aktywności – również czas:

- dotarcia z przystanku autobusowego do hotelu oraz z powrotem (w dniu przyjazdu i wyjazdu z Białki Tatrzańskiej) – 15 min w jedną stronę,
- na sen, odpoczynek i posiłki wykupione w hotelu: śniadania są serwowane od 7:00 do 10:00, a obiadokolacje od 16:00 do 19:00,
- dotarcia z hotelu na stok i z powrotem – 15 min w jedną stronę.

Dostępne atrakcje				
Baseny termalne godziny otwarcia: 9:00–22:00 czas dotarcia z hotelu: kwadrans		Lodowisko godziny otwarcia: 10:00–21:00 czas dotarcia z hotelu: 15 min Jednorazowe wejście bez limitu: bilet ulgowy (do 16 lat) + wypożyczenie łyżew: 45 zł bilet normalny + wypożyczenie łyżew: 50 zł		
bilet 2,5 godz.	- ulgowy (do 13 lat): 99 zł - normalny: 119 zł			
bilet 4,5 godz.	- ulgowy (do 13 lat): 129 zł - normalny: 149 zł			
Papugarnia godziny otwarcia: 10:00–19:00 czas dotarcia z hotelu: godzina cena: 65 zł za osobę (cena z transportem w obie strony z hotelu)		Kulig saniami konnymi codziennie o: 14:00, 16:00, 18:00, 20:00 cena: 119 zł za osobę (3 godz.) (czas i cena z transportem w obie strony z hotelu)		

- 4** Oblicz łączny koszt wypożyczenia sprzętu, skipassów* oraz innych wybranych atrakcji dla całej rodziny.

Cennik skipassów					
Ośrodek narciarski godziny otwarcia: 9:00–22:00	czas	4 godz.	1 dzień	2 dni	3 dni
	dorosły	150 zł	165 zł	315 zł	456 zł
	junior (5–15 lat)	140 zł	155 zł	295 zł	427 zł

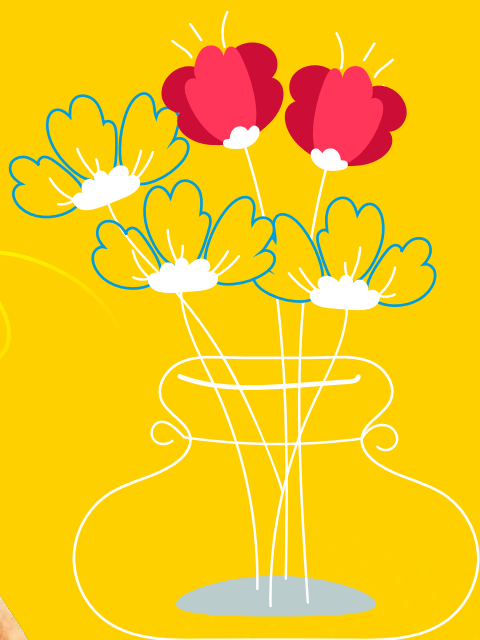
* Karnet zapewnia dostęp do 78 tras narciarskich o różnym poziomie trudności.

- 5** Przygotuj czytelny plan wyjazdu. Powinien zawierać wszystkie niezbędne informacje wraz z pełnymi kosztami, tak aby każdy członek rodziny wiedział, co spakować, co wypożyczyć na miejscu, jaki karnet narciarski kupić i co jest zaplanowane na każdy kolejny dzień pobytu.

5. Ułamki zwykłe

- Ile kwiatków jest w wazonie? Ile wśród nich jest tych o czerwonych płatkach?
- Ile kawałków pizzy zostało odsuniętych od całej pizzy?
- Na ile równych części podzielono pizzę? Ile kawałków jest z salami, a ile z pieczarkami?

... dziś
spróbuję
czegoś nowego :)



5.1. Ułamek jako część całości

Tego się dowiesz

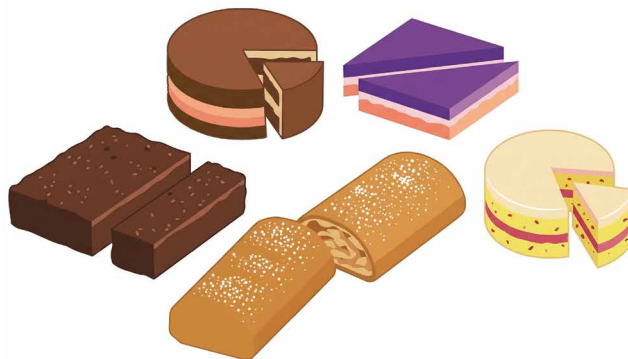
● jak zapisywać i odczytywać ułamki zwykłe

● co nazywamy licznikiem ułamka, co mianownikiem ułamka, a co kreską ułamkową

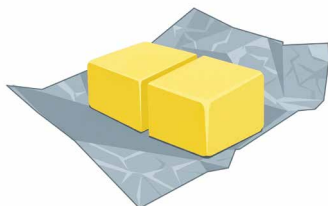
● jak wykorzystywać ułamki zwykłe w praktyce

Podjmij temat

- Na którym rysunku odkrojono połowę ciasta?
- Powiedz, jak można odkroić ćwierć ciasta.
- Narysuj w zeszycie ciasto o dowolnym kształcie (widziane z góry) i zaproponuj jego podział na 4 równe części.



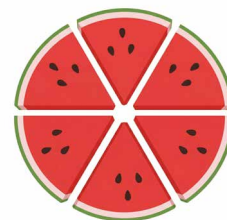
Bułka jest podzielona na 4 równe części.



Kostka masła jest podzielona na 2 równe części.



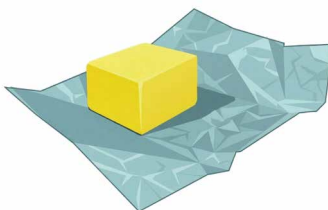
Tarta jest podzielona na 10 równych części.



Arbuz jest podzielony na 6 równych części.



Pozostały 3 części z 4, czyli $\frac{3}{4}$ bułki.



Pozostała 1 część z 2, czyli $\frac{1}{2}$ kostki masła.



Pozostało 7 części z 10, czyli $\frac{7}{10}$ tarty.



Pozostały 2 części z 6, czyli $\frac{2}{6}$ arbuza.

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{6}$ to **ułamki zwykłe**.

Zapisane obok ułamki czytamy: trzy czwarte, jedna druga, siedem dziesiątych, dwie szóste.

Ćwiczenie 1

Odczytaj ułamki: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{5}$.

Dlaczego *dwie trzecie*,
a nie na przykład
dwa, trzy?

Ponieważ ułamek to część całości.
Czyli chodzi o *dwie części*. Jakież?
Trzecie, bo trzy jednakowe części
stanowią całość.



Ćwiczenie 2



Zapisz podany ułamek za pomocą cyfr.

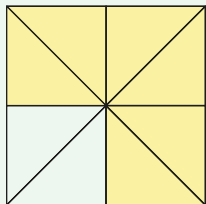
- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------|
| a) pięć szóstych | b) dziesięć dwunastych | c) cztery ósme |
| d) siedem dwudziestych | e) jedna trzecia | f) sześć siódmych |

W zapisie ułamka zwykłego wyróżniamy: **licznik** – liczbę nad kreską, **mianownik** – liczbę pod kreską i **kreskę ułamkową** – oddzielającą licznik od mianownika.

$\frac{3}{4}$
 ← licznik
 ← kreska ułamkowa
 ← mianownik

Mianownik pokazuje, na ile równych części podzielono całość, a licznik – ile części wzięto.

Przykład 1

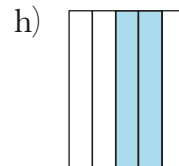
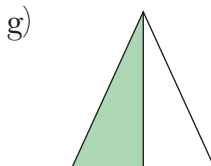
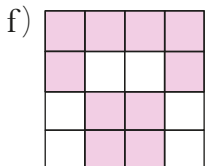
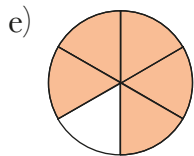
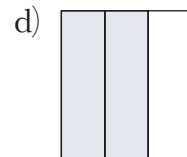
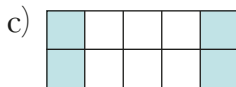
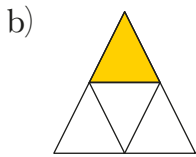
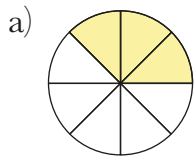


Określmy, jaki ułamek kwadratu zamalowano na żółto.

Kwadrat podzielono na 8 równych części. Zamalowano 6 z 8 części, czyli $\frac{6}{8}$. Mówimy, że zamalowana część stanowi $\frac{6}{8}$ całego kwadratu.

Ćwiczenie 3

Jaki ułamek figury zamalowano?



Ciekawe!

Starożytni Egipcjanie znali tylko **ułamki proste**, czyli ułamki o liczniku równym 1. Każdą inną liczbę pokazującą część przedstawiali w postaci sumy ułamków prostych.

Ułamki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$... często właśnie z tego powodu nazywa się też **ułamkami egipskimi**.

$$\frac{1}{5} = \text{rysunek człowieka} \quad \frac{1}{20} = \text{rysunek człowieka}$$

$$\frac{1}{10} = \text{rysunek człowieka} \quad \frac{1}{23} = \text{rysunek człowieka}$$

Ćwiczenie 4

Narysuj 4 prostokąty o bokach długości 2 cm i 3 cm.

Pokoloruj: $\frac{1}{3}$ pierwszego, $\frac{5}{6}$ drugiego, $\frac{7}{12}$ trzeciego i $\frac{9}{24}$ czwartego.

Ćwiczenie 5

Narysuj poziomo odcinek o długości 7 cm. Następnie podziel go na 2 części tak, aby lewa część stanowiła $\frac{3}{7}$ całego odcinka.

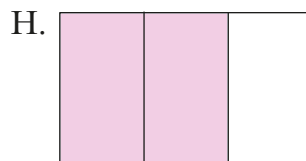
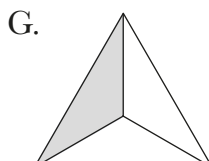
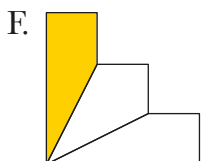
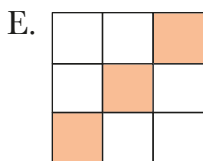
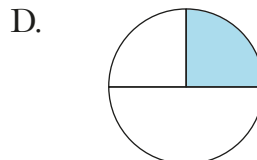
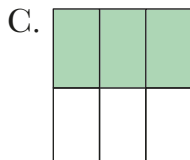
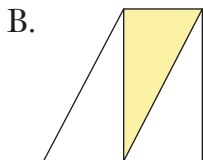
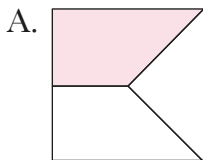
Ćwiczenie 6



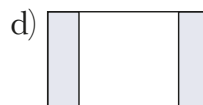
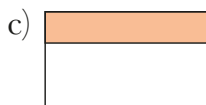
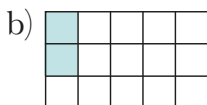
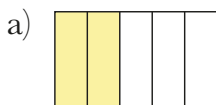
Na kartce papieru w kratkę wspólnie z koleżanką lub kolegą narysujcie 10 różnych figur. Następnie pokolorujcie $\frac{3}{5}$ każdej z nich. Zanim zaczniecie rysować, zastanówcie się, jaki kształt i jakie wymiary powinna mieć figura, aby łatwo było pokolorować jej wybraną część.

Zadania

1 Wymień wszystkie rysunki, na których zamalowano $\frac{1}{3}$ figury.



2 Jaka część prostokąta **nie** została zamalowana?



3 Sznur koralików składa się z 20 czerwonych, 20 białych i 60 żółtych koralików. Jaką część wszystkich koralików stanowią białe, a jaką żółte?

4 Jaką częścią 1 m są kolejno: 1 cm, 1 dm oraz 20 cm? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{10}$

B. $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{20}{100}$

C. $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{20}{100}$

D. $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{20}{1000}$

- 5 Jaki ułamek dni całego tygodnia:
- a) stanowi niedziela,
 - b) stanowią dni, których nazwa zaczyna się na literę p?

- 6 Zapisz w zeszycie po trzy różne ułamki, których:
- a) mianownik jest równy 7,
 - b) licznik jest równy 3,
 - c) licznik jest o 4 mniejszy od mianownika,
 - d) licznik jest 2 razy mniejszy od mianownika,
 - e) suma licznika i mianownika wynosi 10,
 - f) iloczyn licznika i mianownika wynosi 32.

- 7 Jaki ułamek zwykłego roku stanowią:
- a) 1 doba,
 - b) 2 tygodnie,
 - c) styczeń?

Sprawdź się!

- 1 Natalia napisała na tablicy ułamek cztery siódme, a Michał napisał ułamek siedem jedenastych.
- a) Podaj licznik ułamka zapisanego przez Natalię.
 - b) Który z zapisanych ułamków przedstawia sytuację, w której całość podzielono na 7 równych części? Uzasadnij odpowiedź.
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Jedna tysięczna kilograma to A/B.
A. 1 gram B. 1 tona
 - b) 1 dekagram to C/D kilograma.
C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{100}$
- 3 W koszu jest 12 jabłek czerwonych, 4 jabłka zielone i 9 gruszek.
- Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
- a) Gruszki stanowią $\frac{9}{16}$ wszystkich owoców.
 - b) Jabłka stanowią $\frac{16}{25}$ wszystkich owoców.
 - c) Jabłka czerwone stanowią $\frac{12}{25}$ wszystkich owoców.
 - d) Jabłka zielone stanowią $\frac{4}{12}$ wszystkich jabłek.

5.2. Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe

Tego się dowiesz

- czym jest liczba mieszana
- czym jest część całkowita i czym jest część ułamkowa liczby mieszanej
- jaki ułamek nazywamy właściwym, a jaki niewłaściwym

Podejmij temat

- Czy jedna minuta i jeszcze pół minuty to więcej, czy mniej niż dwie minuty?
- Ile sekund trwał bieg chłopca?
- Czy wiesz, jak inaczej można powiedzieć: minuta i pół minuty?

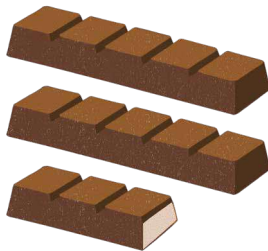
Przebiegnięcie całej trasy zajęło mi dokładnie minutę i jeszcze pół minuty.



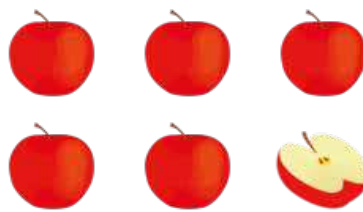
Na rysunkach widzimy:



3 całe bułki i $\frac{1}{4}$ bułki,
czyli $3\frac{1}{4}$ bułki



2 całe batoniki i $\frac{3}{5}$ batonika,
czyli $2\frac{3}{5}$ batonika



5 całych jabłek i $\frac{1}{2}$ jabłka,
czyli $5\frac{1}{2}$ jabłka

Liczby $3\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{5}$, $5\frac{1}{2}$ to **liczby mieszane**.

Liczba mieszana składa się z **części całkowitej** i **części ułamkowej**.

$5\frac{2}{7}$
← część całkowita część ułamkowa

Zapisane obok liczby mieszane czytamy:

trzy i jedna czwarta,
dwa i trzy piąte,
pięć i jedna druga,
pięć i dwie siódme.

Ćwiczenie 1

Przeczytaj: $1\frac{3}{4}$, $6\frac{5}{7}$, $9\frac{2}{6}$, $4\frac{5}{8}$.

Ćwiczenie 2



Zapisz podaną liczbę mieszaną za pomocą cyfr.

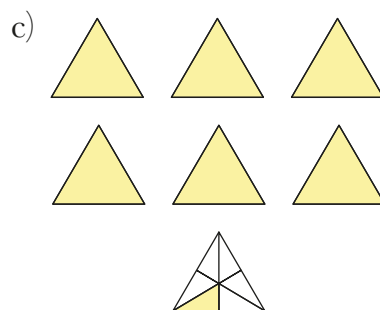
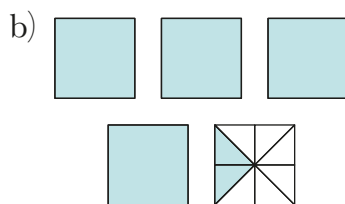
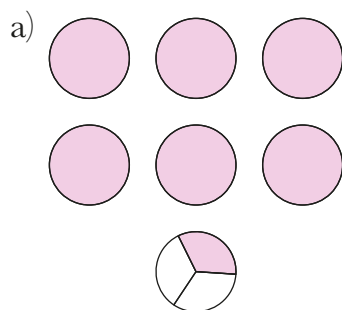
a) dwa i jedna trzecia

b) cztery i pięć szóstych

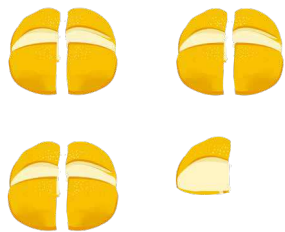
c) siedem i cztery dziesiąte

Ćwiczenie 3

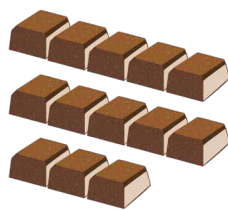
Zapisz liczbę mieszaną, którą przedstawia rysunek.



Jakie ułamki ilustrują poniższe rysunki?



Każda bułka jest podzielona na 4 równe części. Tych części jest 13, czyli rysunek przedstawia ułamek $\frac{13}{4}$.



Każdy batonik jest podzielony na 5 równych części. Tych części jest 13, czyli rysunek przedstawia ułamek $\frac{13}{5}$.



Każde jabłko jest podzielone na 2 równe części. Tych części jest 11, czyli rysunek przedstawia ułamek $\frac{11}{2}$.



Pizza jest podzielona na 6 równych części. Tych części jest 6, czyli rysunek przedstawia ułamek $\frac{6}{6}$.

Ułamki $\frac{13}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{6}{6}$ to ułamki niewłaściwe.

Jeżeli licznik ułamka jest większy od mianownika lub równy mianownikowi, to taki ułamek nazywamy **niewłaściwym**.

Jeżeli licznik ułamka jest mniejszy od mianownika, to taki ułamek nazywamy **właściwym**.

Ćwiczenie 4

Zapisz w zeszycie 5 przykładów ułamków niewłaściwych.

Ćwiczenie 5

Spośród ułamków: $\frac{9}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{2}{2}$ wybierz ułamki niewłaściwe i zapisz je w zeszycie.

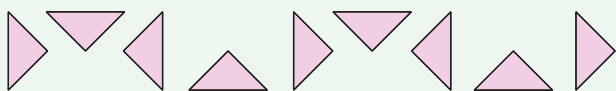
Gdy analizujemy rysunki ilustrujące liczby mieszane i ułamki niewłaściwe, widzimy, że ułamek niewłaściwy jest liczbą większą od 1 lub równą 1 (jak w przypadku pizzy na rysunku na s. 163). Liczba mieszana jest również większa od 1. Natomiast ułamek właściwy jest zawsze mniejszy od 1. Sytuacje przedstawione na rysunkach, na których jest co najmniej jedna całość, możemy opisać zarówno w postaci liczby mieszanej, jak i ułamka niewłaściwego.

Powinien więc być związek między liczbą mieszaną a ułamkiem niewłaściwym. Poszukajmy go.

Przykład 1

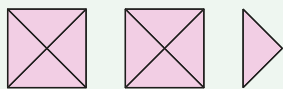
Obliczmy, ile całych:

- a) kwadratów można ułożyć z narysowanych poniżej 9 ćwiartek kwadratu, czyli z $\frac{9}{4}$ kwadratu,



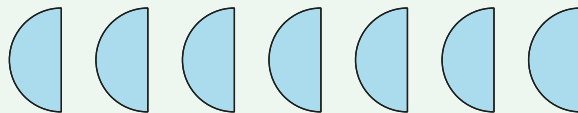
Można ułożyć 2 całe kwadraty.

Pozostaje jeszcze $\frac{1}{4}$ kwadratu.



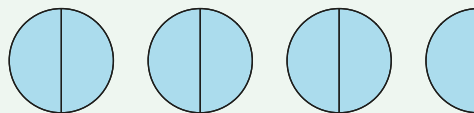
$$\text{Zatem } \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

- b) kół można ułożyć z narysowanych poniżej 7 połówek koła, czyli z $\frac{7}{2}$ koła.



Można ułożyć 3 całe koła.

Pozostaje jeszcze $\frac{1}{2}$ koła.



$$\text{Zatem } \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Ćwiczenie 6

Z którego z podanych ułamków można ułożyć więcej niż 3 koła?

A. $\frac{20}{9}$ koła

B. $\frac{21}{7}$ koła

C. $\frac{25}{8}$ koła

D. $\frac{15}{6}$ koła

Ćwiczenie 7

Ile całych kwadratów można ułożyć z podanych ułamków? Każdą odpowiedź zapisz w postaci liczby mieszanej lub naturalnej. Podaj największą możliwą liczbę całych kwadratów.

a) $\frac{7}{4}$ kwadratu

b) $\frac{15}{4}$ kwadratu

c) $\frac{4}{4}$ kwadratu

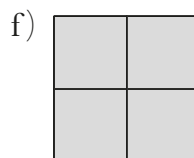
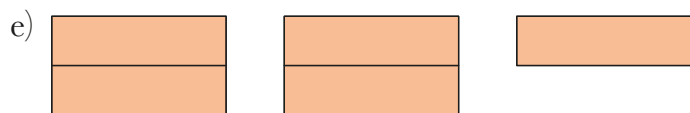
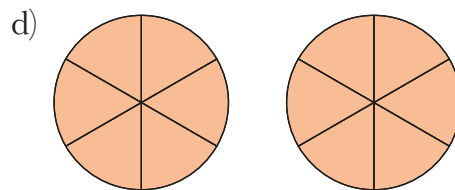
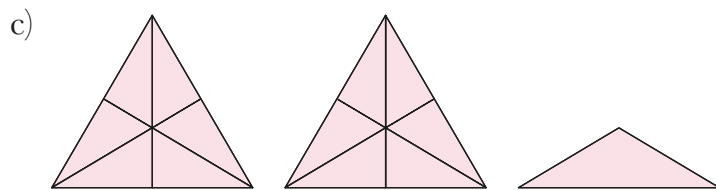
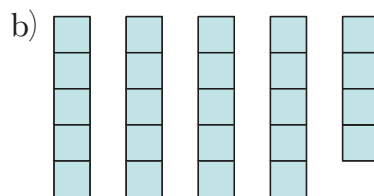
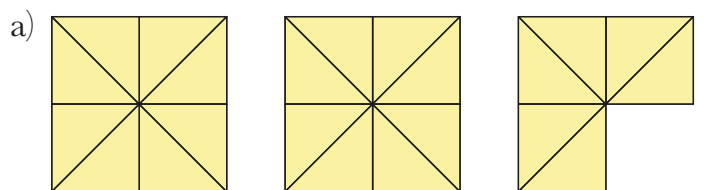
d) $\frac{4}{3}$ kwadratu

e) $\frac{8}{4}$ kwadratu

f) $\frac{40}{4}$ kwadratu

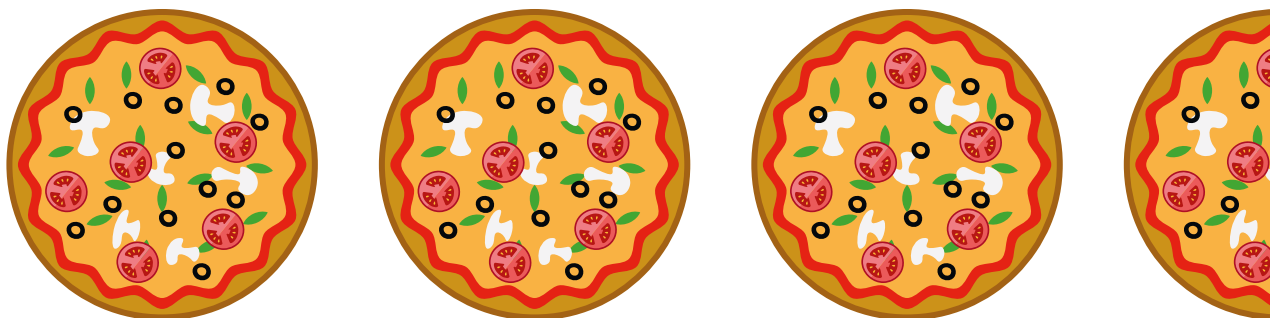
Ćwiczenie 8

Zapisz, jaki ułamek niewłaściwy i jaka liczba mieszana są przedstawione na rysunku.



Zadania

- 1 Jaką liczbę mieszaną przedstawia rysunek? Zapisz tę samą liczbę w postaci ułamka niewłaściwego.



- 2 Zapisz wszystkie ułamki niewłaściwe o liczniku 6.

- 3 Zapisz pięć ułamków niewłaściwych o mianowniku 8.
- 4 W którym zestawie znajdują się wyłącznie ułamki właściwe? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. $\frac{6}{9}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{20}{21}$ B. $\frac{4}{2}$, $\frac{18}{26}$, $\frac{1}{100}$ C. $\frac{3}{25}$, $\frac{17}{15}$, $\frac{23}{50}$ D. $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{4}{9}$
- 5 Domy przy ulicy Niewłaściwej są ponumerowane ułamkami niewłaściwymi o mianowniku 6 i o wartościach od 1 do 3. Ile domów znajduje się przy tej ulicy?



Sprawdź się!

- 1 W którym zestawie znajdują się dokładnie dwa ułamki niewłaściwe? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. $\frac{12}{12}$, $\frac{58}{50}$, $\frac{19}{23}$ B. $\frac{34}{18}$, $\frac{25}{16}$, $\frac{13}{13}$ C. $\frac{28}{30}$, $\frac{61}{60}$, $\frac{45}{47}$ D. $\frac{13}{14}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{19}{25}$
- 2 Czy ułamek $\frac{17}{10}$ jest ułamkiem właściwym? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A. TAK,	ponieważ	1. w liczniku ułamka jest liczba większa od 1.
B. NIE,		2. w mianowniku ułamka jest liczba 10.
		3. licznik jest większy od mianownika.

- 3 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) $\frac{13}{8}$ pizzy to A/B pizzy. A. $1\frac{5}{8}$ B. $1\frac{3}{8}$
- b) $2\frac{3}{4}$ gruszek to inaczej C/D gruszek. C. $\frac{11}{4}$ D. $\frac{9}{4}$
- 4 a) Ile jest wszystkich ułamków właściwych o mianowniku 10? Wypisz je.
b) Ile jest wszystkich ułamków niewłaściwych o liczniku 10? Wypisz je.

5.3. Ułamek jako iloraz

Podejmij temat

- Mama na urodziny Basi zamówiła 3 pizze. Jak podzielić je po równo między 4 osoby?
- Czy każda osoba dostanie całą pizzę?
- Jak opisać część pizzy przypadającą na jedną osobę?



Tego się dowiesz

- jak zastąpić dzielenie ułamkiem, a ułamek dzieleniem
- jak zamieniać liczby mieszane na ułamki niewłaściwe, a ułamki niewłaściwe na liczby mieszane
- na czym polega wyłączenie całości z ułamka

Babcia przyniosła trzem wnukom 1 tabliczkę czekolady. Jak podzielić ją sprawiedliwie, czyli tak, aby każdy z nich otrzymał tyle samo kostek?



Zapisem dzielenia czekolady jest działanie $1 : 3$.

Każdy wnuk dostanie $\frac{1}{3}$ tabliczki czekolady,

czyli $1 : 3 = \frac{1}{3}$.

Podczas następnej wizyty babcia przyniosła 2 tabliczki czekolady. Jak podzielić je równo między trzech wnuków?



Zapisem dzielenia jest działanie $2 : 3$.

Każdy wnuk otrzyma $\frac{2}{3}$ tabliczki

czekolady, czyli $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Omówione przykłady pokazują, że dzielenie można zapisać w postaci ułamka, a każdy ułamek można zapisać w postaci dzielenia, na przykład:

$$3 : 5 = \frac{3}{5}$$

$$4 : 7 = \frac{4}{7}$$

$$2 : 9 = \frac{2}{9}$$

$$\frac{3}{4} = 3 : 4$$

$$\frac{5}{6} = 5 : 6$$

$$\frac{1}{8} = 1 : 8$$

Gdy już o tym wiemy, możemy łatwo zamieniać ułamki niewłaściwe na liczby mieszane i odwrotnie – liczby mieszane na ułamki niewłaściwe.

Przykład 1

Dziadek przyniósł dla czworga wnuków 6 gruszek, 13 jabłek i 12 śliwek. Podzielił owoce po równo pomiędzy wnuków. Każdy wnuk otrzymał $\frac{6}{4}$ gruszki, $\frac{13}{4}$ jabłka i $\frac{12}{4}$ śliwki. Zapiszmy te liczby w postaci liczb mieszanych.

a) $\frac{6}{4} =$

$$= 6 : 4 =$$

$$= 1 \text{ r } 2$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W liczbie 6 mieści się 1 czwórka i pozostają jeszcze 2 z 4 części.

$$\text{Dlatego } \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4}.$$

b) $\frac{13}{4} =$

$$= 13 : 4 =$$

$$= 3 \text{ r } 1$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W liczbie 13 mieszczą się 3 czwórki i pozostaje jeszcze 1 z 4 części.

$$\text{Dlatego } \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}.$$

c) $\frac{12}{4} =$

$$= 12 : 4 =$$

$$= 3$$

Zapisujemy ułamek w postaci dzielenia.

W liczbie 12 mieszczą się 3 czwórki (bez reszty).

Ułamki niewłaściwe,
liczby mieszane...
Wszystko mi się miesza.
Jak się to zamienia?



Zwyczajnie: dzielisz licznik
przez mianownik. Wynik
zapisujesz jako całość, a reszta
z dzielenia to licznik ułamka.

Ćwiczenie 1

W cukierni cztery jednakowe ciasta pokrojono tak, aby każda z trzech kupujących je osób otrzymała taką samą część.

- Jaką część ciasta otrzymała każda osoba? Zapisz odpowiedź w postaci ułamka niewłaściwego.
- Zapisz ten sam wynik w postaci liczby mieszanej.

Zamianę ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną lub naturalną nazywamy **wyłączaniem całości z ułamka**.

Ćwiczenie 2

Zapisz cztery różne ułamki niewłaściwe, w których licznik i mianownik są równe. Z każdego ułamka wyłącz całości.

💡 Ułamek o jednakowym liczniku i mianowniku jest równy jednej całości, czyli 1.

Jak zamienić liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy?

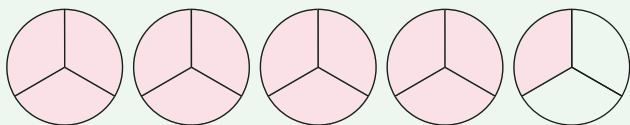
Przypomnijmy sobie, jak sprawdzamy dzielenie z resztą:

$$25 : 3 = 8 \text{ r } 1, \quad \text{sprawdzenie: } 8 \cdot 3 + 1 = 25.$$

To samo działanie, czyli $8 \cdot 3 + 1$, należy wykonać, aby obliczyć licznik ułamka niewłaściwego.

Przykład 2

Zamieńmy liczbę mieszaną $4\frac{1}{3}$ na ułamek niewłaściwy.



Każde koło dzielimy na 3 równe części.

W 4 całych kołach znajduje się 12 takich części.

Dodatkowo mamy jeszcze 1 taką część.

Razem otrzymujemy 13 części, z których każda jest trzecią częścią koła.

Dlatego: $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$

Jak się to zamienia?



Całości razy mianownik i dodać licznik. Wynik to licznik nowego ułamka, a mianownik jest taki, jaki był.

$$4\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{13}{3}$$

Ćwiczenie 3

Przepisz i zamień podaną liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy.

a) $1\frac{4}{5}$

b) $3\frac{2}{3}$

c) $5\frac{1}{8}$

d) $8\frac{4}{9}$

e) $6\frac{5}{7}$

f) $7\frac{5}{8}$

g) $10\frac{2}{3}$

h) $5\frac{7}{9}$

i) $9\frac{1}{8}$

j) $12\frac{1}{10}$

Zadania

1 Przepisz do zeszytu i w miejsce znaku zapytania wpisz odpowiednią liczbę.

a) $\frac{?}{8} = 2$

b) $\frac{?}{5} = 3$

c) $\frac{?}{7} = 1$

d) $\frac{?}{12} = 1$

e) $\frac{?}{4} = 8$

f) $\frac{?}{6} = 5$

g) $\frac{4}{?} = 1$

h) $\frac{8}{?} = 1$

i) $\frac{8}{?} = 2$

j) $\frac{20}{?} = 4$

k) $\frac{42}{?} = 6$

l) $\frac{54}{?} = 9$

2 Ile jest ułamków niewłaściwych o liczniku 6? Zapisz je.

3 Zapisz pięć ułamków niewłaściwych o mianowniku 8. Czy potrafiłbyś zapisać ich więcej? Jeżeli tak, to ile?

4 Przepisz do zeszytu pary równych liczb. Postaw między liczbami każdej pary znak równości.

$$\frac{8}{7}$$

$$\frac{9}{7}$$

$$\frac{21}{5}$$

$$3\frac{4}{5}$$

$$\frac{53}{6}$$

$$8\frac{5}{6}$$

$$6\frac{2}{3}$$

$$\frac{19}{5}$$

$$4\frac{4}{9}$$

$$1\frac{1}{7}$$

$$\frac{20}{3}$$

$$1\frac{2}{7}$$

$$\frac{40}{9}$$

$$4\frac{1}{5}$$

5 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) Liczbę $\frac{37}{8}$ możemy zapisać w postaci A/B.

A. $5\frac{3}{8}$

B. $4\frac{5}{8}$

b) Ułamek $\frac{100}{100}$ jest ułamkiem C/D.

C. właściwym

D. niewłaściwym

- 1 Która z podanych równości jest prawdziwa? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

A. $\frac{68}{9} = 7\frac{4}{9}$

B. $6\frac{7}{8} = \frac{56}{8}$

C. $\frac{57}{6} = 9\frac{3}{6}$

D. $8\frac{5}{7} = \frac{63}{7}$

- 2 Jaką liczbę należy wpisać w liczniku części ułamkowej liczby mieszanej, aby podana równość była prawdziwa? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

$$11\frac{?}{7} = \frac{81}{7}$$

A. 6

B. 4

C. 3

D. 1

- 3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszyte P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

a) Liczbę mieszaną $5\frac{3}{20}$ można zapisać w postaci ułamka $\frac{103}{20}$.

b) Liczbę mieszaną $13\frac{1}{3}$ można zapisać w postaci ilorazu $40 : 3$.

c) Liczby $\frac{34}{5}$ i $3\frac{4}{5}$ są równe.

d) Liczbę 10 można zapisać w postaci ułamka właściwego.

e) Ułamki niewłaściwe $\frac{40}{10}$ i $\frac{28}{7}$ można zapisać w postaci tej samej liczby naturalnej.

- 4 Uczniowie klasy IV pisali kartkówkę z matematyki. Oto kartkówka Maćka.

Sprawdź oba zadania i jeśli któreś obliczenia są niepoprawne, przepisz je do zeszytu bez błędów. Jaką ocenę powinien, według ciebie, otrzymać Maciek?

1. Wyłącz całości z ułamków:

$$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$$

$$\frac{24}{4} = 6$$

$$\frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$$

$$\frac{35}{9} = 4\frac{8}{9}$$

2. Zamień na ułamki niewłaściwe:

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$2\frac{6}{7} = \frac{20}{7}$$

$$1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$$

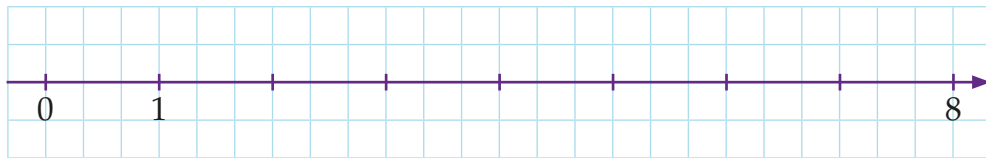
5.4. Ułamki zwykłe na osi liczbowej

Tego się dowiesz

- jak zaznaczać ułamki na osi liczbowej
- jak odczytywać ułamki z osi liczbowej

Podejmij temat

- Umiesz już zaznaczać na osi liczbowej liczby naturalne: duże i małe. A czy potrafisz zaznaczyć na osi liczbowej ułamek $\frac{1}{2}$ i liczbę mieszaną $3\frac{1}{3}$?

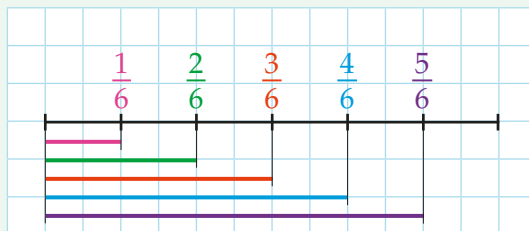


Przykład 1

Narysujmy odcinek o długości 6 cm i zaznaczmy: $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$ tego odcinka.

Pomożesz?
Zupełnie nie wiem, jak to zrobić.

Jasne! Popatrz: każdy ułamek ma w mianowniku 6, więc dzielisz odcinek na 6 równych części, a następnie wybierasz tyle części, ile potrzebujesz, czyli 1, 2, 3, 4 i 5.



Ćwiczenie 1

Narysuj pięć odcinków o długości 10 cm i zaznacz odpowiednio $\frac{1}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$ tego odcinka.

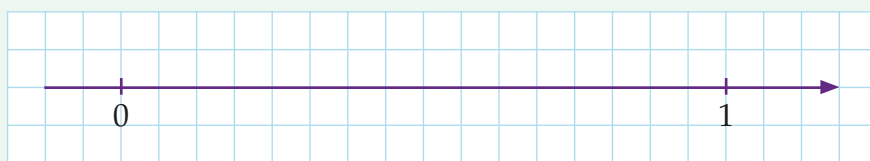
W podobny sposób zaznacza się ułamki na osi liczbowej.

Rozpocznijmy od zaznaczenia ułamków właściwych.

Przykład 2

Pewien szlak turystyczny ma długość 1 km. Na trasie ustawiono tabliczki informujące, jaką część szlaku już przebyliśmy: $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$. Zaznaczmy na osi liczbowej punkty odpowiadające tabliczkom ustawionym na trasie.

Najpierw musimy ustalić, jaką długość na osi liczbowej powinna mieć jednostka. Ponieważ wszystkie ułamki mają mianownik 8, odcinek jednostkowy powinien dać się podzielić na 8 równych części. Jej długość może wynosić na przykład 4 cm, 8 cm, 16 cm (dłuższa nie zmieści się w zeszyty). Wybierzmy jednostkę o długości 8 cm.



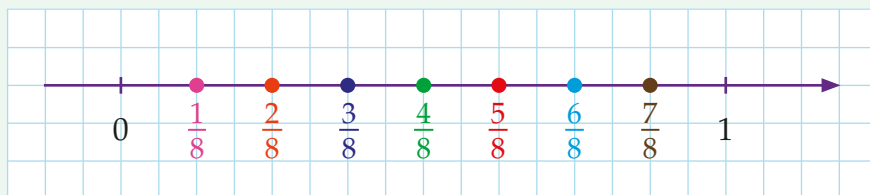
Jednostkę (od 0 do 1) dzielimy na 8 równych części.

Koniec pierwszej części (licząc od 0) odpowiada ułamkowi $\frac{1}{8}$.

Koniec dwóch części (licząc od 0) odpowiada ułamkowi $\frac{2}{8}$.

Koniec trzech części (licząc od 0) odpowiada ułamkowi $\frac{3}{8}$.

I tak aż do $\frac{7}{8}$.



Ćwiczenie 2

Dlaczego ułamki: $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$ znajdują się na osi pomiędzy 0 i 1, a nie pomiędzy 1 i 2?

Ćwiczenie 3

Na osi liczbowej o jednostce długości 5 cm zaznacz ułamki: $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$.

Ćwiczenie 4

Trasa spaceru ma długość 1 km. Asia robiła przerwę po przejściu: $\frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ części tej trasy. Zaznacz na osi liczbowej punkty wskazujące miejsca, gdzie zatrzymywała się Asia.

Teraz nauczymy się zaznaczać na osi ułamki niewłaściwe.

Przykład 3

10 litrów soku rozlano równo do 6 naczyń. Każde naczynie zawiera $\frac{10}{6}$ litra soku. Zaznaczmy ten ułamek na osi liczbowej.

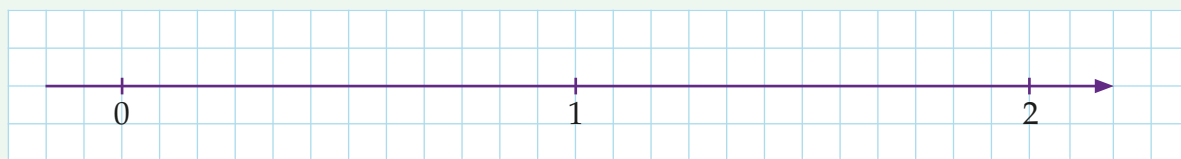
Najpierw ustalmy długość jednostki, na przykład 6 cm. Zatem odległości:

od 0 do 1,

od 1 do 2,

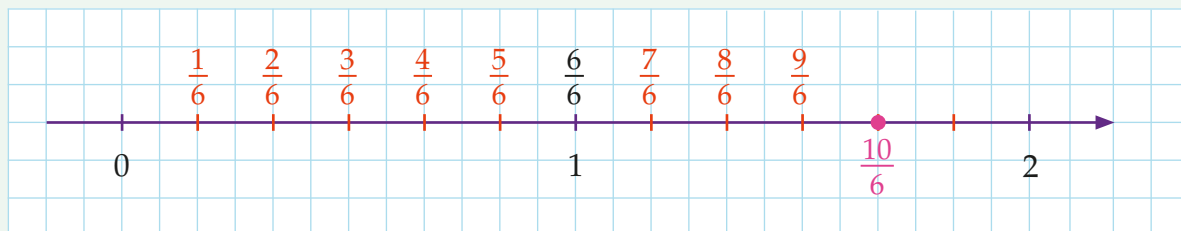
od 2 do 3 itd.

wynoszą 6 cm.



Mianownik ułamka wynosi 6, więc każdą jednostkę dzielimy na 6 równych części.

Każda z tych części to $\frac{1}{6}$ odcinka jednostkowego.



Ćwiczenie 5

Dwukilometrowa trasa marszu została przez organizatora oznaczona co $\frac{1}{4}$ kilometra.

Zaznacz na osi liczbę kilometrów i miejsca oznaczone: $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}$.

Ćwiczenie 6

Na osi liczbowej o jednostce długości 5 cm zaznacz ułamki: $\frac{2}{10}, \frac{10}{10}, \frac{16}{10}, \frac{24}{10}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{12}{10}, \frac{19}{10}, \frac{21}{10}$.

Ćwiczenie 7

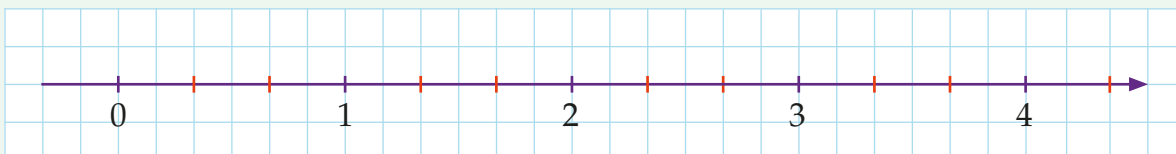
Na osi liczbowej dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz ułamki: $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$.

Teraz nauczymy się zaznaczać na osi liczby mieszane.

Przykład 4

W pewnej grze pionek po każdym rzucie kostką przesuwany jest o $\frac{1}{3}$ pola. Zaznacz na osi liczbowej położenia pionka po dotarciu do pól: $1\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{3}$.

Mianowniki ułamków są równe 3, więc ustalamy, że jednostka ma długość 3 cm. Rysujemy oś liczbową, a każdą jednostkę dzielimy na 3 równe części.

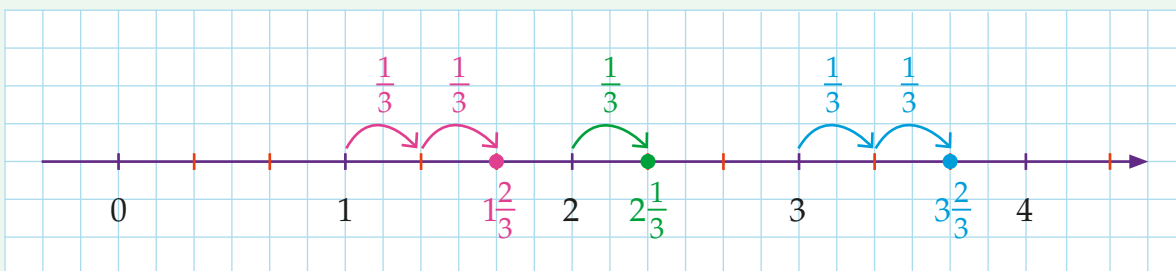


Po dokonaniu podziału każda część o długości 1 cm to $\frac{1}{3}$ jednostki.

Zaznaczamy liczbę $1\frac{2}{3}$. Znajduje się ona $\frac{2}{3}$ jednostki za liczbą 1 (po prawej stronie).

Zaznaczamy liczbę $2\frac{1}{3}$. Znajduje się ona $\frac{1}{3}$ jednostki za liczbą 2 (po prawej stronie).

Zaznaczamy liczbę $3\frac{2}{3}$. Znajduje się ona $\frac{2}{3}$ jednostki za liczbą 3 (po prawej stronie).



Ćwiczenie 8

Na osi liczbowej o jednostce długości 1 cm zaznacz liczby mieszane: $1\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$.

Ćwiczenie 9

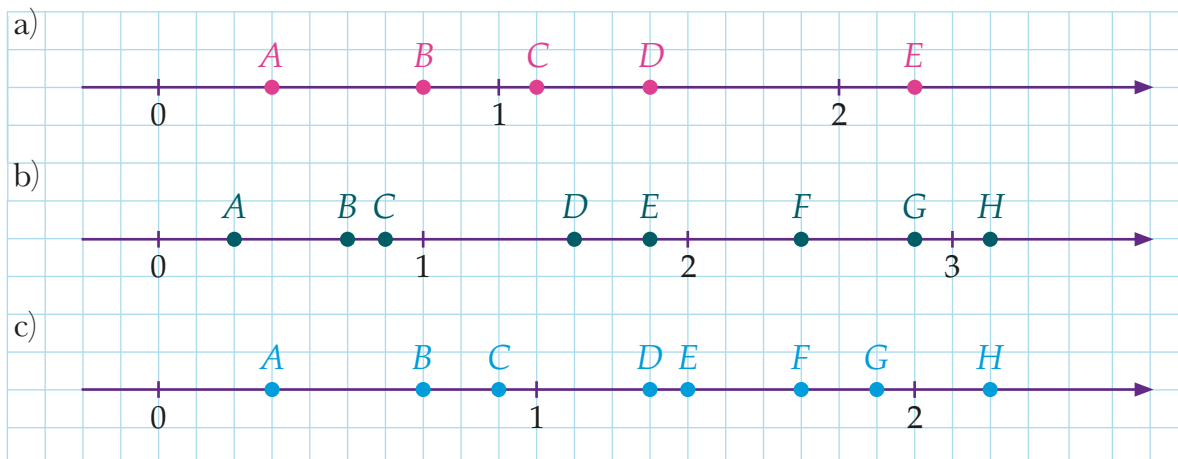
Na osi liczbowej o jednostce długości 4 cm zaznacz liczby mieszane: $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{5}{8}$, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{1}{8}$, $2\frac{3}{4}$.

Ćwiczenie 10

Na osi liczbowej dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz liczby mieszane: $1\frac{1}{10}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{10}$, $1\frac{8}{10}$, $1\frac{9}{10}$, $2\frac{1}{5}$.

Zadania

- 1 Zapisz w zeszycie ułamki i liczby mieszane zaznaczone na osiach liczbowych.



- 2 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej jednostkę długości 10 cm. Zaznacz na tej osi 9 punktów w taki sposób, aby każdy z nich był ułamkiem. Zapisz te ułamki.

- 3 Dzieci zapisały w tabeli czas, jaki zajęło im przeczytanie książki *Legenda polskie*.

Narysuj oś liczbową. Za jednostkę przyjmij 1 tydzień (czyli 7 dni). Zaznacz na osi punkty oznaczające czas, w jakim każde dziecko przeczytało książkę. Podpisz te punkty ułamkami właściwymi, liczbami mieszanymi lub naturalnymi.

Ania	3 tygodnie
Maciek	1 tydzień i 3 dni
Kamil	9 dni
Magda	2 tygodnie i 1 dzień
Kasia	6 dni

Sprawdź się!

- 1 Na osi liczbowej zaznaczono kropkami 12 punktów.



Ile spośród tych punktów odpowiada ułamkom właściwym?

Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 9

- 2 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej jednostkę długości 6 cm. Zaznacz na tej osi punkty odpowiadające liczbom: $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{12}$. Pod każdym z nich napisz odpowiednią liczbę.

- 3 Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej punkt A odpowiadający ułamkowi $\frac{1}{7}$ oraz punkt B odpowiadający ułamkowi $\frac{5}{7}$. Następnie zaznacz punkt C, który leży między punktami A oraz B i jest od nich jednakowo oddalony. Jaki ułamek odpowiada punktowi C?

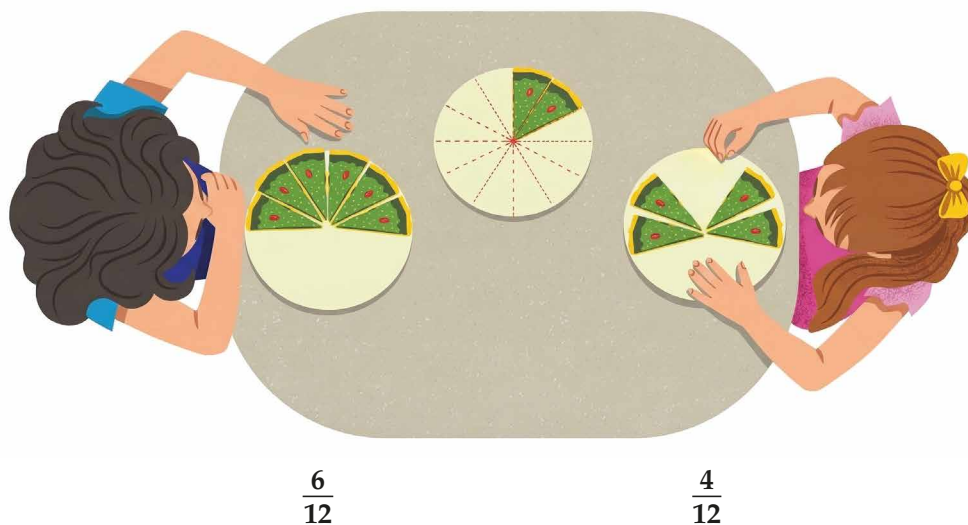
5.5. Porównywanie ułamków

Podejmij temat

- Kasia i Tosia zrobiły wspólnie tartę szpinakową i podzieliły ją na 12 równych części. Kasia ma na talerzu 6 kawałków, a Tosia 4 kawałki.
- Jaką część (jaki ułamek) tarty ma na talerzu Kasia, a jaką Tosia? Który z tych ułamków jest większy?

Kasia

Tosia

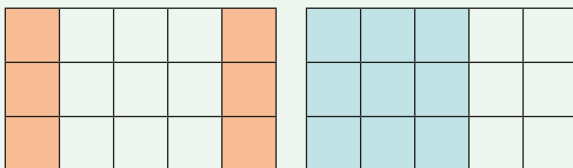


Tego się dowiesz

- jak porównywać ułamki z wykorzystaniem osi liczbowej
- jak porównywać ułamki zwykłe o jednakowych mianownikach
- jak porównywać ułamki zwykłe o jednakowych licznikach
- jak porównywać liczby mieszane

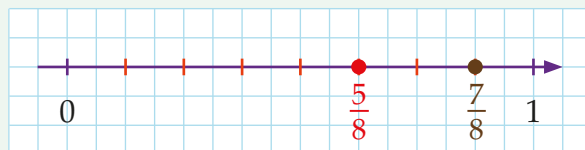
Przykład 1

- a) Jakie części (jakie ułamki) prostokątów są zamalowane? W którym prostokącie zamalowano większą część? Który ułamek jest większy?



Widzimy, że zamalowano większą część drugiego prostokąta, bo oba są podzielone na 15 równych części, ale drugi prostokąt ma zamalowanych więcej części, czyli $\frac{6}{15} < \frac{9}{15}$.

- b) Na osi liczbowej zaznaczono ułamki $\frac{5}{8}$ i $\frac{7}{8}$. Który z nich jest większy?



Ułamek $\frac{7}{8}$ jest większy, ponieważ leży w większej odległości od zera niż ułamek $\frac{5}{8}$.
Zatem $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$.

Jeżeli **porównujemy ułamki o jednakowych mianownikach**, to większy jest ten ułamek, który ma większy licznik.

Ćwiczenie 1

Przepisz ułamki i zamiast znaków zapytania wpisz znak $<$ lub $>$.

a) $\frac{3}{7} ? \frac{5}{7}$

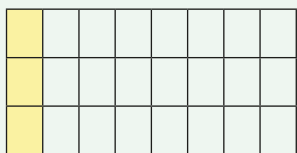
b) $\frac{8}{9} ? \frac{1}{9}$

c) $\frac{5}{6} ? \frac{4}{6}$

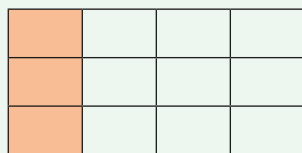
d) $\frac{7}{4} ? \frac{3}{4}$

Przykład 2

- a) Mama upiekła dwa prostokątne ciasta jednakowej wielkości: sernik i szarlotkę. Sernik podzieliła na 24 równe części, a szarlotkę na 12. Na talerzu położyła po 3 kawałki obu ciast. Którego ciasta było więcej na talerzu?



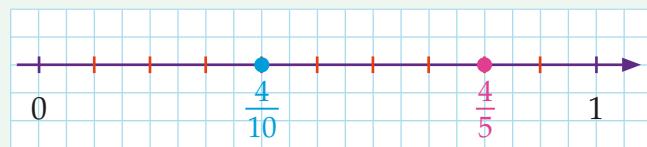
Sernik



Szarlotka

Na talerzu było więcej szarlotki. Mimo że kawałków obu ciast było tyle samo, każdy kawałek szarlotki był większy od każdego kawałka sernika. Oznacza to, że $\frac{3}{24} < \frac{3}{12}$.

- b) Na osi liczbowej zaznaczono ułamki $\frac{4}{10}$ i $\frac{4}{5}$. Który z nich jest większy?



Ułamek $\frac{4}{5}$ jest większy, ponieważ leży w większej odległości od zera niż ułamek $\frac{4}{10}$.
Zatem $\frac{4}{10} < \frac{4}{5}$.

Jeżeli **porównujemy ułamki o jednakowych licznikach**, to większy jest ten ułamek, który ma mniejszy mianownik.

Dlaczego tu się porównuje jakoś tak na odwrót?



Jeśli mianownik jest mniejszy, to znaczy, że dzielimy na mniej części, a wtedy te części są oczywiście większe.

Ćwiczenie 2

Przepisz ułamki i zamiast znaków zapytania wpisz znak $<$ lub $>$.

a) $\frac{1}{8} ? \frac{1}{7}$

b) $\frac{1}{3} ? \frac{1}{5}$

c) $\frac{7}{15} ? \frac{7}{8}$

d) $\frac{6}{9} ? \frac{6}{7}$

Przykład 3

Porównajmy podane liczby mieszane.

a) $2\frac{2}{3}$ i $7\frac{2}{4}$

b) $10\frac{1}{7}$ i $10\frac{6}{7}$

c) $5\frac{2}{3}$ i $5\frac{2}{4}$

a) Liczby $2\frac{2}{3}$ i $7\frac{2}{4}$ łatwo można porównać, ponieważ mają różne części całkowite.

Widać zatem, że $2\frac{2}{3} < 7\frac{2}{4}$.

b) Liczby $10\frac{1}{7}$ i $10\frac{6}{7}$ mają takie same części całkowite, więc musimy porównać ich części ułamkowe. To już umiemy zrobić. Wiemy, że $\frac{1}{7} < \frac{6}{7}$, czyli $10\frac{1}{7} < 10\frac{6}{7}$.

c) Liczby $5\frac{2}{3}$ i $5\frac{2}{4}$ także mają takie same części całkowite. Porównujemy więc ich części ułamkowe: $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$, zatem $5\frac{2}{3} > 5\frac{2}{4}$.

Jak porównujemy liczby mieszane?

Jeżeli ich części całkowite są:

- różne, to większa jest ta liczba, która ma większą część całkowitą;
- równe, to porównujemy ich części ułamkowe według zasad poznanych wcześniej i wówczas większa jest ta liczba mieszana, która ma większą część ułamkową.

Ćwiczenie 3

Przepisz liczby mieszane i zamiast znaków zapytania wpisz znak $<$ lub $>$.

a) $2\frac{4}{9} ? 3\frac{2}{9}$

b) $8\frac{1}{3} ? 5\frac{2}{3}$

c) $7\frac{1}{8} ? 7\frac{1}{3}$

d) $1\frac{5}{6} ? 1\frac{1}{6}$

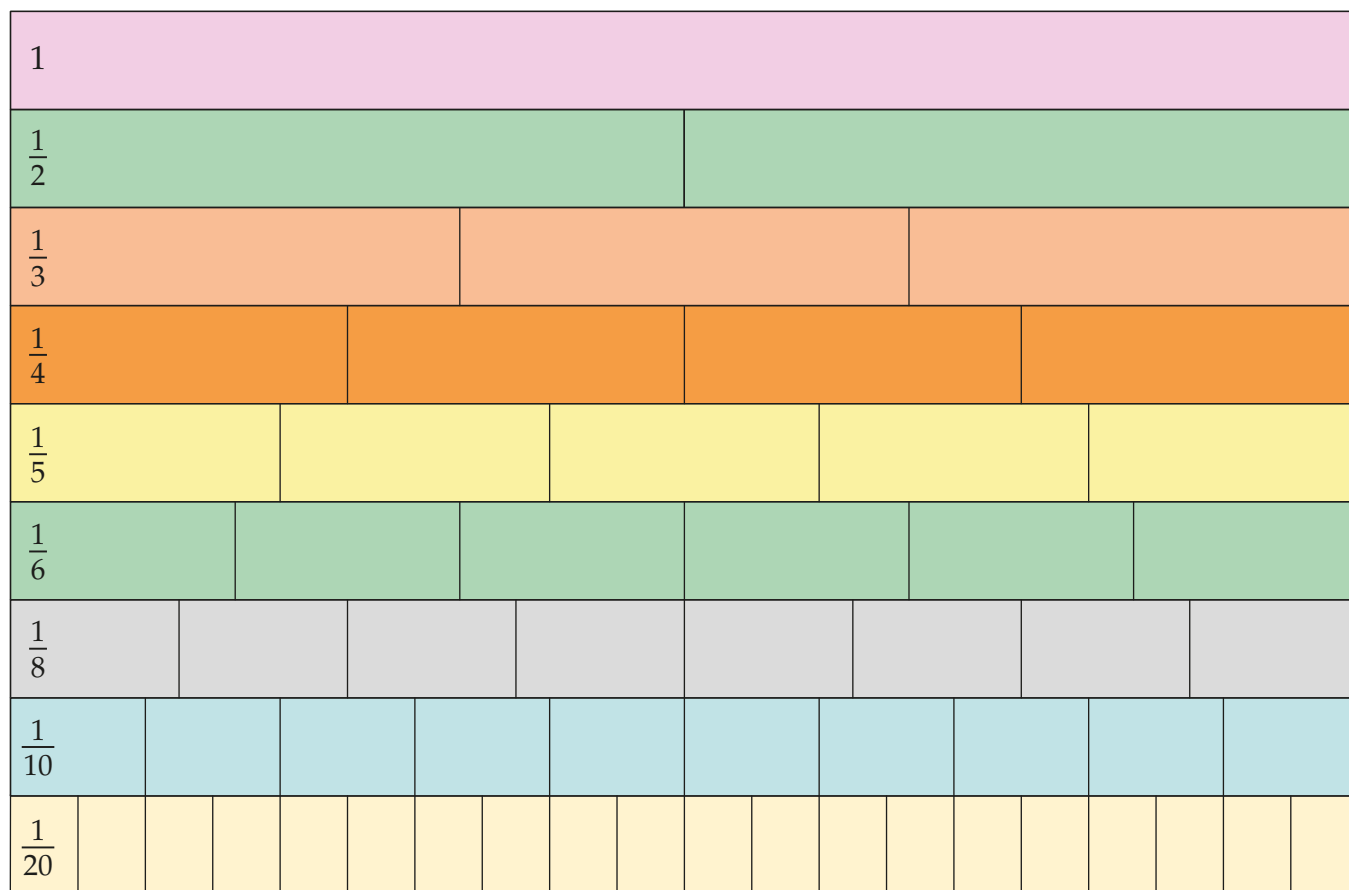
Ćwiczenie 4

Uporządkuj malejąco (czyli zaczynając od największej liczby, a kończąc na najmniejszej) liczby mieszane.

a) $6\frac{4}{11}$, $7\frac{5}{11}$, $6\frac{10}{11}$, $8\frac{1}{11}$, $5\frac{9}{11}$, $7\frac{2}{11}$

b) $1\frac{7}{8}$, $3\frac{3}{7}$, $2\frac{5}{7}$, $1\frac{7}{9}$, $2\frac{5}{9}$, $3\frac{6}{7}$

Do porównywania ułamków czasami może być przydatny rysunek zwany tablicą ułamków.



Zadania

- 1 Zapisz ułamki w kolejności rosnącej (od najmniejszego do największego).
 - a) $\frac{4}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{12}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{1}{10}$
 - b) $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{10}, \frac{2}{2}, \frac{2}{9}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{2}{5}$
- 2 Iza i Ewa mają jednakowe zeszyty do matematyki. Iza zapisała $\frac{5}{6}$ swojego, a Ewa $\frac{4}{6}$. Która dziewczynka zapisała większą część własnego zeszytu?
- 3 Podczas pierwszej przerwy między lekcjami Marta wypila $\frac{1}{8}$ butelki wody mineralnej przyniesionej z domu, a podczas drugiej $\frac{1}{10}$ jej początkowej zawartości. Na której przerwie Marta wypila więcej wody?
- 4 Porównaj podane ułamki. Możesz posłużyć się tablicą ułamków.
 - a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{5}{6}$
 - b) $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{8}$
 - c) $\frac{4}{5}$ i $\frac{7}{10}$
 - d) $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{4}$
 - e) $\frac{7}{20}$ i $\frac{1}{2}$
 - f) $\frac{3}{4}$ i $\frac{8}{10}$
 - g) $\frac{15}{20}$ i $\frac{6}{10}$
 - h) $\frac{5}{10}$ i $\frac{4}{8}$

- 5 Pięciu chłopców kupiło po jednej paczce takich samych wafli ryżowych. Michał zjadł $\frac{5}{8}$ paczki, Bartek $\frac{5}{6}$ paczki, Jaś $\frac{3}{4}$ paczki, Damian $\frac{2}{3}$ paczki, a Karol $\frac{4}{12}$ paczki.
- a) Narysuj pięć jednakowych prostokątów o bokach 4 cm i 6 cm, przedstawiających pięć paczek wafli ryżowych. Podziel każdy prostokąt na odpowiednią liczbę równych części. Następnie zamaluj tę część, która pokazuje, jaka część każdej paczki wafli została zjedzona.
- b) Który chłopiec zjadł największą, a który najmniejszą część paczki wafli?
- c) Którzy chłopcy zjedli więcej niż pół paczki wafli?

- 6 Pięcioro dzieci chodzi co wtorek na basen. W tabeli podano odległości od domu do pływalni każdego z nich. Wymień imiona dzieci w kolejności od najdłuższej do najkrótszej trasy, którą pokonują.

Tomek	Agata	Antek	Emilka	Olga
$1\frac{7}{10}$ km	$3\frac{1}{10}$ km	$1\frac{3}{10}$ km	$2\frac{1}{10}$ km	$1\frac{3}{20}$ km

Sprawdź się!

W zadaniach 1–2 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 1 Trzy miasta mają dokładnie taką samą liczbę mieszkańców. W Aleksandrowie kobiety stanowią $\frac{7}{15}$ ogółu mieszkańców, w Bartoszewie $\frac{7}{14}$, a w Czarkowie $\frac{7}{16}$. W którym mieście kobiety stanowią największą część mieszkańców?
- A. w Aleksandrowie B. w Bartoszewie
C. w Czarkowie D. we wszystkich miastach kobiety stanowią taką samą część mieszkańców
- 2 Ile spośród liczb: $\frac{2}{15}$, $\frac{8}{17}$, $1\frac{3}{11}$, $2\frac{1}{8}$ leży na osi liczbowej między liczbami $\frac{8}{15}$ i $\frac{15}{8}$?
- A. jedna B. dwie C. trzy D. cztery
- 3 Jakie liczby można wpisać w miejsce znaku zapytania? Podaj wszystkie możliwości.
- a) $\frac{3}{7} < ? < \frac{5}{7}$ b) $\frac{4}{13} < \frac{4}{?} < \frac{4}{9}$ c) $\frac{11}{12} < \frac{11}{?} < 2\frac{1}{5}$ d) $\frac{23}{10} < 2\frac{?}{10} < 3$
- 4 Do czterech jednakowych butelek wiano sok. W pierwszej butelce sok zajmuje $\frac{3}{7}$, w drugiej $\frac{3}{4}$, w trzeciej $\frac{3}{5}$, a w czwartej $\frac{3}{10}$ pojemności.
- Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
- a) Najwięcej soku wiano do trzeciej butelki.
b) Najmniej soku wiano do czwartej butelki.
c) W pierwszej butelce jest mniej soku niż w drugiej.
d) W drugiej butelce jest mniej soku niż w trzeciej.
e) W pierwszej butelce sok zajmuje więcej niż połowę pojemności.

5.6. Rozszerzanie i skracanie ułamków

Tego się dowiesz

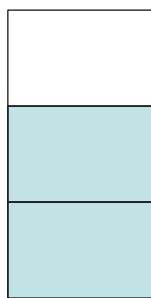
- co to znaczy rozszerzyć ułamek i w jaki sposób rozszerzamy ułamki
- co to znaczy skrócić ułamek i w jaki sposób skracamy ułamki
- jaki ułamek nazywamy ułamkiem nieskracalnym

Podejmij temat

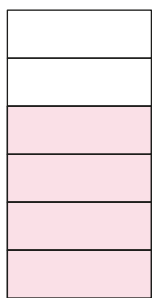
- Jak sądzisz, jakie powody babcia mogła mieć na myśli, udzielając takiej odpowiedzi?



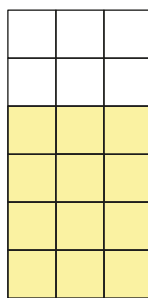
Rysunki przedstawiają prostokąty tej samej wielkości. Każdy z nich jest podzielony na inną liczbę części.



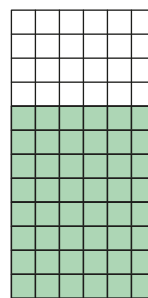
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{12}{18}$$



$$\frac{48}{72}$$

Na wszystkich rysunkach zamalowano taką samą część prostokąta, więc ułamki, które opisują zamalowane części prostokątów, są równe.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{48}{72}$$

W jaki sposób można bez rysunku stwierdzić równość ułamków?

Łatwo zauważyć, że jeżeli licznik i mianownik danego ułamka powiększymy tyle samo razy, to otrzymany ułamek będzie równy początkowemu.

Możemy to przedstawić w postaci:

2 razy więcej

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

2 razy więcej

3 razy więcej

$$\frac{4}{6} = \frac{12}{18}$$

3 razy więcej

4 razy więcej

$$\frac{12}{18} = \frac{48}{72}$$

4 razy więcej

Przykład 1

Sprawdźmy, czy ułamki $\frac{2}{5}$ i $\frac{10}{25}$ są równe.

Tak, ponieważ:

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$$

Diagram illustrating the expansion of the fraction $\frac{2}{5}$ to $\frac{10}{25}$. A blue arrow points from the numerator 2 to 10, labeled $\cdot 5$. Another blue arrow points from the denominator 5 to 25, labeled $\cdot 5$.

W powyższym przykładzie pomnożyliśmy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę. Taką czynność nazywamy rozszerzaniem ułamka.

Rozszerzanie ułamka polega na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

Ćwiczenie 1

Jak myślisz, dlaczego nie można rozszerzać ułamka, mnożąc jego licznik i mianownik przez 0? Czy warto rozszerzać ułamek, mnożąc jego licznik i mianownik przez 1?

Ćwiczenie 2

Rozszerz podany ułamek. W tym celu pomnóż licznik i mianownik przez 4.

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{7}$

c) $\frac{4}{9}$

d) $\frac{8}{15}$

Ćwiczenie 3

Które z poniższych ułamków są równe? Przepisz je, a następnie uzasadnij ich równość poprzez odpowiednie rozszerzenie jednego z nich.

$\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{8}$

$\frac{4}{5}$ i $\frac{12}{15}$

$\frac{2}{7}$ i $\frac{10}{35}$

$\frac{3}{8}$ i $\frac{6}{30}$

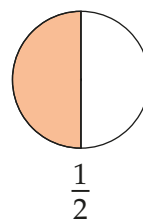
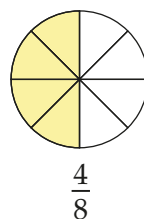
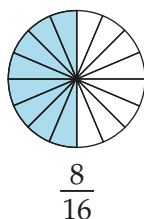
$\frac{2}{3}$ i $\frac{14}{21}$

$\frac{3}{10}$ i $\frac{10}{30}$

$\frac{1}{6}$ i $\frac{3}{18}$

$\frac{7}{8}$ i $\frac{63}{72}$

Rysunki przedstawiają koła tej samej wielkości. Każde z nich jest podzielone na inną liczbę części.



Na każdym rysunku została zamalowana taka sama część koła, czyli ułamki opisujące zamalowane części są równe.

$$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Jak sprawdzić te równości bez patrzenia na rysunek?

Jeżeli licznik i mianownik pewnego ułamka zmniejszymy tyle samo razy, to otrzymany ułamek będzie równy początkowemu.

$\frac{8}{16} = \frac{4}{8}$ 2 razy mniej (na górnym łuku) 2 razy mniej (na dolnym łuku)	$\frac{4}{6} = \frac{1}{2}$ 4 razy mniej (na górnym łuku) 4 razy mniej (na dolnym łuku)
---	--

Przykład 2

Sprawdźmy, czy ułamki $\frac{10}{15}$ i $\frac{2}{3}$ są równe.

Tak, ponieważ:

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

: 5 (na górnym łuku)
: 5 (na dolnym łuku)

W tym przykładzie podzieliliśmy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę. Taką czynność nazywamy skracaniem ułamka.

Skracanie ułamka polega na podzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

Ćwiczenie 4

Skróć podany ułamek. W tym celu podziel licznik i mianownik przez 3.

a) $\frac{6}{9}$

b) $\frac{18}{21}$

c) $\frac{15}{24}$

d) $\frac{27}{33}$

Ćwiczenie 5

Znajdź możliwie największą liczbę, przez którą można podzielić licznik i mianownik podanego ułamka. Skróć ten ułamek przez znaną liczbę.

- a) $\frac{20}{25}$ b) $\frac{12}{16}$ c) $\frac{6}{24}$ d) $\frac{18}{45}$ e) $\frac{21}{35}$ f) $\frac{44}{55}$ g) $\frac{75}{125}$

Jeżeli trudno jest znaleźć największą liczbę, przez którą uda się podzielić licznik i mianownik ułamka, możemy skracać ułamek etapami.

Przykład 3

Skróćmy ułamek $\frac{48}{72}$.

$$\begin{array}{ccccccc} & :2 & & :2 & & :2 & & :3 \\ \frac{48}{72} & = & \frac{24}{36} & = & \frac{12}{18} & = & \frac{6}{9} & = & \frac{2}{3} \\ & :2 & & :2 & & :2 & & :3 \end{array}$$

Ułamek, którego nie można skrócić, nazywamy **nieskracalnym**.

Ćwiczenie 6

Spośród ułamków: $\frac{6}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{21}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{12}{14}$ wybierz ułamki nieskracalne i przepisz je do zeszytu.

Ćwiczenie 7

Zapisz podany ułamek w postaci ułamka nieskracalnego.

- a) $\frac{18}{45}$ b) $\frac{16}{32}$ c) $\frac{24}{60}$ d) $\frac{20}{30}$ e) $\frac{28}{42}$ f) $\frac{45}{60}$ g) $\frac{99}{121}$

Ćwiczenie 8

Który z podanych ułamków jest ułamkiem nieskracalnym? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. $\frac{3}{12}$ B. $\frac{10}{25}$ C. $\frac{8}{32}$ D. $\frac{5}{11}$

Zadania

1 Rozszerz lub skróć podany ułamek tak, aby otrzymać ułamek o wskazanym mianowniku.

a) $\frac{1}{2} = \frac{?}{8}$

b) $\frac{6}{9} = \frac{?}{3}$

c) $\frac{5}{6} = \frac{?}{60}$

d) $\frac{7}{10} = \frac{?}{40}$

e) $\frac{20}{32} = \frac{?}{8}$

f) $\frac{4}{9} = \frac{?}{54}$

g) $\frac{6}{7} = \frac{?}{42}$

h) $\frac{49}{56} = \frac{?}{8}$

2 Skróć podany ułamek tak, aby otrzymać ułamek nieskracalny.

a) $\frac{25}{30}$

b) $\frac{12}{20}$

c) $\frac{21}{24}$

d) $\frac{60}{70}$

e) $\frac{26}{39}$

f) $\frac{27}{36}$

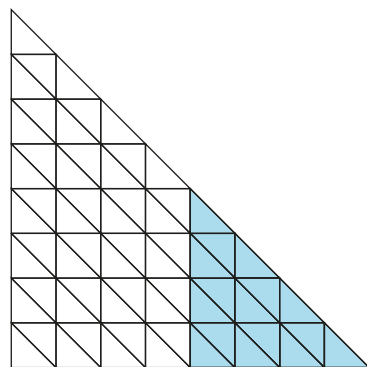
g) $\frac{16}{64}$

h) $\frac{27}{54}$

3 Spośród ułamków: $\frac{4}{9}, \frac{3}{10}, \frac{15}{35}, \frac{5}{8}, \frac{30}{36}, \frac{12}{72}, \frac{5}{6}, \frac{10}{16}, \frac{3}{7}, \frac{9}{30}$ wybierz te, które tworzą pary ułamków równych. Zapisz te pary w zeszycie.

4 Które spośród ułamków: $\frac{2}{6}, \frac{16}{24}, \frac{8}{10}, \frac{28}{42}, \frac{2}{3}, \frac{10}{12}, \frac{36}{54}, \frac{120}{16}, \frac{12}{15}$ są równe ułamkowi $\frac{4}{6}$?

5 Spośród ułamków: $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{8}, \frac{4}{6}, \frac{12}{48}, \frac{8}{20}, \frac{3}{12}, \frac{15}{40}, \frac{16}{64}, \frac{12}{60}, \frac{2}{8}, \frac{10}{40}$ wybierz te, które opisują zamalowaną część figury na rysunku obok. Zapisz je w zeszycie.



Sprawdź się!

1 Która para liczb przedstawia równe ułamki? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. $\frac{3}{7}$ i $\frac{9}{14}$

B. $\frac{2}{5}$ i $\frac{12}{30}$

C. $\frac{6}{8}$ i $\frac{3}{16}$

D. $\frac{4}{9}$ i $\frac{2}{3}$

2 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) Ułamek $\frac{4}{7}$ jest równy ułamkowi A/B.

A. $\frac{12}{21}$

B. $\frac{9}{12}$

b) Ułamek $\frac{28}{35}$ jest równy ułamkowi C/D.

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

3 Zapisz ułamki: $\frac{14}{30}, \frac{40}{12}, \frac{8}{16}, \frac{10}{15}, \frac{56}{63}, \frac{32}{20}$ w postaci nieskracalnej.



5.7. Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

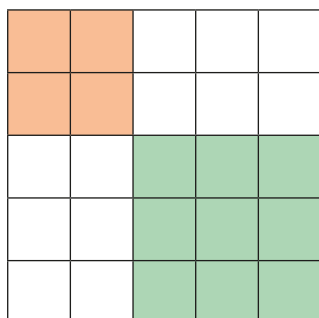
Podejmij temat

- Marek zjadł $\frac{2}{16}$ babki, a Jacek $\frac{3}{16}$.
- Spróbuj odpowiedzieć, jaką część babki chłopcy zjedli razem.



Tego się dowiesz

- jak dodawać ułamki o jednakowych mianownikach



Kolorem pomarańczowym zamalowano $\frac{4}{25}$ kwadratu.

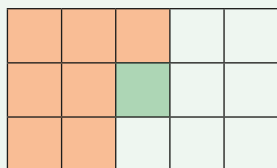
Kolorem zielonym zamalowano $\frac{9}{25}$ kwadratu.

Łącznie zamalowano $\frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25}$ kwadratu.

Przykład 1

Dodajmy: $\frac{7}{15} + \frac{1}{15}$.

Aby wykonać to dodawanie, możemy narysować prostokąt podzielony na 15 równych części i pokolorować w nim 7 części, a następnie jeszcze 1 część.



$$\frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

Ćwiczenie 1

Wykonaj dodawanie $\frac{3}{12} + \frac{8}{12}$. Postępuj tak, jak to pokazano w przykładzie 1. Narysuj prostokąt podzielony na 12 równych części i zamaluj dwoma kolorami części odpowiadające licznikom ułamków.

Aby **dodać ułamki o jednakowych mianownikach**, należy dodać ich liczniki, a mianownik pozostawić bez zmian.

Ćwiczenie 2

Dodaj ułamki.

a) $\frac{2}{7} + \frac{4}{7}$

b) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

c) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

e) $\frac{7}{25} + \frac{6}{25}$

f) $\frac{1}{8} + \frac{7}{8}$

g) $\frac{5}{11} + \frac{6}{11}$

h) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$

Ile wynosi suma w trzech ostatnich działaniach? Podaj jeszcze trzy przykłady, w których uzyskasz taki sam wynik.

! Jeżeli wynik działania jest ułamkiem, który można skrócić, zawsze należy to zrobić.

Ćwiczenie 3

Wykonaj dodawanie. Sumę przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

c) $\frac{1}{12} + \frac{5}{12}$

d) $\frac{3}{14} + \frac{4}{14}$

e) $\frac{4}{15} + \frac{8}{15}$

f) $\frac{7}{24} + \frac{5}{24}$

g) $\frac{11}{18} + \frac{1}{18}$

h) $\frac{9}{36} + \frac{7}{36}$

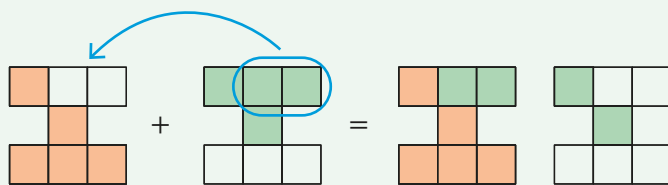
! Wynik dodawania ułamków może być liczbą większą od 1. Wówczas z otrzymanej sumy należy wyłączyć całości.

Przykład 2

Wykonajmy dodawanie: $\frac{5}{7} + \frac{4}{7}$.

Sposób I

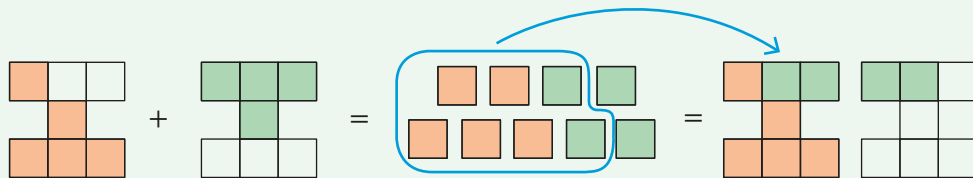
$$\frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7}$$



Sposób II

Oto inny sposób:

$$\frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$



Pamiętaj o wyłączaniu całości.



Ćwiczenie 4

Dodaj ułamki. Wynik zapisz na dwa sposoby: w postaci ułamka niewłaściwego i w postaci liczby mieszanej. Pamiętaj o skracaniu ułamków.

a) $\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

c) $\frac{5}{9} + \frac{8}{9}$

d) $\frac{7}{11} + \frac{8}{11}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

f) $\frac{6}{7} + \frac{3}{7}$

g) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5}$

h) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

Liczę, planuję, działam

Jak zarządzać domowym budżetem?



Miłosz



Ala

Miłosz: Słuchaj, wróćmy jeszcze do tego budżetu domowego. Skąd rodzice wiedzą, ile mogą wydać, żeby nie zabrakło im pieniędzy?

Ala: Jest na to sposób! Trzeba wszystko dobrze rozdzielić. Każda rodzina ma swoje zasady. W mojej rodzinie bierze się cały **dochód netto**, czyli wszystkie pieniądze, które naprawdę dostajemy i możemy wydać. Dzieli się je na przykład na trzy kategorie: to, co **niezbędne**, **przyjemności** i **oszczędności**.

Miłosz: Ale jak to podzielić? Po równo?

Ala: Niekoniecznie. Na przykład moi rodzice dzielą cały dochód na 10 równych części. Pięć z tych wydzielonych części, czyli $\frac{5}{10}$, idzie na niezbędne wydatki.

Miłosz: Czyli na przykład na jedzenie, rachunki za prąd czy czynsz za mieszkanie?

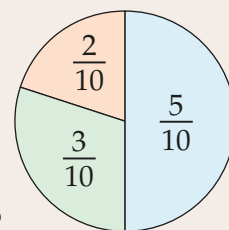
Ala: Tak. Na wszystko, co jest potrzebne do życia i do pracy. Kolejne $\frac{3}{10}$ pieniędzy przeznaczają na przyjemności.

Miłosz: O, to lubię! Czyli kino, lody albo wyjście na pizzę?

Ala: Dokładnie.

Miłosz: Policzmy: $\frac{5}{10}$ dodać $\frac{3}{10}$ to $\frac{8}{10}$. Zostało nam jeszcze $\frac{2}{10}$.

Ala: I to jest najważniejsze! Te ostatnie dwie części odkładamy do skarbonki jako oszczędności albo inwestycje na przyszłość. Zobacz, przedstawiłam to na rysunku.



Zadania

- 1 Na ile równych części Marek powinien podzielić dochód, aby przeznaczyć $\frac{1}{2}$ pieniędzy na podstawowe wydatki, $\frac{1}{3}$ na przyjemności i $\frac{1}{6}$ na oszczędności?
- 2 Rodzice Oli wydają $\frac{1}{5}$ pensji na hobby, a $\frac{1}{3}$ na oszczędności. Która z tych części domowego budżetu jest większa?

Zadania

- 1 Przeczytaj, zapisz działanie i oblicz.
- a) osiem trzynastych dodać dziewięć trzynastych
 b) dziewięć jedenastych dodać sześć jedenastych
 c) osiem piętnastych dodać jedenaście piętnastych
 d) pięćdziesiąt siedem setnych dodać dziewięćdziesiąt dziewięć setnych
- 2 Przepisz do zeszytu i zamiast znaku zapytania wpisz odpowiednią liczbę.
- a) $\frac{3}{4} + ? = 1$ b) $\frac{7}{9} + ? = 1$ c) $\frac{2}{15} + ? = 1$
- 3 Pusty słoik waży $\frac{3}{5}$ kg. Odczytaj z rysunku potrzebną informację i oblicz masę brutto miodu.

! **brutto** – masa towaru z opakowaniem
netto – masa towaru bez opakowania
tara – masa opakowania



- 4 Kasia ma 4 lekcje: 1 lekcję matematyki, 2 lekcje języka polskiego i 1 lekcję przyrody. Oblicz, ile waży pełny plecak Kasi, jeśli każdy zeszyt waży $\frac{21}{100}$ kg, piórniki $\frac{43}{100}$ kg, a pusty plecak $\frac{39}{100}$ kg. Masę podręczników Kasi odczytaj z tabeli.

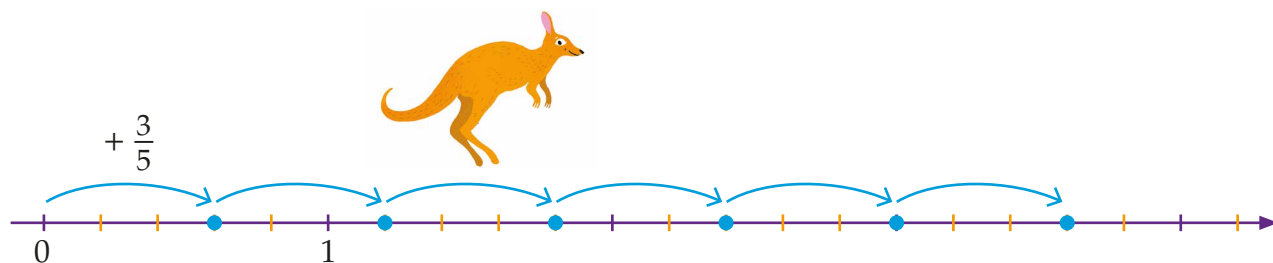
Podręcznik	Masa (w kg)
matematyka	$\frac{53}{100}$
język polski	$\frac{61}{100}$
przyroda	$\frac{33}{100}$



Ojej! Jakie te książki są ciężkie!
 Na szczęście ani dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach, ani odmiana rzeczowników przez przypadki to nie jest ciężka praca...

- 5 Ile soku znajduje się razem w 3 jednakowych szklankach, jeśli w każdej jest $\frac{2}{9}$ litra soku? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. $\frac{2}{3}$ litra B. $\frac{5}{9}$ litra C. $\frac{6}{18}$ litra D. $\frac{5}{12}$ litra
- 6 W poniedziałek i we wtorek Ewa przeczytała po $\frac{2}{10}$ książki, w środę $\frac{4}{10}$, a w czwartek $\frac{1}{10}$. Czy przeczytała już całą książkę? Zapisz odpowiednie działanie, aby uzasadnić swoją odpowiedź.

- 7 Mały kangur porusza się po osi liczbowej. Na hasło *dodaj* skacze w prawo. Każdy jego skok ma długość $\frac{3}{5}$ jednostki. Na osi liczbowej zaznaczono 6 skoków. Zapisz w zeszycie liczby odpowiadające punktom, w których kangur dotknął osi. Zapisz odpowiednie działania.



Sprawdź się!

- 1 Wykonaj dodawanie ułamków. Pamiętaj o skracaniu ułamków i wyłączeniu całości.

a) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12}$

b) $\frac{11}{15} + \frac{7}{15}$

c) $\frac{17}{20} + \frac{13}{20}$

d) $\frac{1}{45} + \frac{6}{45} + \frac{23}{45}$

e) $\frac{29}{41} + \frac{33}{41} + \frac{20}{41}$

f) $\frac{7}{25} + \frac{9}{25} + \frac{19}{25}$

- 2 Który ułamek należy wpisać zamiast znaku zapytania w podanym działaniu? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

$$\frac{7}{36} + \frac{11}{36} + \frac{5}{36} + ? + \frac{1}{36} + \frac{5}{36} = 1$$

A. $\frac{4}{36}$

B. $\frac{2}{36}$

C. $\frac{12}{36}$

D. $\frac{7}{36}$

- 3 Natalia, Michał i Paweł kupili czekoladę i podzielili ją na 24 równe części. Natalia zjadła $\frac{5}{24}$ czekolady, Michał $\frac{7}{24}$, a Paweł $\frac{3}{24}$.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Chłopcy razem zjedli A/B niż połowę czekolady.

A. więcej

B. mniej

- b) Natalia, Michał i Paweł zjedli razem C/D czekolady.

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{5}{6}$

- 4 Za $\frac{4}{20}$ kwoty na remont łazienki pani Zofia kupiła umywalkę, za $\frac{7}{20}$ wannę, a za $\frac{2}{20}$ szafkę łazienkową. Jaką część kwoty przeznaczoną na remont wydała na zakup umywalki, wanny i szafki? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. $\frac{13}{20}$

B. $\frac{14}{20}$

C. $\frac{13}{60}$

D. $\frac{14}{16}$

5.8. Dodawanie liczb mieszanych

Tego się dowiesz

● jak dodać liczby mieszane, których części ułamkowe mają takie same mianowniki

Podejmij temat

- Jakie działanie trzeba wykonać, aby dowiedzieć się, ile karmy znajduje się na półce w sklepie zoologicznym?
- Jak sądzisz, czy łącznie w tych opakowaniach jest więcej, czy mniej niż 21 kg karmy?



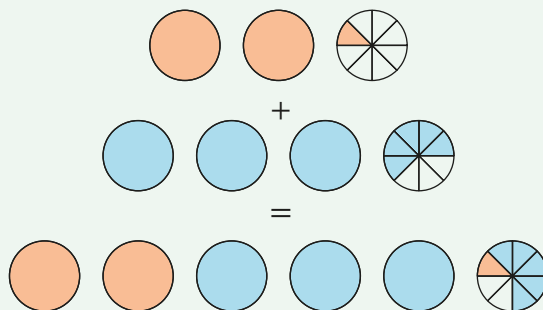
Przykład 1

Obliczmy: $2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8}$.

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{8} + 3\frac{5}{8} &= \\ &= 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \\ &= 5 + \frac{6}{8} = 5\frac{6}{8} = \\ &= 5\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Osobno dodajemy części całkowite i osobno części ułamkowe.

Na koniec skracamy część ułamkową otrzymanej liczby mieszanej.



Ćwiczenie 1

Wykonaj dodawanie.

a) $2\frac{3}{5} + 7\frac{1}{5}$

b) $1\frac{6}{11} + 5\frac{2}{11}$

c) $4\frac{1}{6} + 5\frac{1}{6}$

d) $8\frac{2}{9} + 5\frac{4}{9}$

e) $4\frac{1}{20} + 5\frac{3}{20}$

f) $4 + 2\frac{5}{9}$

g) $1\frac{3}{8} + 8$

h) $\frac{1}{5} + 6 + 2\frac{2}{5}$

Dodawanie ułamków jest bardzo łatwe!
Liczniki dodaję, a mianownik przepisuję.

Zapomniałeś o całościach,
jeżeli są, je też trzeba dodać.



Przykład 2

Obliczmy podaną sumę.

a) $2\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$

b) $3\frac{4}{5} + 8\frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9} &= \\ &= 5\frac{9}{9} = \\ &= 6 \end{aligned}$$

Dodajemy części całkowite obu liczb i części ułamkowe obu liczb.
Ułamek $\frac{9}{9} = 1$, a więc dodajemy go do całości.

$$\begin{aligned} \text{b) } 3\frac{4}{5} + 8\frac{3}{5} &= \\ &= 11\frac{7}{5} = \\ &= 11 + 1\frac{2}{5} = \\ &= 12\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Dodajemy całości do całości, a ułamki do ułamków.
Ułamek $\frac{7}{5}$ jest niewłaściwy. $\frac{7}{5}$ to $1\frac{2}{5}$,
więc do otrzymanych wcześniej całości dodajemy 1 całość.

Ćwiczenie 2

Oblicz podaną sumę.

a) $5\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4}$

b) $6\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} + 5\frac{2}{3}$

c) $4\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7}$

d) $2\frac{7}{9} + 3\frac{5}{9}$

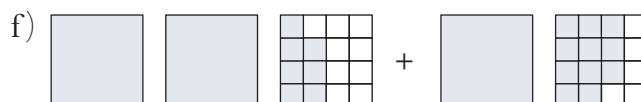
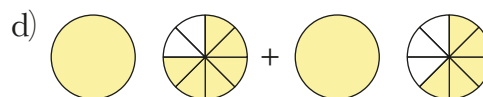
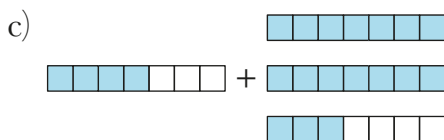
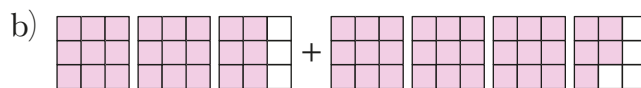
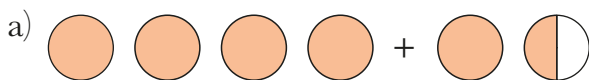
e) $1\frac{7}{8} + 5\frac{5}{8}$

f) $2\frac{1}{8} + 7\frac{5}{8} + 3\frac{3}{8}$

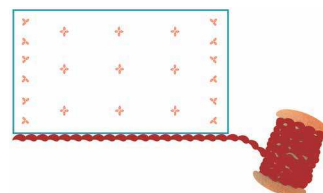
g) $4\frac{3}{10} + 2\frac{9}{10} + 1\frac{7}{10}$

h) $1\frac{6}{11} + 2\frac{5}{11} + 3\frac{4}{11}$

- 1 Odczytaj działanie przedstawione za pomocą rysunku. Zapisz je w zeszycie i wykonaj obliczenia.



- 2 Trzy siostry zbierały jagody. Najstarsza zebrała $2\frac{3}{5}$ kg, średnia $1\frac{1}{5}$ kg, a najmłodsza $\frac{1}{5}$ kg. Ile kilogramów jagód zebrały razem? Ile to dekagramów?
- 3 Kamil i Julia pieką owsiane ciasteczka. Kamil wsypał do miski $2\frac{3}{8}$ szklanki płatków owsianych, a Julia dołożyła jeszcze $1\frac{4}{8}$ szklanki. Ile łącznie szklanek płatków owsianych znajduje się teraz w misce?
- 4 Podczas emisji filmu w telewizji wyświetlono cztery reklamy. Pierwsza trwała $2\frac{7}{12}$ min, druga $4\frac{1}{12}$ min, trzecia $3\frac{11}{12}$ min, a czwarta $2\frac{5}{12}$ min. Ile czasu łącznie trwały reklamy?
- 5 Do sumy liczb $5\frac{3}{13}$ i $4\frac{5}{13}$ dodaj sumę liczb $1\frac{2}{13}$ i $6\frac{3}{13}$.
- 6 Michał pojechał na trzydniową wycieczkę w góry. Pierwszego dnia wycieczki wypił $2\frac{7}{8}$ litra wody, drugiego $3\frac{1}{8}$ litra, a trzeciego $2\frac{5}{8}$ litra. Oblicz, ile litrów wody wypił w ciągu tych trzech dni.
- 7 Kasia napisała w zeszycie trzy liczby. Najmniejsza z tych liczb jest równa $2\frac{4}{5}$, a każda kolejna jest o $\frac{1}{5}$ większa od poprzedniej. Oblicz sumę trzech liczb zapisanych przez Kasię.
- 8 Wieża z klocków ma wysokość $4\frac{3}{10}$ dm. Czy po dołożeniu dwóch klocków, z których każdy ma wysokość równą $1\frac{4}{10}$ dm, wieża przekroczy 7 dm? Oblicz i uzasadnij odpowiedź.
- 9 Prostokątna serwetka ma wymiary: $42\frac{7}{10}$ cm długości i $25\frac{4}{10}$ cm szerokości. Oblicz, ile centymetrów ozdobnego sznureczka potrzeba, aby obszyć brzegi dwóch takich serwetek.



W zadaniach 2–4 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

1 Oblicz.

a) $3\frac{5}{18} + 1\frac{7}{18}$

b) $1\frac{9}{14} + 8\frac{11}{14}$

c) $6\frac{9}{25} + 5\frac{16}{25}$

d) $1\frac{7}{15} + 1\frac{11}{15} + 1\frac{13}{15}$

e) $\frac{3}{30} + 3\frac{13}{30} + 5\frac{23}{30}$

f) $4\frac{16}{17} + 1\frac{5}{17} + 3\frac{13}{17}$

2 Do torby, która waży $\frac{3}{10}$ kg, włożono $2\frac{9}{10}$ kg jabłek i $1\frac{7}{10}$ kg gruszek. Ile waży torba razem z owocami?

A. $3\frac{9}{10}$ kg

B. $4\frac{6}{10}$ kg

C. $4\frac{9}{10}$ kg

D. $5\frac{9}{10}$ kg

3 Rajd rowerowy składał się z trzech etapów. Pierwszy miał długość $13\frac{4}{5}$ km, drugi $15\frac{1}{5}$ km, a trzeci $12\frac{3}{5}$ km. Ile kilometrów liczyła cała trasa rajdu?

A. $40\frac{3}{5}$ km

B. $41\frac{3}{5}$ km

C. $40\frac{4}{5}$ km

D. $41\frac{2}{5}$ km

4 Którą z podanych liczb należy dodać do sumy liczb $2\frac{6}{8}$ i $\frac{7}{8}$, aby otrzymać 5?

A. $2\frac{5}{8}$

B. $2\frac{3}{8}$

C. $1\frac{5}{8}$

D. $1\frac{3}{8}$

5 Daria zmieszała trzy rodzaje cukierków: $1\frac{11}{20}$ kg truskawkowych, $1\frac{13}{20}$ kg cytrynowych i $1\frac{17}{20}$ kg czekoladowych.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) W przygotowanej mieszance cukierki owocowe ważą A/B.

A. $2\frac{3}{5}$ kg

B. $3\frac{1}{5}$ kg

b) Mieszanka cukierków przygotowana przez Darię waży C/D niż 5 kg.

C. mniej

D. więcej

6 Czy poniższe kwadraty są magiczne? Jeśli tak, podaj magiczną sumę.

a)

$1\frac{15}{24}$	$4\frac{11}{24}$	$3\frac{22}{24}$
$5\frac{15}{24}$	$3\frac{8}{24}$	$1\frac{1}{24}$
$2\frac{18}{24}$	$2\frac{5}{24}$	$5\frac{1}{24}$

b)

$3\frac{35}{38}$	$2\frac{7}{38}$	$7\frac{15}{38}$
$7\frac{37}{38}$	$4\frac{19}{38}$	$1\frac{1}{38}$
$1\frac{23}{38}$	$6\frac{31}{38}$	$5\frac{3}{38}$

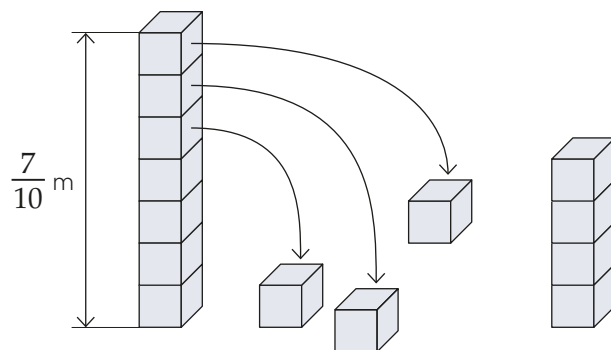
5.9. Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

Tego się dowiesz

- jak odejmować ułamki o jednakowych mianownikach
- jak odejmować ułamek od całości

Podjmij temat

- Wieża z klocków ma wysokość $\frac{7}{10}$ m. Zdjęto z niej 3 górne klocki, każdy o wysokości $\frac{1}{10}$ m.
- Czy potrafisz powiedzieć, jaką wysokość ma teraz wieża?

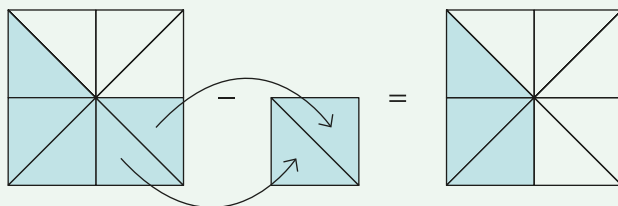


Przykład 1

Wykonajmy odejmowanie: $\frac{5}{8} - \frac{2}{8}$.

Aby je wykonać, możemy narysować kwadrat podzielony na 8 równych części i pokolorować 5 z nich, a następnie „usunąć” kolor z 2 części.

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}, \text{ ponieważ}$$



Aby wykonać **odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach**, należy wykonać odejmowanie ich liczników, a mianownik pozostawić bez zmian.

Ćwiczenie 1

Oblicz.

a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

b) $\frac{13}{15} - \frac{7}{15}$

c) $\frac{17}{18} - \frac{11}{18}$

d) $\frac{6}{7} - \frac{6}{7}$

Ćwiczenie 2

W konewce znajduje się $\frac{12}{15}$ litra wody. Marcin podlał kwiaty i zużył $\frac{8}{15}$ litra. Ile litrów wody zostało w konewce?

A jak odjąć ułamek od całości?

Przykład 2

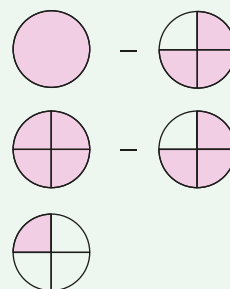
Obliczmy.

a) $1 - \frac{3}{4}$

b) $4 - \frac{8}{9}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 1 - \frac{3}{4} &= \\ &= \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

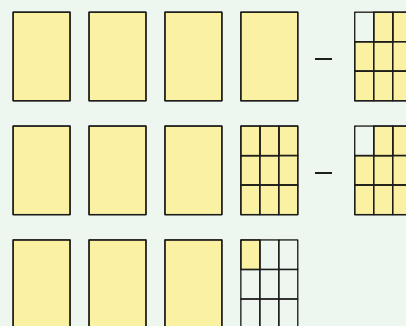
Jedną całość zamieniamy na $\frac{4}{4}$.



$$\begin{aligned} \text{b) } 4 - \frac{8}{9} &= \\ &= 3\frac{9}{9} - \frac{8}{9} = \\ &= 3\frac{1}{9} \end{aligned}$$

Jedną z 4 całości zamieniamy na $\frac{9}{9}$ (zostają 3 całości).

Od ułamka odejmujemy ułamek, a 3 całości pozostają bez zmian.



Ćwiczenie 3

Oblicz.

a) $1 - \frac{7}{10}$

b) $10 - \frac{2}{9}$

c) $8 - \frac{13}{19}$

d) $13 - \frac{25}{51}$

Ćwiczenie 4

Pani Ania przeznaczyła $\frac{13}{20}$ powierzchni działki na warzywa i kwiaty, natomiast na pozostałej części posiała trawę. Jaką część działki zajmuje trawa?

Zadania

1 Przepisz działanie i zamiast znaku zapytania wstaw odpowiednią liczbę.

a) $1 - ? = \frac{3}{7}$

b) $1 - ? = \frac{3}{10}$

c) $? - \frac{3}{5} = 7\frac{2}{5}$

d) $? - \frac{11}{20} = 5\frac{9}{20}$

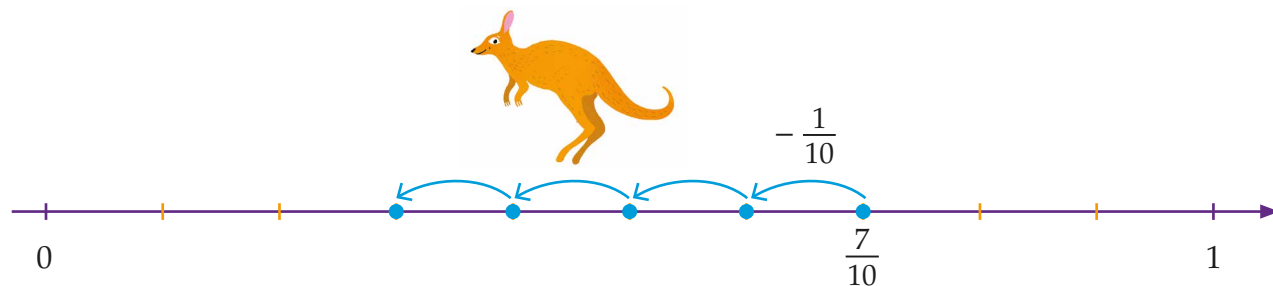
e) $? - \frac{8}{15} = 3\frac{7}{15}$

f) $3 - ? = 2\frac{3}{8}$

g) $7 - ? = 6\frac{7}{11}$

h) $2 - ? = 1\frac{10}{23}$

- 2 Mały kangur porusza się po osi liczbowej. Na hasło *odejmij* skacze w lewo. Każdy jego skok ma długość $\frac{1}{10}$ jednostki. Na osi liczbowej zaznaczono 4 skoki. Zapisz w zeszycie liczby odpowiadające punktom, w których kangur dotknął osi. Zapisz odpowiednie działania.



- 3 Mama kupiła dwulitrowy karton mleka, z którego $\frac{9}{20}$ litra dała do wypicia dzieciom, $\frac{3}{20}$ litra nalała do miseczki kota, a $\frac{7}{20}$ litra zużyła do zrobienia ciasta. Ile mleka zostało w kartonie?
- 4 Jeżeli do różnicy liczb 2 i $\frac{2}{6}$ dodamy $8\frac{2}{3}$, to jaki wynik otrzymamy? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. $10\frac{1}{3}$ B. $10\frac{4}{9}$ C. $10\frac{2}{3}$ D. 11

Sprawdź się!

- 1 Oblicz. Pamiętaj o skracaniu ułamków.
- a) $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$ b) $\frac{43}{60} - \frac{19}{60}$ c) $1 - \frac{20}{33}$ d) $4 - \frac{4}{7}$
- e) $\frac{17}{24} - \frac{6}{24} - \frac{3}{24}$ f) $\frac{33}{40} - \frac{27}{40} - \frac{1}{40}$ g) $2\frac{2}{7} - \frac{2}{7} - \frac{4}{7}$ h) $5\frac{7}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5}$
- 2 Jeżeli od sumy liczb $4\frac{2}{7}$ i $5\frac{5}{7}$ odejmiemy $\frac{13}{15}$, to jaki wynik otrzymamy? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. $10\frac{13}{15}$ B. $10\frac{2}{15}$ C. $9\frac{13}{15}$ D. $9\frac{2}{15}$
- 3 W dzbanku były 2 litry soku pomarańczowego. Najpierw Sylwia wypiła z niego $\frac{13}{20}$ litra, a potem Janek wypił $\frac{9}{20}$ litra soku.
- Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Po wypiciu soku przez Sylwię w dzbanku zostało A/B soku.
A. $1\frac{7}{20}$ litra B. $1\frac{11}{20}$ litra
- b) Janek wypił o C/D soku mniej niż Sylwia.
C. $\frac{1}{4}$ litra D. $\frac{1}{5}$ litra

5.10. Odejmowanie liczb mieszanych

Podejmij temat

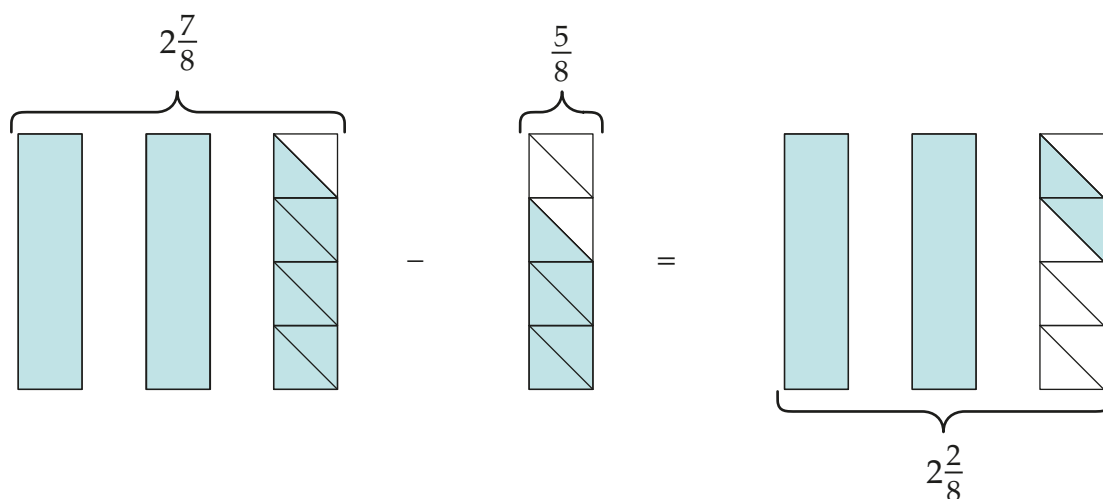
● Czy wiesz, jakie działanie trzeba wykonać, aby odpowiedzieć na pytanie chłopca? A może potrafisz to obliczyć?

Tego się dowiesz

● jak odejmować liczby mieszane, w których części ułamkowe mają takie same mianowniki



Wykonajmy odejmowanie przedstawione za pomocą poniższego rysunku.



Od części ułamkowej liczby mieszanej możemy z łatwością odjąć ułamek.

$$2\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = 2\frac{2}{8} = 2\frac{1}{4}$$

Na koniec skracamy część ułamkową liczby.

Pamiętaj, aby wynik zapisać w jak najprostszej postaci.



Przykład 1

Obliczmy podaną różnicę.

a) $6\frac{5}{7} - \frac{4}{7}$

b) $3\frac{7}{9} - 1\frac{5}{9}$

a) $6\frac{5}{7} - \frac{4}{7} = 6\frac{1}{7}$

Całości pozostają bez zmiany, a od ułamka odejmujemy ułamek.

b) $3\frac{7}{9} - 1\frac{5}{9} = 2\frac{2}{9}$

Od całości odejmujemy całość, a od ułamka odejmujemy ułamek.

Ćwiczenie 1

Oblicz podaną różnicę.

a) $5\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$

b) $5\frac{9}{11} - \frac{3}{11}$

c) $6\frac{9}{10} - \frac{7}{10}$

d) $5\frac{4}{9} - 1\frac{2}{9}$

e) $9\frac{8}{9} - 6\frac{4}{9}$

f) $15\frac{7}{16} - 13\frac{5}{16}$

g) $20\frac{5}{12} - 3\frac{1}{12}$

h) $7\frac{41}{45} - 2\frac{11}{45}$

Przykład 2

Obliczmy: $5 - 3\frac{2}{3}$.

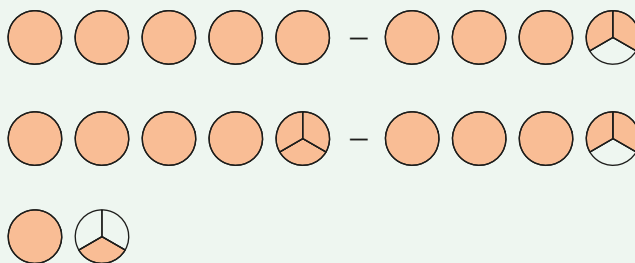
$$5 - 3\frac{2}{3} =$$

$$= 4\frac{3}{3} - 3\frac{2}{3} =$$

Jedną z 5 całości zamieniamy na $\frac{3}{3}$ (zostają 4 całości).

$$= 1\frac{1}{3}$$

Od całości odejmujemy całości, a od ułamka ułamek.



Ćwiczenie 2

Oblicz podaną różnicę.

a) $6 - 2\frac{2}{7}$

b) $4 - 1\frac{5}{6}$

c) $9 - 3\frac{7}{10}$

d) $5 - 1\frac{4}{9}$

e) $2 - 1\frac{5}{8}$

f) $7 - 4\frac{1}{15}$

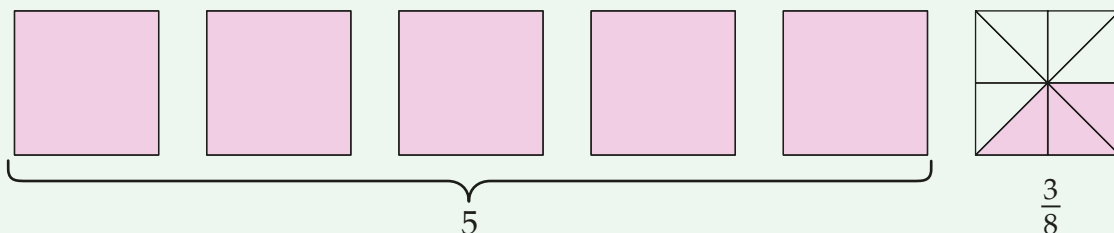
g) $10 - 9\frac{3}{5}$

h) $20 - 8\frac{1}{8}$

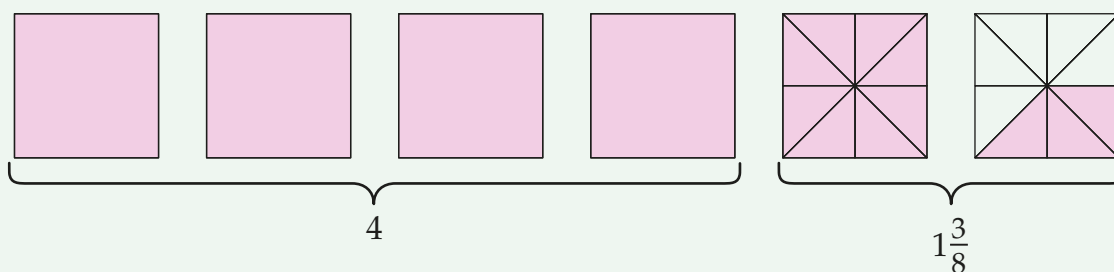
Zanim przejdziemy do kolejnego przykładu odejmowania, przećwiczmy zmienianie zapisu liczby mieszanej. Dzięki temu łatwiej odejmiemy liczby mieszane, gdy część ułamkowa odjemnej będzie mniejsza od części ułamkowej odjemnika.

Przykład 3

Obliczmy, jaką liczbę zastępuje znak zapytania: $5\frac{3}{8} = 4\frac{?}{8}$.



Jedną z 5 całości zamieniamy na $\frac{8}{8}$ i dodajemy ją do ułamka $\frac{3}{8}$.



Mamy zatem 4 całości i $1\frac{3}{8}$. Liczbę $1\frac{3}{8}$ zamieniamy na $\frac{11}{8}$ (bo $1\frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{11}{8}$).

Liczbę $5\frac{3}{8}$ zapisujemy jako $4\frac{11}{8}$. Szukana liczba to 11.

💡 Zwykle liczby mieszane zapisujemy tak, aby ich część ułamkowa była ułamkiem właściwym. Zapis $4\frac{11}{8}$ nie spełnia tego warunku, ale czasami może pojawić się jako zapis pomocniczy, który ułatwi wykonywanie obliczeń.

Ćwiczenie 3

Przepisz równości i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) $3\frac{5}{7} = 2\frac{?}{7}$ | b) $8\frac{1}{3} = 7\frac{?}{3}$ | c) $7\frac{2}{5} = 6\frac{?}{5}$ | d) $9\frac{1}{4} = 8\frac{?}{4}$ |
| e) $5\frac{1}{9} = 4\frac{?}{9}$ | f) $8\frac{3}{10} = 7\frac{?}{10}$ | g) $10\frac{1}{6} = ?$ | h) $3\frac{1}{7} = 2\frac{?}{7}$ |
| i) $4\frac{?}{3} = 3\frac{5}{3}$ | j) $11\frac{?}{5} = 10\frac{8}{5}$ | k) $7\frac{?}{7} = 6\frac{10}{7}$ | l) $8\frac{?}{?} = 7\frac{3}{2}$ |

Przejdźmy teraz do odejmowania liczb mieszanych.

Przykład 4

Obliczmy: $6\frac{1}{7} - 2\frac{3}{7}$.

$$6\frac{1}{7} - 2\frac{3}{7} =$$

$$= 5\frac{8}{7} - 2\frac{3}{7} =$$

$$= 3\frac{5}{7}$$

Od $\frac{1}{7}$ nie możemy odjąć $\frac{3}{7}$, dlatego

zmieniamy zapis odjemnej, „pożyczając” 1 całość
(tak jak w przykładzie 3)

i odejmujemy osobno całości, a osobno ułamki.

Ćwiczenie 4

Oblicz podaną różnicę.

a) $8\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$

b) $7\frac{5}{8} - 3\frac{7}{8}$

c) $4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$

d) $10\frac{2}{5} - 6\frac{4}{5}$

e) $3\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6}$

f) $9\frac{3}{10} - 6\frac{7}{10}$

g) $4\frac{5}{9} - 1\frac{8}{9}$

h) $2\frac{4}{7} - 1\frac{6}{7}$

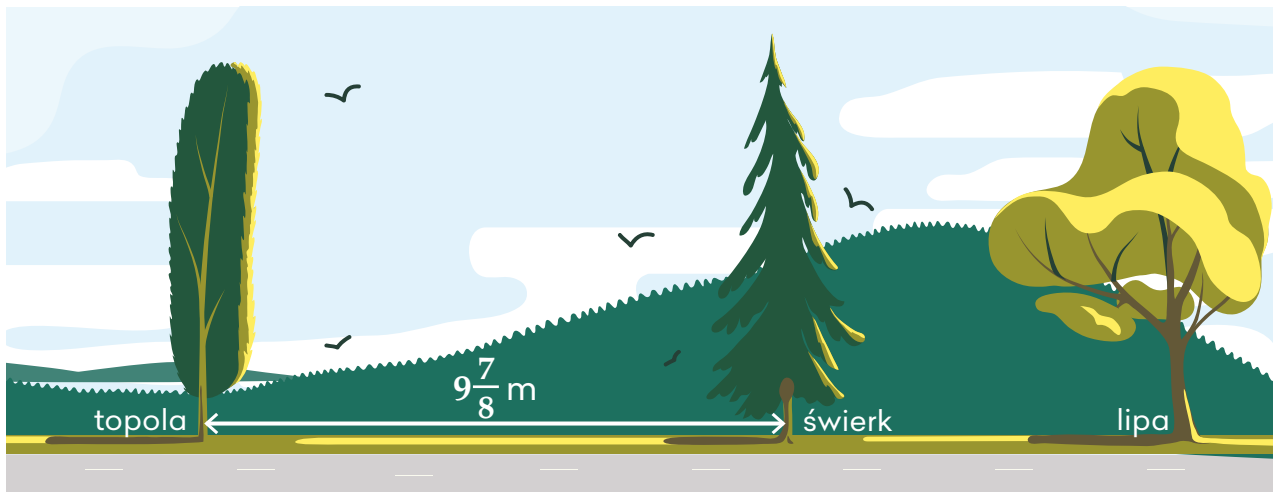
Zadania

1 Od sumy liczb $5\frac{6}{13}$ i $2\frac{2}{13}$ odejmij $5\frac{11}{13}$.

2 Do różnicy liczb $4\frac{5}{9}$ i $1\frac{7}{9}$ dodaj $2\frac{4}{9}$.

3 Topola, świerk i lipa rosną wzdłuż drogi. Lipa i topola są oddalone od siebie o $16\frac{5}{8}$ m.

4 Odczytaj z rysunku potrzebne informacje i oblicz, ile metrów jest między lipą a świerkiem.



- 4 Jedna tasiemka ma długość $3\frac{1}{5}$ m, a druga jest o $1\frac{3}{5}$ m od niej krótsza. Oblicz długość drugiej tasiemki. Jaka byłaby łączna długość dwóch dłuższych i dwóch krótszych tasiemek?
- 5 W Parku Nauki znajdują się pomniki ułamków. Jeden z nich wygląda jak na rysunku obok. Licznik tego ułamka waży $345\frac{2}{7}$ kg. Mianownik jest o $\frac{5}{7}$ kg cięższy od licznika. Kreska ułamkowa jest o $300\frac{6}{7}$ kg lżejsza od mianownika. Ile kilogramów waży cały pomnik?
- 6 Od różnicy liczb $20\frac{3}{10}$ i $2\frac{7}{10}$ odejmij sumę liczb $7\frac{3}{5}$ i $2\frac{1}{5}$.



Sprawdź się!

W zadaniach 2–3 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

- 1 Oblicz. Pamiętaj o skracaniu ułamków.
- | | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---|--|
| a) $5\frac{13}{21} - 2\frac{4}{21}$ | b) $8 - 4\frac{9}{25}$ | c) $10 - 2\frac{7}{16}$ | d) $4\frac{1}{8} - 3\frac{3}{8}$ |
| e) $7\frac{7}{24} - 1\frac{11}{24}$ | f) $12\frac{14}{45} - 7\frac{26}{45}$ | g) $5\frac{3}{5} - 3\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5}$ | h) $7 - 3\frac{7}{12} - 2\frac{5}{12}$ |
- 2 Chodnik na nowym osiedlu będzie miał długość $48\frac{1}{10}$ m. Z jednego końca ułożono już 13 m płytek i z drugiego końca $17\frac{7}{10}$ m płytek. Ile metrów chodnika zostało do ułożenia?
- A. $18\frac{4}{10}$ m B. $17\frac{2}{5}$ m C. $27\frac{2}{10}$ m D. $22\frac{3}{5}$ m
- 3 Na tablicy zapisano cztery liczby. Największa z nich jest równa 10, a każda kolejna jest mniejsza od poprzedniej o $2\frac{2}{3}$. Ile wynosi najmniejsza z zapisanych liczb?
- A. $3\frac{2}{3}$ B. 3 C. $2\frac{1}{3}$ D. 2
- 4 Tasiemkę o długości 5 m pocięto na trzy części. Jedna z nich miała długość $2\frac{3}{16}$ m, a druga $1\frac{9}{16}$ m.
- Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Trzecia część miała długość A/B.
- A. $1\frac{1}{4}$ m B. $2\frac{1}{4}$ m
- b) Najdłuższa część jest o C/D dłuższa od najkrótszej części.
- C. $\frac{15}{16}$ m D. $\frac{5}{8}$ m

Podsumowanie działu 5. Ułamki zwykłe

Ważne
pojęcia

licznik
kreska ułamkowa
mianownik

ułamek właściwy
ułamek niewłaściwy
ułamek nieskracalny

ułamek zwykły
liczba mieszana

Ułamek jako część całości

$\frac{3}{4}$

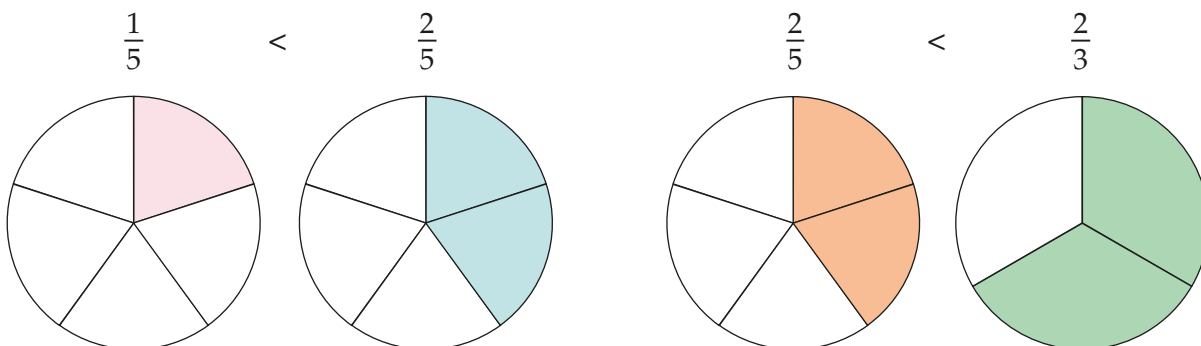
licznik – oznacza, ile części wzięto z całości

kreska ułamkowa

mianownik – oznacza, na ile równych części podzielono całość

Wyłączanie całości z ułamka – zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną lub naturalną

Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach lub o jednakowych licznikach



Rozszerzanie ułamków

Polega na pomnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = \frac{4 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{12}{30}$$

Skracanie ułamków

Polega na podzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0.

$$\frac{18}{54} = \frac{18 \div 6}{54 \div 6} = \frac{3}{9} = \frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3}$$

Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych oraz liczb mieszanych

$$2\frac{6}{8} + 1\frac{5}{8} = 3\frac{11}{8} = 4\frac{3}{8}$$

Wynik zapisuj w najprostszej postaci.

$$4\frac{1}{10} - 1\frac{7}{10} = 3\frac{11}{10} - 1\frac{7}{10} = 2\frac{4}{10} = 2\frac{2}{5}$$

Sprawdź się!

W zadaniach 1–2, 4–6, 8–9 oraz 11–13 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 1 Rysunek przedstawia flagi państw graniczących z Polską. Na flagach których krajów kolor czerwony zajmuje $\frac{1}{3}$ powierzchni?



Litwa



Słowacja



Rosja



Niemcy



Czechy



Ukraina



Białoruś

- A. Litwy, Słowacji, Rosji, Niemiec
B. Litwy, Słowacji, Rosji, Czech
C. Litwy, Rosji, Niemiec, Białoruś
D. Litwy, Rosji, Niemiec

- 2 Znaki zapytania w zapisie $\frac{?}{4} = \frac{12}{16} = \frac{24}{?}$ należy kolejno uzupełnić liczbami

- A. 8 i 12
B. 6 i 8
C. 3 i 32
D. 6 i 32

- 3 Oceń prawdziwość każdego zdania. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Ułamek $\frac{7}{6}$ to ułamek właściwy.
b) $99\frac{8}{9}$ to liczba mieszana.
c) Część całkowita liczby mieszanej $2\frac{5}{7}$ jest mniejsza od licznika jej części ułamkowej.
d) Ułamki: $\frac{2}{3}, \frac{34}{51}, \frac{20}{30}, \frac{10}{15}, \frac{42}{63}, \frac{6}{9}, \frac{200}{300}, \frac{100}{150}, \frac{50}{75}$ to różne zapisy tej samej liczby.

- 4 Suma której pary liczb jest równa 4?

- A. $2\frac{3}{4}$ i $2\frac{1}{4}$
B. $1\frac{5}{6}$ i $\frac{13}{6}$
C. $\frac{14}{3}$ i $\frac{26}{3}$
D. $\frac{13}{5}$ i $2\frac{2}{5}$

- 5 Tata niósł zakupy w dwóch torbach. W każdej z nich miał po 1 bochenku chleba o masie $\frac{7}{10}$ kg i po 3 soki, każdy o masie $\frac{3}{10}$ kg. Które działanie należy wykonać, aby obliczyć, ile ważyły produkty kupione przez tatę?

- A. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$
B. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$
C. $\frac{7}{10} + \frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$
D. $\frac{7}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

- 6 Różnica liczb $4\frac{1}{5}$ i $2\frac{3}{5}$ wynosi

- A. $2\frac{3}{5}$
B. $2\frac{2}{5}$
C. $1\frac{3}{5}$
D. $1\frac{2}{5}$

7 Jaki ułamek godziny stanowi:

- a) minuta,
- b) kwadrans,
- c) 20 minut?

8 Jak nazywa się $\frac{1}{100}$ kg, a jak $\frac{1}{1000}$ kg?

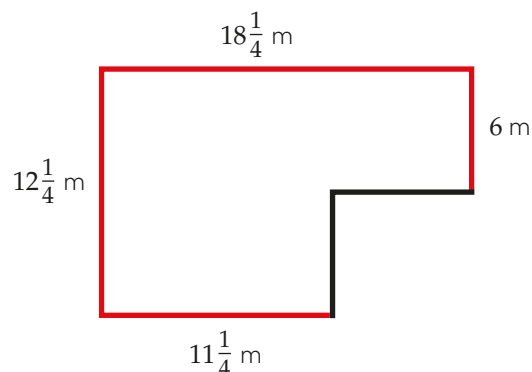
- A. dekagram, gram B. gram, dekagram C. dekagram, tona D. gram, tona

9 Które zdanie **nie** jest prawdziwe?

- A. Typowa lekcja w szkole trwa $\frac{6}{8}$ godziny. B. Doba jest równa $\frac{5}{35}$ tygodnia.
C. Minuta to więcej niż $\frac{1}{100}$ godziny. D. Kwadrans to $\frac{1}{15}$ godziny.

10 Podwórko ma kształt pokazany na rysunku obok. Czerwonym kolorem oznaczono granice, wzdłuż których je ogrodzono. Na ogrodzenie kupiono $59\frac{1}{4}$ m siatki. Odczytaj z rysunku odpowiednie informacje i oblicz, ile metrów siatki:

- a) wykorzystano do ogrodzenia podwórka,
- b) pozostało po ogrodzeniu tego terenu.



11 Na osi liczbowej zaznaczono kolorem dwa punkty, którym odpowiadają liczby

- A. większe od $\frac{1}{2}$ B. mniejsze od $\frac{3}{4}$
C. mniejsze od $\frac{5}{16}$ D. większe od $\frac{7}{16}$



12 Które ułamki są ustawione w kolejności rosnącej?

- A. $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{12}$ B. $\frac{1}{8}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{5}{6}$ C. $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{5}{8}$ D. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

13 Do sklepu dostarczono 75 kg warzyw, w tym $21\frac{5}{8}$ kg bakłażanów i $13\frac{7}{8}$ kg zielonych kalafiorów. Resztę stanowiły dynie. Ile kilogramów dyni przywieziono do sklepu?

- A. $38\frac{3}{4}$ kg B. $37\frac{5}{8}$ kg C. $30\frac{4}{8}$ kg D. $39\frac{1}{2}$ kg

14 Koncert trwa 3 godziny i składa się z dwóch części, między którymi jest przerwa. Pierwsza część trwa $1\frac{1}{6}$ godziny, a przerwa $\frac{2}{6}$ godziny. Ile godzin trwa druga część koncertu?

Mamy to! Nasza szkoła właśnie zdobyła dofinansowanie na własny ogródek. Dzięki temu zostaliśmy Architektami Przyrody.



Fantastycznie! Jako Architekci Przyrody mamy za zadanie zdecydować, co znajdzie się w szkolnym ogródku. Naszym celem jest stworzenie najpiękniejszego zielonego zakątka w okolicy.

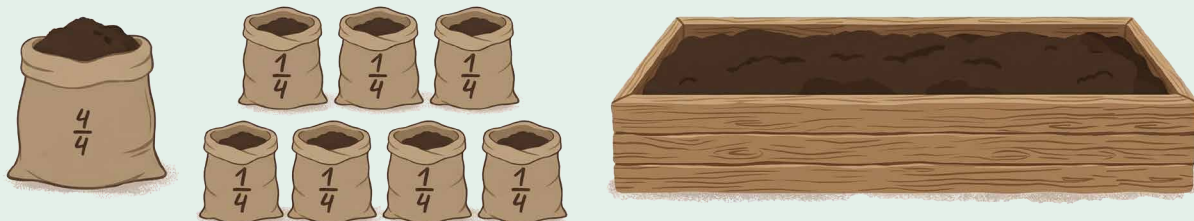
Pomóż Michałowi i Asi – zostań z nimi Architektem Przyrody. Postępuj zgodnie z instrukcją i zaprojektuj szkolny ogródek.

INSTRUKCJA

- Szkoła zakupiła 6 drewnianych skrzyń na podwyższone grządki. Do każdej z nich należy wysypać $6\frac{1}{4}$ worka ziemi. Szkolny konserwator postanowił pomóc i zaczął napełniać skrzynie ziemią. W tabeli zapisał, ile worków ziemi wysypał do każdej z nich. Przerysuj i uzupełnij tabelę, aby dowiedzieć się, ile worków ziemi brakuje w każdej skrzyni.

Skrzynia	I	II	III	IV	V	VI
Liczba wyspanych worków ziemi	3	$\frac{17}{4}$	$4\frac{3}{4}$	$5\frac{2}{4}$	5	$\frac{21}{4}$
Liczba brakujących worków ziemi	?	?	?	?	?	?

- Ile worków ziemi brakuje łącznie we wszystkich skrzyniach?
- Odczytaj z ilustracji, ile worków ziemi zostało do wykorzystania i ile należy jeszcze dokupić.



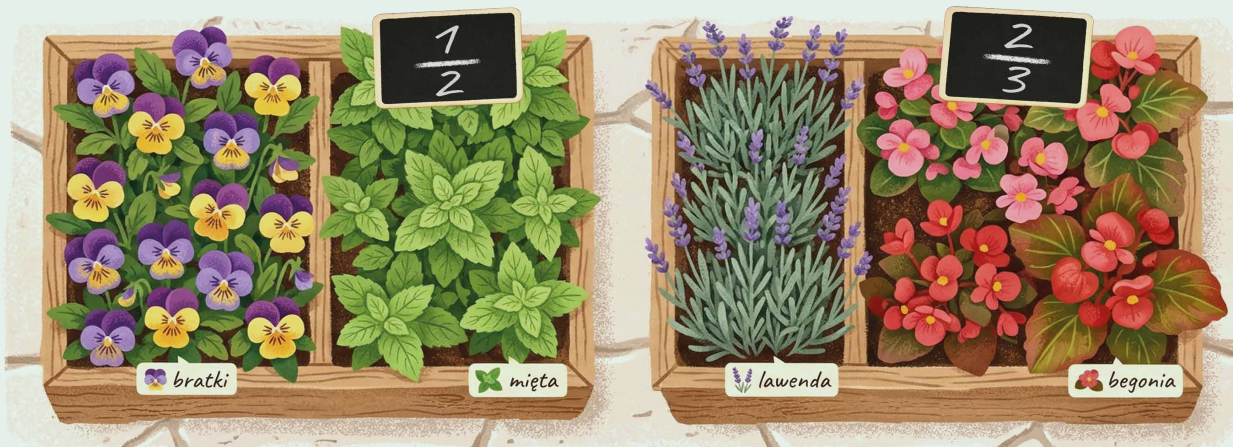
- Każda skrzynia musi zostać podzielona na dwie strefy do sadzenia roślin. Dyrekcja przygotowała tabelę z informacjami, jaką część całej skrzyni ma stanowić pierwsza strefa i co ma się w niej znaleźć. Przerysuj i uzupełnij tabelę. Oblicz, jaka część każdej skrzyni zostanie na drugą strefę. Zaznacz, która strefa jest większa w każdej skrzyni.

Warzywa	Zioła	Kwiaty
rzeżucha rzodkiewka sałata masłowa	mięta melisa bazylia	lawenda aksamitka nasturcja
szczypiorek pietruszka szpinak	oregano szalwia rozmaryn	nagietek bratek begonia

Skrzynia	I		II		III	
Strefa	pierwsza	druga	pierwsza	druga	pierwsza	druga
Część skrzyni	$\frac{1}{4}$	?	$\frac{3}{8}$	?	$\frac{1}{2}$	?
Posadzona roślina	(pierwszy wybrany kwiat)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)	(pierwsze wybrane warzywo)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)	(pierwsze wybrane zioło)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)

Skrzynia	IV		V		VI	
Strefa	pierwsza	druga	pierwsza	druga	pierwsza	druga
Część skrzyni	$\frac{1}{6}$	?	$\frac{7}{12}$	?	$\frac{2}{3}$	?
Posadzona roślina	(drugie wybrane zioło)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)	(drugie wybrane warzywo)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)	(drugi wybrany kwiat)	(inna roślina niż w strefie pierwszej)

- 3** Zdecyduj, jakie rośliny znajdą się w szkolnym ogródku. W tabeli do każdej strefy przypisz wybraną. W obu strefach jednej skrzyni muszą rosnąć różne rośliny. W całym ogródku powinny się znaleźć co najmniej: 3 różne kwiaty, 3 różne warzywa, 3 różne zioła.
- 4** Zrób projekt szkolnego ogródka zgodnie z uzupełnioną tabelą.
- Przygotuj kartkę A4 i narysuj w dowolnych miejscach 6 prostokątów o wymiarach 4 cm na 6 cm. To będą skrzynie widziane z góry.
 - Każdą skrzynię podziel na dwie części – strefy uprawy i narysuj w nich wybrane rośliny.
 - Wymyśl nazwę ogródka i dodaj ścieżki. Reszta zależy od ciebie – bądź kreatywny!



- 5** Wzdłuż dłuższego boku kartki z projektem ogródka narysuj oś liczbową o jednostce długości 12 cm. Zaznacz na niej, jaką część jednej skrzyni zajmuje każda z wybranych roślin.
- 6** Wykonaj poniższe polecenia, a odpowiedzi zapisz w zeszyte.
- Ile miejsca w skrzyniach zajmują łącznie wszystkie warzywa, wszystkie kwiaty oraz wszystkie zioła? Rozszerz każdy ułamek z tabeli tak, aby w mianowniku otrzymać liczbę 24. Na końcu dodaj wszystkie otrzymane liczby i przekonaj się, czy ich suma jest równa 6.
 - Których roślin jest więcej? Porównaj otrzymane liczby, wstawiając znak $>$, $<$ albo $=$ w miejsce znaku zapytania. Następnie oblicz, o ile więcej lub mniej miejsca zajmują.
 - warzywa ? kwiaty
 - warzywa ? zioła
 - zioła ? kwiaty

6. Ułamki dziesiętne

- Ile gramów dżemu truskawkowego znajduje się w czterech słoikach? Czy to więcej, czy mniej niż 1 kg?
- Czy 20 zł wystarczy, żeby kupić 2 kg gruszek?
- Czy 25 zł wystarczy, aby kupić 0,5 kg malin?



6.1. Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych

Tego się dowiesz

- jakie ułamki nazywamy ułamkami dziesiętnymi
- jak zapisujemy i odczytujemy ułamki dziesiętne

Podejmij temat

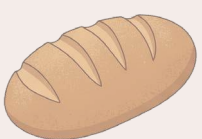
- Przyjrzyj się liczbom w przepisie. Czym różnią się od liczb, które poznałeś do tej pory?
- Czy zdarzyło ci się spotkać już takie zapisy? W jakiej sytuacji?



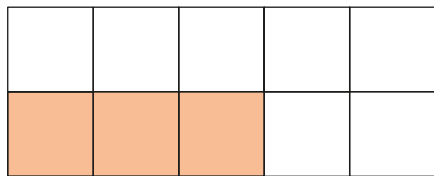
Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000..., na przykład: $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{32}{100}$, $\frac{7}{1000}$, $\frac{28}{1000}$, $\frac{184}{1000}$, nazywamy **ułamkami dziesiętnymi**.

Ułamki dziesiętne można zapisywać także za pomocą przecinka, na przykład: 0,5; 0,04; 0,007. Taki zapis nazywamy **postacią dziesiętną**.

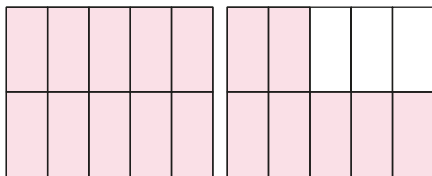
Z liczbami zapisanymi w postaci dziesiętnej często spotykamy się w życiu codziennym.

Cena		Długość		Masa	
					
4,98 zł	5,35 zł	1,73 m	31,3 km	0,42 kg	4,5 kg

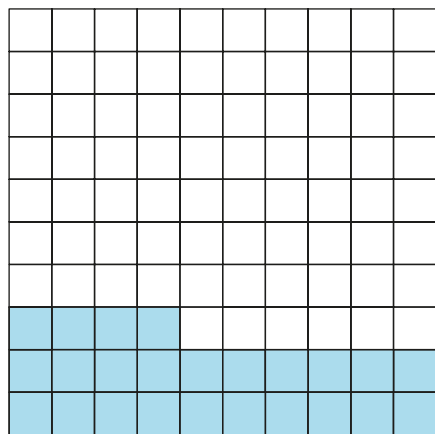
Nauczymy się je odczytywać i zapisywać, a przede wszystkim rozumieć, co oznaczają.



Zamalowano 3 z 10 części,
czyli zamalowano $\frac{3}{10}$, co
zapisujemy jako 0,3.



Zamalowano $1\frac{7}{10}$,
co zapisujemy jako 1,7.



Zamalowano $\frac{24}{100}$,
co zapisujemy jako 0,24.

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$1\frac{7}{10} = 1,7$$

Przecinek oddziela całości od części ułamkowych.



Przed przecinkiem zapisujemy całości. Po przecinku zapisujemy części ułamkowe.

Zwróćmy jeszcze uwagę na zależności:

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

jedno zero

jedna cyfra po przecinku

$$\frac{24}{100} = 0,24$$

dwa zera

dwie cyfry po przecinku

Tak samo jest z ułamkami o większych mianownikach:

$$\frac{184}{1000} = 0,184$$

trzy zera

trzy cyfry po przecinku



Liczba zer w mianowniku ułamka zwykłego jest równa liczbie cyfr po przecinku tego ułamka zapisanego w postaci dziesiętnej.

Przykład 1

Zapiszmy w postaci dziesiętnej podany ułamek.

a) $\frac{4}{100}$

b) $2\frac{58}{1000}$

a)

- Ułamek ten nie ma całości, więc najpierw zapisujemy 0,.
- W mianowniku ułamka są dwa zera, czyli po przecinku muszą być dwie cyfry: 0, _ _.
- W liczniku ułamka jest tylko 4, musimy zatem 4 zapisać za pomocą dwóch cyfr: 0,04.

b)

- Ułamek ten ma dwie całości, więc najpierw zapisujemy 2,.
- W mianowniku ułamka są trzy zera, czyli po przecinku muszą być trzy cyfry: 2, _ _ _.
- W liczniku ułamka jest tylko 58, musimy zatem 58 zapisać za pomocą trzech cyfr: 2,058.

Ćwiczenie 1

Zapisz podaną liczbę w postaci dziesiętnej.

a) $\frac{9}{10}$

b) $3\frac{1}{10}$

c) $\frac{49}{100}$

d) $8\frac{56}{100}$

e) $4\frac{7}{100}$

f) $\frac{325}{1000}$

g) $7\frac{52}{1000}$

h) $1\frac{3}{1000}$

Nie można zapomnieć o zapisaniu zera przed przecinkiem, gdy nie ma całości.

Ani o tym, że ile zer w mianowniku, tyle cyfr po przecinku.



W liczbie naturalnej każda pozycja cyfry ma swoją nazwę. Podobnie w ułamku dziesiętnym każda pozycja cyfry po przecinku ma swoją nazwę.

Część całkowita (całości)			,	Część ułamkowa		
rzęd setek (setki)	rzęd dziesiątek (dziesiątki)	rzęd jednostki (jedności)		części dziesiąte	części setne	części tysięczne
3	2	1	,	4	5	6

Nazwy cyfr po przecinku wynikają z zapisu ułamka w postaci sumy:

$$\frac{456}{1000} = \frac{400}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{6}{1000} = \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000}.$$

To samo możemy zapisać w postaci dziesiętnej:

$$0,456 = 0,400 + 0,050 + 0,006 = 0,4 + 0,05 + 0,006.$$

Podsumujmy:



Aby odczytać ułamek w postaci dziesiętnej, warto wyobrazić sobie jego zapis w postaci ułamka zwykłego, a przede wszystkim liczbę zer w mianowniku.

Przykład 2

Odczytajmy podaną liczbę.

a) 0,092 b) 3,15

a) 0,092

- Nie ma całości – czytamy: **zero i...**;
- po przecinku są trzy cyfry, czyli czytamy: **... i 92 tysięczne**.

0,092 odczytujemy zatem: **zero i dziewięćdziesiąt dwie tysięczne** albo krócej: **dziewięćdziesiąt dwie tysięczne**.

b) 3,15

- Przed przecinkiem są zapisane 3 całości – czytamy: **trzy i...**;
- po przecinku są dwie cyfry, czyli czytamy: **... i 15 setnych**.

3,15 odczytujemy: **trzy i piętnaście setnych**.

Ćwiczenie 2

Odczytaj podaną liczbę.

a) 0,8

b) 0,43

c) 8,4

d) 0,149

e) 6,07

f) 1,002

g) 0,075

h) 9,19

i) 7,5

j) 0,06

k) 2,308

l) 0,001

! Jeżeli zamieniamy ułamek dziesiętny na ułamek zwykły, to skracamy go, jeśli jest to możliwe.

Ciekawe!

Ułamki dziesiętne były znane w Chinach już w III wieku. W Europie pojawiły się dopiero w XVI wieku – wprowadził je flamandzki matematyk Simon Stevin (Region Flamandzki to część dzisiejszej Belgii).

Przykład 3

Zamieńmy podaną liczbę na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną.

a) 0,2

b) 4,05

a) 0,2 to $\frac{2}{10}$, a ponieważ $\frac{2}{10}$ możemy skrócić, więc $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

b) $4,05 = 4\frac{5}{100} = 4\frac{1}{20}$

Ćwiczenie 3

Zamień podaną liczbę na ułamek zwykły lub liczbę mieszaną. Pamiętaj o skróceniu ułamków.

a) 0,5

b) 0,25

c) 0,75

d) 0,045

e) 3,12

f) 7,04

g) 4,006

h) 12,015

W ćwiczeniu 3 w przykładach a), b) i c) wystąpiły często spotykane ułamki. Warto je zapamiętać.

! Połowa to $\frac{1}{2} = 0,5$.

Ćwierć to $\frac{1}{4} = 0,25$.

Trzy ćwierci to $\frac{3}{4} = 0,75$.

Zadania

1 Jaką część kwadratu zamalowano kolorami: żółtym, różowym i niebieskim? Każdą odpowiedź zapisz w postaci ułamka zwykłego i ułamka dziesiętnego.

2 Podane liczby zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $2\frac{9}{10}$

b) $5\frac{37}{100}$

c) $3\frac{3}{100}$

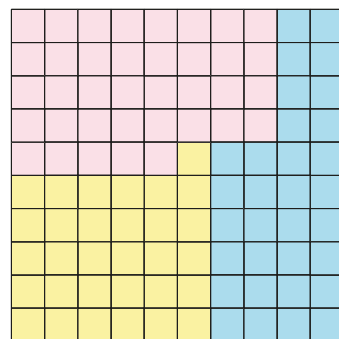
d) $1\frac{81}{1000}$

e) $5\frac{4}{100}$

f) $10\frac{7}{100}$

g) $7\frac{67}{1000}$

h) $25\frac{9}{1000}$



3 Liczby podane słownie zapisz w postaci dziesiętnej, a następnie w postaci ułamka zwykłego. Pamiętaj o skracaniu ułamków zwykłych.

a) dziesięć i siedem dziesiątych

b) pięć i sto trzydzieści dwie tysięczne

c) trzy dziesiąte

d) siedemdziesiąt dwie setne

e) pięćdziesiąt sześć setnych

f) czternaście i czternaście tysięcznych

g) osiemdziesiąt i osiem setnych

h) dziewięć tysięcznych

- 4 Zapisz ułamek dziesiętny z trzema cyframi po przecinku, który spełnia poniższe warunki.
- a) Cyfry jedności, części dziesiątych, części setnych i części tysięcznych są równe.
 - b) Cyfra jedności jest równa cyfrze części setnych, a cyfra części dziesiątych jest równa cyfrze części tysięcznych.
 - c) Cyfra jedności wynosi 0, cyfra części dziesiątych jest równa 5, a cyfry części setnych i tysięcznych są równe 8.

- 5 Jeden kot w ciągu dnia wygrzewa się na słońcu przez 4,5 godziny. Ile czasu będzie się wygrzewać 10 takich kotów?



Sprawdź się!

W zadaniach 1-2 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.

- 1 Ułamek 3,008 to
- A. trzy i osiem setnych
 - B. trzy i osiem tysięcznych
 - C. trzy i osiem dziesiątych
 - D. trzy tysiące i osiem dziesiątych
- 2 Liczba składa się z pięciu cyfr, ma dwie cyfry po przecinku i każda kolejna cyfra, licząc od lewej strony, jest o dwa większa od poprzedniej. Tą liczbą jest
- A. 1,3579
 - B. 24,68
 - C. 975,31
 - D. 135,79
- 3 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Liczba A/B w zapisie dziesiętnym to 7,019.
 - A. $7\frac{19}{100}$
 - B. $7\frac{19}{1000}$
 - b) Liczba 4,051 zapisana w postaci liczby mieszanej to C/D.
 - C. $4\frac{51}{100}$
 - D. $4\frac{51}{1000}$
- 4 Zapisz ułamek dziesiętny, który nie ma całości, ma trzy cyfry po przecinku i spełnia poniższe warunki.
- a) Cyfra części dziesiątych jest o 1 mniejsza od cyfry części setnych i o 5 mniejsza od cyfry części tysięcznych.
 - b) Cyfra części setnych jest 3 razy większa od cyfry części tysięcznych i o 1 większa od cyfry części dziesiątych.
 - c) Cyfra części tysięcznych jest 4 razy mniejsza od cyfry części dziesiątych i o 2 mniejsza od cyfry części setnych.

6.2. Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych

Tego się dowiesz

- jak odczytywać i zapisywać ceny za pomocą ułamków dziesiętnych
- co to jest wyrażenie dwumianowane

Podejmij temat

- W sklepie pomarańcze kosztują 7,99 zł za kilogram, a na targu 7 zł 99 gr za kilogram. Gdzie pomarańcze kupimy taniej?
- Które owoce na poniższym rysunku kosztują mniej niż 7 zł za kilogram?
- Czy banany są droższe od gruszek?
- Jak należy odczytywać ceny? Jak je rozumieć?



Jeden grosz to bardzo mało. Jaką część złotówki jest 1 grosz?

Złotówka ma 100 groszy, więc 1 grosz to jedna setna złotówki.

$$1 \text{ zł} = 100 \text{ gr, czyli } 1 \text{ gr} = \frac{1}{100} \text{ zł} = 0,01 \text{ zł}$$



Przykład 1

Zapiszmy podane kwoty w postaci ułamka dziesiętnego.

a) 3 zł 25 gr

b) 8 zł 7 gr

$$\text{a) } 25 \text{ gr} = \frac{25}{100} \text{ zł} = 0,25 \text{ zł}$$

$$\text{b) } 7 \text{ gr} = \frac{7}{100} \text{ zł} = 0,07 \text{ zł}$$

Zatem 3 zł 25 gr = 3,25 zł

3 całe złote

Zatem 8 zł 7 gr = 8,07 zł

8 całych złotych

Ćwiczenie 1

Zapisz podaną kwotę w postaci ułamka dziesiętnego.

- | | | | |
|---------------|---------------|-----------------|----------------|
| a) 8 zł 13 gr | b) 6 zł 50 gr | c) 4 zł 5 gr | d) 85 gr |
| e) 13 zł 8 gr | f) 3 gr | g) 251 zł 67 gr | h) 103 zł 5 gr |

Ćwiczenie 2

Zapisz podaną kwotę w złotych i groszach (lub tylko w groszach).

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|------------|
| a) 4,25 zł | b) 2,04 zł | c) 0,36 zł | d) 7,01 zł |
| e) 11,08 zł | f) 20,89 zł | g) 10,11 zł | h) 0,01 zł |

Wyrażenie, które zawiera dwie jednostki, na przykład 7 zł 25 gr, nazywamy **wyrażeniem dwumianowanym**.

Przykład 2

Zapiszmy kwotę 4,3 zł w postaci wyrażenia dwumianowanego.

W liczbie 4,3 jest tylko jedna cyfra po przecinku. W ćwiczeniu 2 zawsze były dwie cyfry po przecinku, które oznaczały części setne, ponieważ grosze to setne części złotego.

W liczbie 4,3 jest jedna cyfra po przecinku, czyli 3 oznacza $\frac{3}{10}$ zł.

$\frac{3}{10}$ zł – ile to groszy?

$\frac{1}{10}$ zł = 0,1 zł = 10 gr

$\frac{3}{10}$ zł = 0,3 zł = 30 gr

Zatem: 4,3 zł = 4 zł 30 gr

moneta 1-złotowa = 10 monet 10-groszowych



Zapisy: 4,3 i 4,30 oznaczają tyle samo. W codziennym życiu częściej stosuje się zapis z dwiema cyframi po przecinku, ponieważ pokazuje on liczbę groszy. Natomiast z matematycznego punktu widzenia bardziej poprawny jest zapis 4,3.

Ćwiczenie 3

Zapisz podaną kwotę w postaci wyrażenia dwumianowanego.

- | | | | |
|-----------|------------|------------|------------|
| a) 5,1 zł | b) 3,3 zł | c) 2,4 zł | d) 18,9 zł |
| e) 0,9 zł | f) 10,1 zł | g) 18,9 zł | h) 0,5 zł |

Jak czytać paragon?

Tymon



Ala

Tymon: Zobacz, jaki długi paragon!

Ala: Ale to nie są zwykłe liczby, Tymon. To przecież świetna lekcja ułamków dziesiętnych! Popatrz na ceny na tym paragonie – każda ma przecinek.

Tymon: No tak, na przykład bułki łącznie kosztują 4,70 zł.

Ala: Matematycznie to 4 całe i 70 setnych złotego. **Przecinek** to taka granica: wszystko, co przed nim, to **pełne złotówki**, a po nim – **grosze**, czyli **części setne**.

Tymon: Dlaczego akurat setne?

Ala: Bo jedna złotówka ma 100 groszy! Dlatego w zapisie ceny na paragonach zawsze masz dwie cyfry po przecinku.

Tymon: Masz rację. Od dzisiaj będę sprawdzał paragony jak detektyw!

SKLEP SPOŻYWCZY ul. Matematyczna 10, 00-001	
2026-03-31	14:20
1. BUŁKA (5 SZT.)	4,70 zł
2. CHLEB RAZOWY	5,99 zł
3. MLEKO 2%	3,99 zł
4. MASŁO EXTRA	7,50 zł
5. JAJA (10 SZT.)	10,99 zł
6. SER ŻÓŁTY (200 g)	9,09 zł
7. SZYNKA (100 g)	6,40 zł
8. JOGURT NATURALNY	2,99 zł
9. SOK JABŁKOWY	4,50 zł
10. RYŻ (1 kg)	4,80 zł
SUMA:	60,95 zł
DZIĘKUJEMY ZA ZAKUPY! ZAPRASZAMY PONOWNIE	

Zadania

- 1 Zapisz ceny produktów z paragonu w postaci wyrażenia dwumianowanego.
- 2 Odczytaj z paragonu sumę za całe zakupy. Oblicz, ile to groszy.
- 3 Odszukaj na paragonie najwyższą cenę i zapisz ją za pomocą groszy.
- 4 Jakimi banknotami oraz monetami możemy zapłacić za zakupy tak, aby nie otrzymać reszty?

Zadania

- 1 Zapisz przedstawioną kwotę za pomocą ułamka dziesiętnego.



2 Zapisz ceny produktów przedstawionych na paragonie za pomocą wyrażeń dwumianowanych.

1. arbuzy	11,25 zł
2. morele	7,99 zł
3. ogórki	2,78 zł

SUMA:	22,02 zł

3 Kacper ma 4,5 zł, a Bartek 4,05 zł. Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Kacper ma 4 zł i 5 gr, a Bartek 4 zł i 50 gr.
- B. Kacper i Bartek mają po 4 zł i 5 gr.
- C. Kacper ma 4 zł i 50 gr, a Bartek 4 zł i 5 gr.
- D. Kacper i Bartek mają po 4 zł i 50 gr.

4 Amelka wybiera się z wizytą do babci. Z tej okazji kupiła jej bukiet stokrotek.

3 Mogła zapłacić trzema różnymi monetami, ale wolała zapłacić jedną monetą 5-złotową. Kwaciarka wydała jej resztę trzema różnymi monetami. Jaka mogła być cena stokrotek?

Sprawdź się!

1 Podane ceny zapisane za pomocą wyrażeń dwumianowanych zapisz w postaci ułamka dziesiętnego.

- a) 7 zł 95 gr b) 1 zł 20 gr c) 9 zł 49 gr d) 20 zł 5 gr

2 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Cena 19,9 zł oznacza, że towar kosztuje 19 zł 9 gr.
- b) Cenę 8 zł 10 gr możemy zapisać jako 8,1 zł.
- c) Za towar, który kosztuje 5,5 zł, możemy zapłacić dwiema monetami: 5-złotową i 5-groszową.
- d) Za towar, który kosztuje 7,35 zł, możemy zapłacić pięcioma monetami o różnych nominałach.
- e) Najmniejsza liczba monet, jaką możemy zapłacić za towar kosztujący 6,3 zł, wynosi 4.
- f) Największa liczba monet, jaką możemy zapłacić za towar kosztujący 3,2 zł, to 32.

3 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Dwanaście monet 10-groszowych ma wartość A/B.
A. 1,2 zł B. 1,02 zł
- b) Za towar, który kosztuje C/D, możemy zapłacić ośmioma monetami 20-groszowymi i dziewięcioma monetami 5-groszowymi.
C. 2,5 zł D. 2,05 zł

4 Jaką najmniejszą liczbą monet można zapłacić dokładnie 9,7 zł (bez wydawania reszty)? A jaką największą liczbą monet można zapłacić tę kwotę?

6.3. Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych

Tego się dowiesz

- jak odczytywać i zapisywać jednostki długości z użyciem ułamków dziesiętnych
- jak zamieniać jednostki długości

Podjmij temat

- Pralka ma 8 dm i 4 cm wysokości. Na stronie internetowej zapisano 0,84 m. Czy ten zapis oznacza tę samą wysokość?
- Czy potrafisz zapisać wymiary pralki w postaci dziesiętnej (w decymetrach)?
- Jak zapisywać długości za pomocą ułamków dziesiętnych? Spróbuj podobnie zapisać 0,60 m i 0,55 m.



Jak zapisywać jednostki długości z wykorzystaniem ułamków dziesiętnych?

1 mm – jaka to część centymetra?

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm}$$

1 cm – jaka to część metra?

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$$

1 cm – jaka to część decymetra?

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$$

1 m – jaka to część kilometra?

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0,001 \text{ km}$$

Przykład 1

Zapiszmy długość w danej jednostce.

- a) 5 cm 2 mm = ? cm b) 4 dm 3 cm = ? dm c) 8 cm = ? m d) 48 m = ? km

$$\text{a) } 5 \text{ cm } 2 \text{ mm} = 5 \text{ cm} + \frac{2}{10} \text{ cm} = 5\frac{2}{10} \text{ cm} = 5,2 \text{ cm}$$

$$\text{b) } 4 \text{ dm } 3 \text{ cm} = 4 \text{ dm} + \frac{3}{10} \text{ dm} = 4\frac{3}{10} \text{ dm} = 4,3 \text{ dm}$$

$$\text{c) } 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m} = 0,08 \text{ m}$$

$$\text{d) } 48 \text{ m} = \frac{48}{1000} \text{ km} = 0,048 \text{ km}$$

Ćwiczenie 1

Ania zmierzyła i zapisała długości trzech ozdobnych tasiemek: 1 m 45 cm, 2 m 8 cm oraz 96 cm. Czy można zapisać te długości krócej, używając jednej jednostki?

Ćwiczenie 2

Zapisz podane długości

- | | |
|--------------------|-------------------|
| a) w centymetrach: | b) w decymetrach: |
| 5 cm 4 mm | 5 dm 8 cm |
| 2 cm 8 mm | 6 dm 3 cm |
| 153 mm | 125 cm |
| 15 mm | 75 cm |
| 4 mm | 8 cm |
| c) w metrach: | d) w kilometrach: |
| 8 m 13 cm | 3 km 452 m |
| 2 m 6 cm | 2 km 38 m |
| 378 cm | 5 km 2 m |
| 35 cm | 1238 m |
| 8 cm | 145 m |

Ćwiczenie 3

Przepisz podane równości do zeszytu i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

- | | |
|---|--|
| a) $0,4 \text{ cm} = ? \text{ mm}$ | b) $0,2 \text{ dm} = ? \text{ cm}$ |
| $3,8 \text{ cm} = ? \text{ cm } ? \text{ mm}$ | $7,6 \text{ dm} = ? \text{ dm } ? \text{ cm}$ |
| c) $0,56 \text{ m} = ? \text{ cm}$ | d) $0,026 \text{ km} = ? \text{ m}$ |
| $3,02 \text{ m} = ? \text{ m } ? \text{ cm}$ | $5,371 \text{ km} = ? \text{ km } ? \text{ m}$ |

Ciekawe!

Przecinek w zapisie ułamka dziesiętnego po raz pierwszy zastosował w 1617 roku szkocki matematyk John [czyt. Dżon] Napier. W Wielkiej Brytanii i USA zamiast przecinka używa się kropki. Przed II wojną światową w Polsce również stosowano kropkę, ale umieszczaną wyżej (zapisywaną podobnie jak dziś znak mnożenia). Zapis z kropką możesz zobaczyć na przykład na wyświetlaczu kalkulatora.



Zadania

- Odpowiedz na pytania.
 - 1 m – ile to milimetrów?
 - 1 mm – jaka to część metra?
- Zapisz podaną długość w postaci wyrażenia dwumianowanego.

a) 3,17 m	b) 5,4 cm	c) 52,08 m	d) 17,3 dm
e) 6,008 m	f) 3,1 dm	g) 4,358 km	h) 1,02 dm
i) 3,4 m	j) 7,35 km	k) 8,2 km	l) 3,06 km
- Dzieci zmierzyły długości swoich skoków w dal. Ania skoczyła 1,43 m, Bartek 1 m 9 cm, Celina 1400 mm, a Darek pokonał 13 dm. Zapisz długości wszystkich skoków w centymetrach. Czyj był najdłuższy, a czyj najkrótszy?

- 4 Spośród wszystkich ptaków na świecie największą rozpiętość skrzydeł ma albatros wędrowny – aż 3,6 m. Jednym z najmniejszych ptaków Europy jest strzyżyk. Rozpiętość jego skrzydeł wynosi 0,15 m, a długość ciała 95 mm.

- a) Zapisz wszystkie długości podane w tekście w centymetrach i w milimetrach.
b) Oblicz, ile razy rozpiętość skrzydeł albatrosa jest większa od rozpiętości skrzydeł strzyżyka.



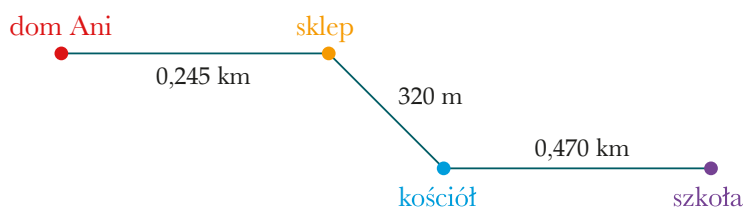
▲ Albatros wędrowny



▲ Strzyżyk

- 5 Od ponad 100 lat w wielu miastach na świecie są organizowane masowe biegi uliczne. Są to między innymi półmaratony, maratony i ultramaratony. Ich trasy mają różne długości. Półmaraton ma 21 km 97,5 m długości, a maraton 42 km 195 m. Z kolei ultramaraton jest jeszcze dłuższy niż maraton i może mieć na przykład 100 km. Poszukaj informacji o biegu organizowanym w twojej okolicy. Następnie zapisz długość trasy w kilometrach w postaci ułamka dziesiętnego i porównaj ją z długością półmaratonu oraz maratonu. Na podstawie znalezionych informacji napisz krótką notatkę, w której zastosujesz zapisy długości tras w postaci ułamków dziesiętnych.

- 6 Skorzystaj z rysunku i sprawdź, jak daleko Ania ma do szkoły. Przed wykonaniem obliczeń zapisz odległości bez użycia przecinka.



Sprawdź się!

- 1 Na półce stoją 4 książki, każda o grubości 47 mm. Jaka jest ich łączna grubość? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
A. 1,88 cm B. 18,8 dm C. 18,8 cm D. 1,88 m
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
a) Szafa ma wysokość 2 m 5 cm, czyli A/B.
A. 2,5 m B. 2,05 m
b) Duży spinacz biurowy ma długość 32 mm, czyli C/D.
C. 0,32 m D. 0,32 dm
- 3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
a) 1 cm to 0,01 m. b) 30 mm to 0,03 dm.
c) 0,085 km to 850 dm.  d) 0,7 cm to 0,007 m.

6.4. Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych

Podejmij temat

- Co oznaczają liczby widoczne na paragonie?
- Ile złotych zapłacono za wszystkie zakupy?
- Czy potrafisz powiedzieć, ile dekagramów ważyły śliwki?
- Kupiono 2,15 kg jabłek. Ile to kilogramów i dekagramów?
- Jak w inny sposób zapisać masę melona?
- Które masy na paragonie są mniejsze od 1 kg? Jak zapisałibyśmy je w dekagramach?



Tego się dowiesz

- jak odczytywać i zapisywać jednostki masy przy użyciu ułamków dziesiętnych
- jak zamieniać jednostki masy

Jak zapisywać jednostki masy z wykorzystaniem ułamków dziesiętnych?

💡 Na paragonach zwykle nie umieszcza się skrótów kg i zł, ale w tych jednostkach podawane są masy i ceny zakupionych towarów.

1 g – jaka to część dekagrama?

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ g} = \frac{1}{10} \text{ dag} = 0,1 \text{ dag}$$

1 g – jaka to część kilograma?

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0,001 \text{ kg}$$

1 dag – jaka to część kilograma?

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0,01 \text{ kg}$$

1 kg – jaka to część tony?

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg},$$

$$\text{czyli } 1 \text{ kg} = \frac{1}{1000} \text{ t} = 0,001 \text{ t}$$

Przykład 1

Zapiszmy masę w danej jednostce.

- a) 2 dag 4 g = ? dag b) 5 kg 6 dag = ? kg c) 9 dag = ? kg d) 18 kg = ? t

a) $2 \text{ dag } 4 \text{ g} = 2 \text{ dag} + \frac{4}{10} \text{ dag} = 2\frac{4}{10} \text{ dag} = 2,4 \text{ dag}$

b) $5 \text{ kg } 6 \text{ dag} = 5 \text{ kg} + \frac{6}{100} \text{ kg} = 5\frac{6}{100} \text{ kg} = 5,06 \text{ kg}$

c) $9 \text{ dag} = \frac{9}{100} \text{ kg} = 0,09 \text{ kg}$

d) $18 \text{ kg} = \frac{18}{1000} \text{ t} = 0,018 \text{ t}$

Ćwiczenie 1

Zapisz podane masy

a) w dekaqramach:

3 dag 5 g

10 dag 1 g

7 g

56 g

b) w kilogramach:

3 kg 71 dag

8 kg 2 dag

45 dag

256 dag

c) w tonach:

5 t 148 kg

4 t 29 kg

8 t 5 kg

138 kg

Ćwiczenie 2

Przepisz podane równości do zeszytu i zamiast znaków zapytania wstaw odpowiednie liczby.

a) $4,8 \text{ dag} = ? \text{ dag } ? \text{ g}$

$15,1 \text{ dag} = ? \text{ dag } ? \text{ g}$

$0,6 \text{ dag} = ? \text{ g}$

b) $3,07 \text{ kg} = ? \text{ kg } ? \text{ dag}$

$5,32 \text{ kg} = ? \text{ kg } ? \text{ dag}$

$0,14 \text{ kg} = ? \text{ dag}$

c) $10,135 \text{ t} = ? \text{ t } ? \text{ kg}$

$4,099 \text{ t} = ? \text{ t } ? \text{ kg}$

$0,006 \text{ t} = ? \text{ kg}$

Zadania

1 Odpowiedz na pytania.

a) 1 kg – ile to gramów?

b) 1 g – jaka to część kilograma?

c) 3 dag – ile to gramów?

d) 3 g – jaka to część dekagrama?

e) 5 kg – ile to dekagramów?

f) 5 dag – jaka to część kilograma?

2 Zapisz w postaci wyrażeń dwumianowanych.

a) 4,26 kg

b) 2,7 dag

c) 3,625 t

d) 1,1 dag

e) 10,9 dag

f) 1,005 t

g) 5,04 kg

h) 9,036 t

i) 4,7 kg

j) 2,16 t

k) 1,2 t

l) 4,007 kg

3 Zapisz podaną masę w postaci ułamka dziesiętnego.

- a) 5 kg 55 dag b) 8 dag 5 g c) 2 t 682 kg d) 9 kg 70 g
e) 12 t 48 kg f) 1 kg 4 g g) 20 kg 2 dag h) 7 t 70 kg

4 Zapisz podane masy w kilogramach.



5 Arbuz ważył 5,25 kg. Po odkrojeniu kawałka jego masa wynosiła 3,8 kg. Zamień podane masy na dekagramy, a następnie oblicz, ile ważył odkrojony kawałek.

6 Mama kupiła 3,3 kg ziemniaków, 650 g wiśni i 2,45 kg jabłek. Zamień wszystkie masy na dekagramy i oblicz, ile razem ważyły zakupy. Odpowiedź podaj w kilogramach.

Sprawdź się!

1 Do woreczka o masie 15 g wsypano 165 g soli. Ile waży woreczek z solą? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. 0,18 kg B. 0,018 kg C. 1,8 dag D. 0,18 dag

2 Jedno opakowanie mieszanki orzechów włoskich i orzechów nerkowca ma masę netto 255 g. Orzechy włoskie ważą 170 g.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) W jednym opakowaniu jest A/B orzechów nerkowca.

- A. 0,85 dag B. 8,5 dag

b) W 100 takich opakowaniach mieszanki jest łącznie C/D orzechów.

- C. 25,5 kg D. 2,55 kg

3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) 3 g to 0,003 kg. b) 25 dag to 0,025 kg.
c) 0,08 t to 80 kg. d) 5,45 kg to 545 g.
e) 36,9 dag to 3690 g.  4,9 dag to 0,049 kg.

INNY, ZDOLNY, NIEZWYKŁY...

Czy wiesz, że każdy z nas uczy się i postrzega świat w nieco inny sposób? Każdy ma też swoje mocne strony.

Niektóre osoby z dysleksją lub w spektrum autyzmu mogą mieć trudności w nauce, na przykład z czytaniem, pisanem lub ze skupieniem uwagi. Osoby te, jak każdy z nas, posiadają mocne strony i mogą rozwijać różnorodne uzdolnienia, na przykład matematyczne. Jeśli nie wiesz, co oznaczają wymienione pojęcia, poproś nauczyciela o wyjaśnienie lub poszukaj informacji w internecie.



Umysł jak kalkulator

Czy słyszeliście o osobach, które potrafią liczyć z prędkością kalkulatora? Poznajcie Daniela Tammeta, który jest Brytyjczykiem. Daniel jest w spektrum autyzmu. Już w dzieciństwie odkrył u siebie wyjątkowe zdolności matematyczne. Gdy miał 9 lat, brat zapytał go, jaki jest wynik mnożenia $82 \cdot 82 \cdot 82 \cdot 82$. Chłopiec przez kilkanaście sekund wpatrywał się w podłogę, a potem podał wynik: 45 212 176. I był to iloczyn poprawny!

Najbardziej niezwykle jest jednak to, że Daniel Tammet nie wykonuje typowych obliczeń w pamięci. Wynik pojawia się w jego myślach jako obraz. Ten matematyczny geniusz postrzega konkretne liczby jako kolory, kształty lub dźwięki. Według niego jedynka jest bardzo jasna, piątka przypomina dźwięk grzmotu, natomiast dziewiątka jest tak wysoka, że aż można się jej przestraszyć.

Tammet jest rekordzistą Europy w recytowaniu z pamięci cyfr liczby π [czyt. pi]. O tej liczbie będziecie się uczyć w starszych klasach. Liczba π , zapisana w postaci dziesiętnej, ma nieskończenie wiele cyfr po przecinku. Daniel wyrecytował bezbłędnie jej 22 514 cyfr. Zajęło mu to 5 godzin i 9 minut. W internecie możesz znaleźć fragmenty tego wydarzenia.

Poniżej podano liczbę π do dwusetnej cyfry po przecinku:

$\pi \approx 3,1415926535897932384626433832795$
 0288419716939937510582097494459230781
 6406286208998628034825342117067982148
 0865132823066470938446095505822317253
 5940812848111745028410270193852110555
 964462294895493038196...

Zadanie 1



Oblicz $82 \cdot 82 \cdot 82 \cdot 82$ i sprawdź, ile czasu zajęło ci wykonanie tego działania.

Daniel Tammet



Osoby z dysleksją

Osoby z dysleksją często mają trudności z czytaniem i pisanem. Każda z nich doświadcza tych trudności w uczeniu się w inny sposób. Dla niektórych rozpoznanie wyrazu, znajdującego się wśród innych słów, może być skomplikowane, zwłaszcza gdy składa się on z liter ułożonych w podobny sposób.

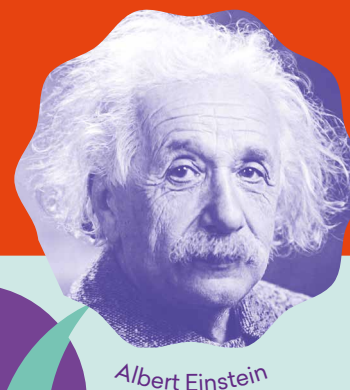
Spróbuj odnaleźć słowo KOK wśród różnych wyrazów.
KKO, KŁO, ŻKO, ŻŁO,
KOK, KOŁ, ŻOK, ŻOŁ,
OKK, OKŁ, OŻK, OŻŁ.

Zadanie 2

Spróbuj policzyć, ile różnych zapisów można utworzyć z liter K, O i T.

Znane osoby z dysleksją

Wiele znanych osób ma dysleksję. Należą do nich między innymi:
Leonardo da Vinci [czyt. da winczi] – malarz, Hans Christian Andersen – autor baśni, Alexander Graham Bell – wynalazca telefonu, Albert Einstein [czyt. ajnsztajn] – fizyk, Walt Disney [czyt. łolt disnej] – producent filmowy i reżyser, Whoopi [czyt. łupi] Goldberg – aktorka.



To, że ktoś uczy się inaczej, nie oznacza, że jest mniej zdolny. Każdy z nas ma swoje mocne strony i może odnosić sukcesy na swój indywidualny sposób.

Podsumowanie działu 6. Ułamki dziesiętne

ułamek dziesiętny
postać dziesiętna ułamka
części dziesiąte

części setne
części tysięczne
wyrażenie dwumianowane

Cyfry w zapisie ułamka dziesiętnego

$\frac{1}{10} = 0,1$
jedna dziesiąta części dziesiąte

$\frac{1}{100} = 0,01$
jedna setna części setne

$\frac{1}{1000} = 0,001$
jedna tysięczna części tysięczne

część całkowita (całości) część ułamkowa

4	3	2	1	,	1	2	3
↑	↑	↑	↑		↑	↑	↑
tysiące	setki	dziesiątki	jedności		części dziesiąte	części setne	części tysięczne

Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny i odwrotnie

Liczba zer w mianowniku ułamka zwykłego jest równa liczbie cyfr po przecinku w jego zapisie dziesiętnym.

$\frac{6}{10} = 0,6$
jedno zero jedna cyfra po przecinku

$\frac{67}{1000} = 0,067$
trzy zera trzy cyfry po przecinku

Zapis cen, długości i masy za pomocą ułamków dziesiętnych



1 zł = 100 gr
1 gr = $\frac{1}{100}$ zł = 0,01 zł



1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0,1 cm
1 cm = $\frac{1}{10}$ dm = 0,1 dm
1 cm = $\frac{1}{100}$ m = 0,01 m
1 dm = $\frac{1}{10}$ m = 0,1 m
1 m = $\frac{1}{1000}$ km = 0,001 km



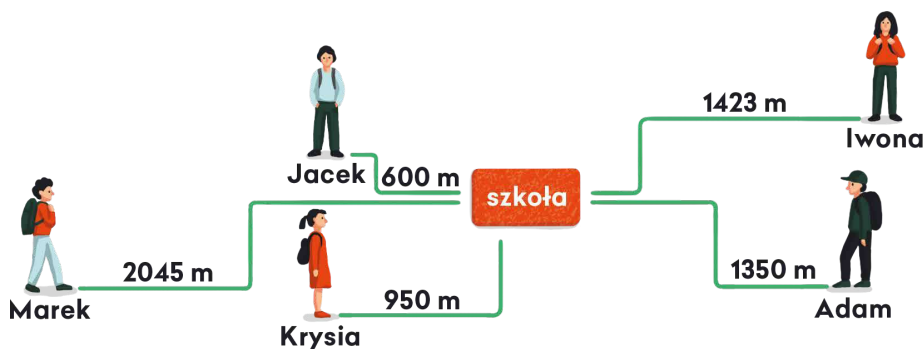
1 g = $\frac{1}{10}$ dag = 0,1 dag
1 dag = $\frac{1}{100}$ kg = 0,01 kg
1 g = $\frac{1}{1000}$ kg = 0,001 kg
1 kg = $\frac{1}{1000}$ t = 0,001 t

Sprawdź się!

W zadaniach 2–5, 9–10 oraz 12–14 wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- 1 Zapisz ułamek dziesiętny, który ma:
- a) 4 jedności, 2 części dziesiąte, 3 części setne i 8 części tysięcznych,
 - b) 5 jedności, 3 części setne i 2 części tysięczne,
 - c) 2 jedności i 4 części tysięczne,
 - d) 9 dziesiątek, 3 jedności i 5 części dziesiątych,
 -  e) 10 dziesiątek i 10 części setnych.
- 2 Liczba trzy i osiem setnych to
- A. 0,38 B. 3,8 C. 3,08 D. 3,008
- 3 Która z poniższych równości jest zapisana poprawnie?
- A. $2\frac{75}{1000} = 2,075$ B. $4\frac{7}{100} = 4,7$ C. $1\frac{5}{1000} = 1,05$ D. $2\frac{3}{10} = 2,03$
- 4 Liczbę 5,002 czytamy
-  A. pięć i dwie setne B. pięć i dwie tysięczne
C. pięć tysięcy i dwie tysięczne D. pięć i dwie dziesiąte
- 5 Cena 4,7 zł oznacza
- A. 4 zł 7 gr B. 47 gr C. 4 zł 70 gr D. 47 zł
- 6 Zapisz podaną kwotę, używając tylko złotych.
- a) 13 zł 85 gr b) 5 zł 7 gr c) 760 gr d) 8310 gr
- 7 Bartek miał 27,35 zł, a Karolina 32,65 zł. Bartek wydał w szkolnym sklepiku 11,10 zł, a Karolina 16,90 zł. Zapisz podane kwoty w postaci wyrażeń dwumianowanych i oblicz, komu zostało więcej pieniędzy.
- 8 Oblicz, ile reszty z 20 zł otrzymała Ania, jeżeli kupiła jabłko za 1,45 zł, banany za 7,50 zł i gruszkę za 2,30 zł. Najpierw zamień podane kwoty na grosze lub wyrażenia dwumianowane.
- 9 Która z poniższych długości jest największa?
- A. 0,006 km B. 0,6 m C. 0,06 m D. 60 cm
- 10 Na elektronicznej wadze położono torbę z ziemniakami ważącą 3750 g. Jaką masę pokazuje wyświetlacz wagi?
- A. 375 kg B. 36,5 kg C. 3,75 kg D. 0,375 kg

- 11 Przyjrzyj się uważnie rysunkowi. Następnie zapisz w zeszycie imiona dzieci w kolejności od najkrótszej do najdłuższej drogi, jaką każde z nich musi przejść z domu do szkoły. Przy każdym imieniu dopisz długość tej trasy w kilometrach.



- 12 Wskaż zdanie, które na pewno **nie** jest prawdziwe.
- A. Piórnik waży 0,02 kg. B. Pies waży 0,2 t.
C. Książka waży 0,2 kg. D. Butelka z wodą mineralną waży 0,002 t.
- 13 Podręcznik do historii waży 0,28 kg, a do języka polskiego jest od niego o 0,13 kg cięższy. Ile ważą razem oba podręczniki?
- A. 69 dag B. 41 dag C. 54 dag D. 56 dag
- 14 Masę 3 kg 52 dag 30 g można zapisać jako
- A. 3,52 kg B. 33,52 kg C. 3,55 kg D. 3,82 kg

Słodkie metry

Czy wiesz, że fabryka cukierków może miesięcznie wyprodukować aż 10 kilometrów cukierków?

Chyba chciałaś powiedzieć kilogramów?

W fabryce cukierków słodczy nie tylko waży się w kilogramach, lecz także mierzy w metrach. Masę karmelową roluje się i rozciąga w długie pasma przypominające kolorowe liny. To z nich powstają cukierki i lizaki.

Stwórz własną torbę z ulubionymi słodzcami. Sprawdź, ile metrów słodkości uda ci się w niej zmieścić. Postępuj zgodnie z instrukcją. Kwota w złotych, którą możesz wydać na słodczy i torbę, jest ułamkiem dziesiętnym, który ma: 5 dziesiątek, 2 jedności, 5 części dziesiątych i 9 części setnych.

INSTRUKCJA

1 Wybierz co najmniej 2 różne produkty z oferty. Następnie przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij ją zgodnie z kolejnymi punktami instrukcji.



Cukierki – sakiewka
Masa brutto: 0,05 kg
Długość pasma karmelu: 210 mm
10 zł



Cukierki – mały rożek
Masa brutto: 0,1 kg
Długość pasma karmelu: 4 dm 2 cm
15,50 zł



Cukierki – duży rożek
Masa brutto: 16 dag
Długość pasma karmelu: 63 cm 3 mm
20 zł 90 gr



Cukierki – słoiczek
Masa brutto: 268 g
(w tym pusty słoik waży 138 g)
Długość pasma karmelu: 0,54 m
26,05 zł



Lizak kwiatek
Masa brutto: 0,052 kg
Długość pasma karmelu: 0,2 m
8,75 zł



Lizak świder
Masa brutto: 0,06 kg
Długość pasma karmelu: 2,4 dm
8,15 zł



Lizak duży
Masa brutto: 10 dag 5 g
Długość pasma karmelu: 4,1 dm
16 zł 5 gr



Lizak średni
Masa brutto: 4 dag
Długość pasma karmelu: 16,5 cm
8 zł



Lizak mały
Masa brutto: 2,2 dag
Długość pasma karmelu: 0,08 m
5,10 zł

Produkt tworzony ręcznie, możliwe różnice w masie i długości.

Wybrany produkt	Masa	Długość pasma karmelu	Cena	Smak
(pierwszy produkt)	?	?	?	?
(drugi produkt)	?	?	?	?
(trzeci produkt)	?	?	?	?
(rozmiar torby)			?	
Suma:	?	?	?	

2 Zamień masę brutto wybranych słodczy na gramy i oblicz ich łączną masę. Wynik zapisz w kilogramach. Następnie dopasuj odpowiednią torbę, do której zapakujesz słodkości.

Torba mała: 2 zł 60 gr (mieści do 0,33 kg)

Torba duża: 4,20 zł (mieści do 0,7 kg)



3 Zapisz ceny wybranych słodczy i torby w groszach. Następnie oblicz łączny koszt zakupów oraz ile pieniędzy zostało. Otrzymane wyniki zanotuj w postaci ułamków dziesiętnych.

- 4 Oblicz, ile milimetrów pasm karmelu zużyto na twoje słodycze. Następnie zamień wynik na metry.

Nie wiem, jak zamienić kilogramy na gramy.



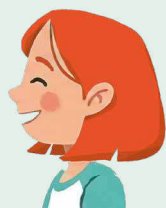
Najpierw zamień kilogramy na dekagramy, a potem dekagramy na gramy.



Rozumiem. Wynik mam podać w kilogramach, więc po wykonaniu obliczeń zamienię gramy z powrotem na dekagramy i dekagramy na kilogramy.



Zgadza się. Podobnie postępuje się z metrami. Najpierw zamieniasz je na decymetry lub centymetry, a potem na milimetry.



- 5 Wybierz smaki swoich słodyczy. Narysuj torbę o wybranym rozmiarze i ozdób ją. Obok narysuj słodycze w kolorach odpowiadających ich smakom. Zapisz końcową cenę, masę i długość pasm karmelu, z której je zrobiono.

Pozostałe elementy zależą od twojej pomysłowości!

Lista smaków i odpowiadający im kolor masy karmelowej



malina:
biało-różowy



truskawka:
biało-czerwony



arbuz:
biało-czerwono-zielony



jabłko:
biało-zielony



banan:
biało-żółty



gruszka:
biało-zielono-żółty



borówka:
biało-niebieski



czekolada:
biało-brązowy



pomarańcza:
biało-pomarańczowy



jeżyna:
biało-granatowo-niebieski

7. Figury płaskkie

- Jakie figury geometryczne potrafisz nazwać na poniższym rysunku?
- Czy wiesz, jakie przybory szkolne są potrzebne do narysowania takich figur?
- Czy potrafisz podać przykłady przedmiotów z życia codziennego, które mają kształt figur geometrycznych przedstawionych poniżej?



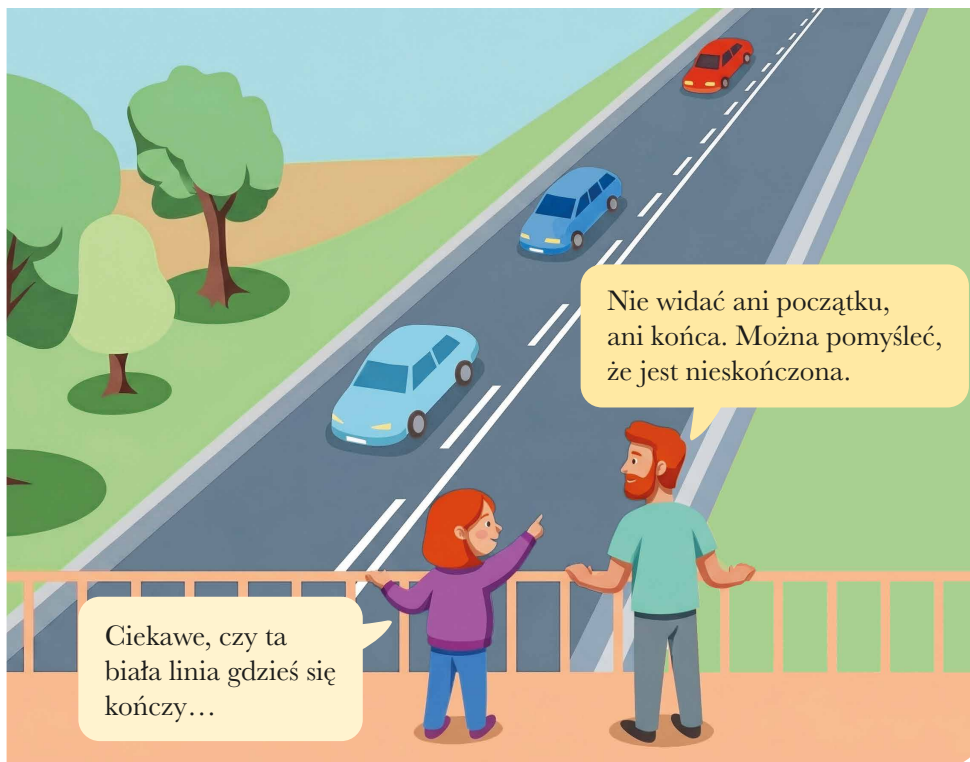
7.1. Podstawowe figury geometryczne

Tego się dowiesz

- jak wyobrazić sobie punkt i prostą oraz jak w matematyce rysujemy i oznaczamy punkty i proste
- czym są i jak oznaczać półprostą, odcinek i łamaną
- jakie są rodzaje łamanych

Podejmij temat

- Czy wiesz, jak się nazywają figury obserwowane przez Alę i jej tatę?
- Co to oznacza, według ciebie, że linia jest nieskończona?
- Czy potrafisz narysować w zeszycie nieskończoną linię?



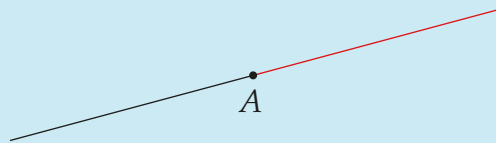
Wyobraź sobie bardzo małą kropkę lub ślad po białej niezwykle cienkiej szpilce. Tak możemy wyobrażać sobie **punkt**.

! Punkty oznaczamy wielkimi literami alfabetu: *A*, *B*, *C* itd.

Teraz wyobraź sobie niezwykle długą, cienką i naprężoną nić albo ślad zgięcia wielkiej kartki papieru. Tak możemy wyobrażać sobie **prostą**. Składa się ona z nieskończonej liczby punktów. Prosta nie ma początku ani końca, więc na rysunku widać tylko jej fragment.

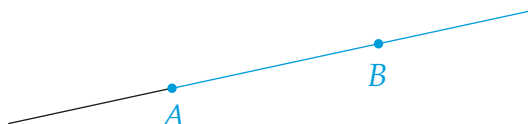
! Proste oznaczamy małymi literami alfabetu: *a*, *b*, *c* itd.

Dowolny punkt prostej dzieli ją na dwie części. Każdą z tych części wraz z tym punktem nazywamy **półprostą** o początku w tym punkcie.



Półprosta ma początek, ale nie ma końca.

Jak oznaczamy półprostą?



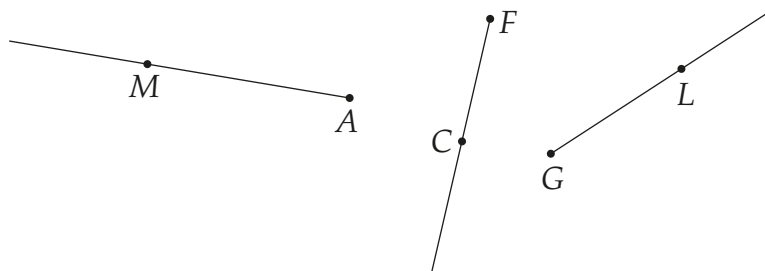
Niebieska figura to półprosta o początku w punkcie A w kierunku punktu B , czyli inaczej półprosta AB .



Pamiętaj, aby w oznaczeniu dwuliterowym litera stojąca jako pierwsza od lewej strony oznaczała początek półprostej.

Ćwiczenie 1

Podaj oznaczenia literowe pokazanych półprostych.

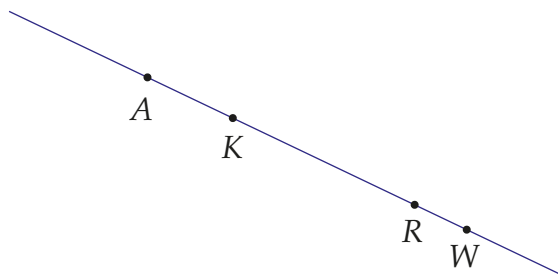


Ciekawie!

Założycielem najstarszej szkoły wyższej, czyli Akademii Ateńskiej (istniejącej od ok. 387 roku p.n.e. do 529 roku n.e.), był Platon. Zgodnie z legendą nad jej wejściem znajdował się napis: „Niech nie wchodzi tu nikt, kto nie zna geometrii”.

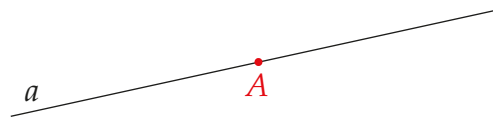
Ćwiczenie 2

Ile półprostych widzisz na rysunku? Podaj nazwy sześciu półprostych.



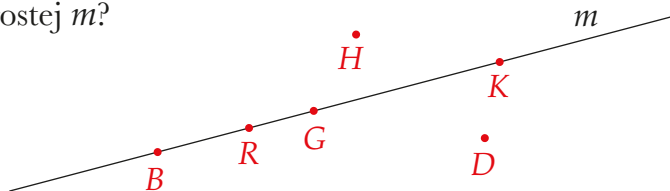
▲ Rafael Santi, Szkoła ateńska

Jeżeli punkt A znajduje się na prostej a , to mówimy, że prosta a przechodzi przez punkt A lub że punkt A leży na prostej a , lub że punkt A należy do prostej a .



Ćwiczenie 3

Które punkty leżą na prostej m ?



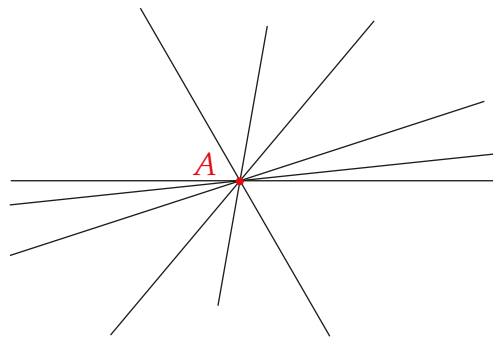
Ćwiczenie 4

Zaznacz w zeszyte punkt P , a następnie narysuj jak najwięcej prostych przechodzących przez ten punkt. Jak myślisz, ile takich prostych można narysować?

Ćwiczenie 5

Zaznacz w zeszyte dwa różne punkty A i B . Następnie narysuj jak najwięcej prostych przechodzących przez te punkty. Jak myślisz, ile takich prostych można narysować?

Przez jeden punkt przechodzi nieskończenie wiele prostych.



Natomiast przez dwa różne punkty przechodzi tylko jedna prosta. Jeżeli te punkty oznaczymy przez A i B , to mówimy, że przez punkty A i B przechodzi prosta AB .

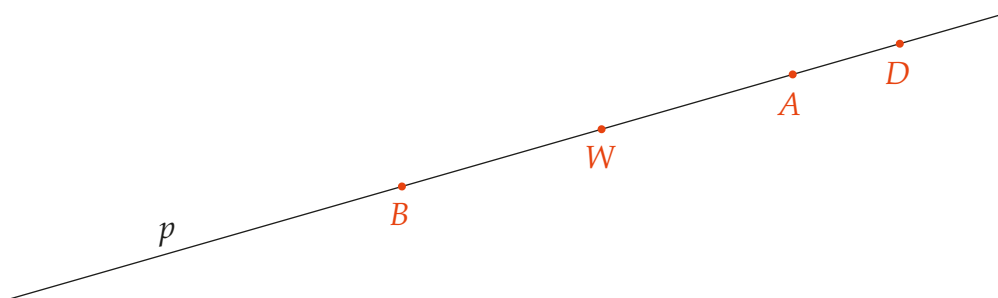


Punkty A i B dzielą prostą a na trzy części. Część tej prostej, która zawiera się między punktami A i B , wraz z tymi punktami, nazywamy **odcinkiem** AB lub BA . Punkty A i B nazywamy **końcami** tego **odcinka**.



Ćwiczenie 6

Ile odcinków widzisz na poniższym rysunku? Wymień wszystkie.



Ćwiczenie 7

Narysuj dowolną prostą m i zaznacz dwa różne punkty A i D należące do tej prostej. Jakie figury są widoczne na wykonanym rysunku? Podaj ich oznaczenia literowe.

Ćwiczenie 8

Zaznacz cztery różne punkty i oznacz je dowolnymi literami. Następnie połącz te punkty odcinkami. Ile odcinków powstało w ten sposób? Wypisz ich oznaczenia literowe.

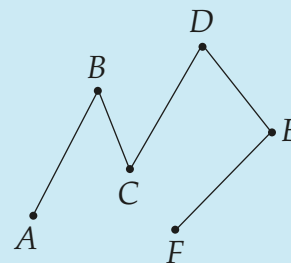
Ćwiczenie 9

Narysuj cztery różne odcinki tak, aby koniec pierwszego odcinka był początkiem drugiego, koniec drugiego – początkiem trzeciego, a koniec trzeciego – początkiem czwartego, ale tak, aby sąsiednie odcinki nie leżały na tej samej prostej.

Wśród linii wyróżniamy proste, łamane i krzywe. Linia, która nie jest prostą, ale powstała tak jak na twoim rysunku w ćwiczeniu 9, to właśnie łamana.

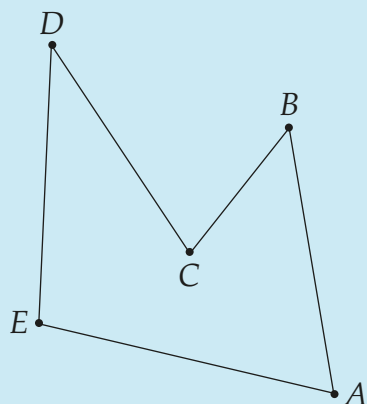
Łamana składa się z odcinków. Koniec pierwszego odcinka jest początkiem drugiego, koniec drugiego jest początkiem trzeciego itd. Sąsiednie odcinki nie leżą na tej samej prostej.

Odcinki łamanej nazywamy jej **bokami**, a ich końce **wierzchołkami**.

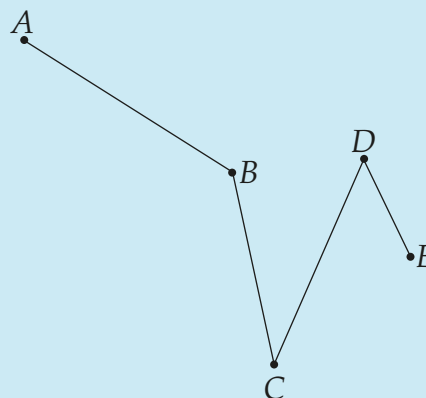


Aby oznaczyć literami łamaną, należy wypisać kolejno wszystkie oznaczenia końców jej boków. Łamana na rysunku powyżej to łamana $ABCDEF$. Jej wierzchołki to punkty: A, B, C, D, E, F . Boki tej łamanej to odcinki: AB, BC, CD, DE, EF .

Jeżeli początek pierwszego boku łamanej pokrywa się z końcem jej ostatniego boku, to łamaną nazywamy **zamkniętą**; w przeciwnym przypadku mówimy, że jest ona **otwarta**.



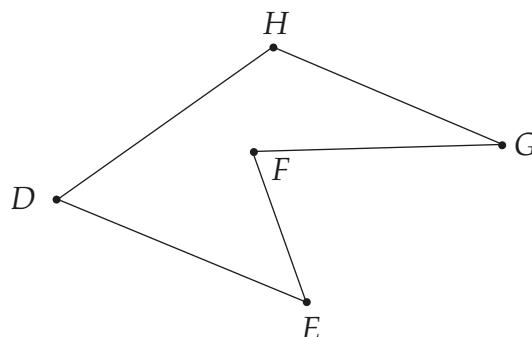
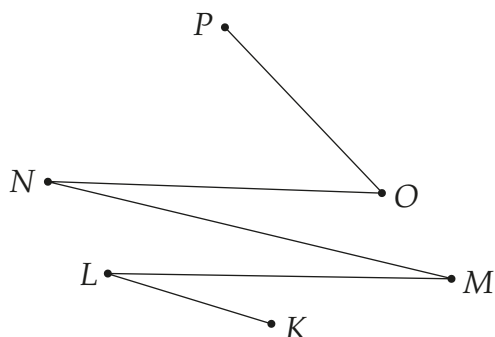
łamana zamknięta $ABCDE$



łamana otwarta $ABCDE$

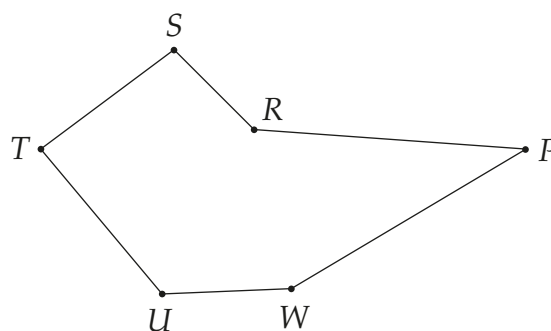
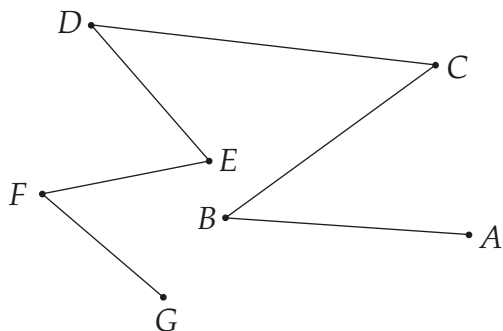
Ćwiczenie 10

Zapisz oznaczenia literowe poniższych łamanych.



Ćwiczenie 11

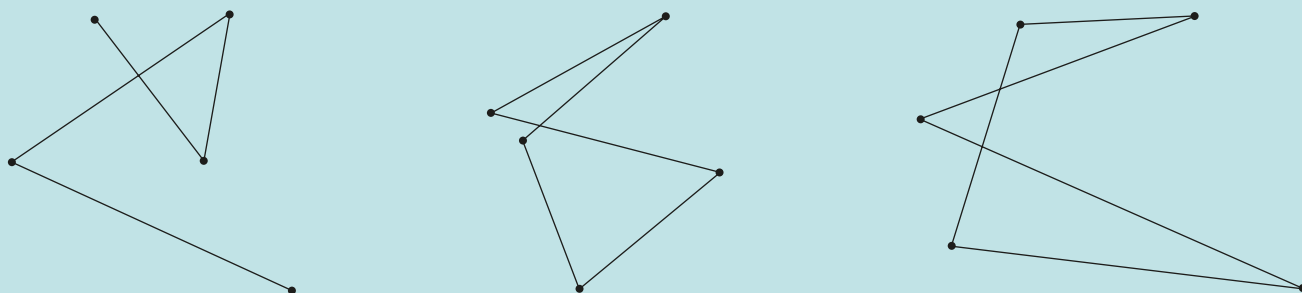
a) Policz, ile boków i ile wierzchołków mają poniższe łamane.



b) Ile wierzchołków ma łamana zamknięta, która składa się z siedmiu odcinków? Odpowiedz na pytanie, a następnie narysuj taką łamaną i sprawdź swoją odpowiedź.

Więcej na temat

Łamane, których boki nie przecinają się (a więc takie, o jakich mówiliśmy do tej pory), to łamane **zwyczajne**. Są też łamane (otwarte i zamknięte), których boki przecinają się ze sobą. Takie łamane nazywamy **wiązanymi**.

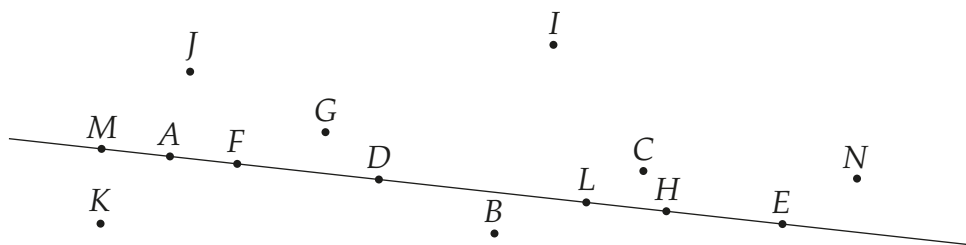


Zadania

- 1 Narysuj prostą a . Następnie zaznacz punkty A, B, C należące do prostej a oraz punkty D, E, F nienależące do tej prostej.
- 2 Narysuj trzy proste k, l, m w taki sposób, aby spełniały równocześnie następujące warunki:
 - proste k i l przechodzą przez punkt P ,
 - proste l i m przechodzą przez punkt R ,
 - proste k i m przechodzą przez punkt S .
- 3 Zaznacz trzy punkty A, B i C , które nie leżą na jednej prostej. Połącz każdą parę tych punktów odcinkiem. Zaznacz pięć innych punktów D, E, F, G i H tak, że żadne z trzech nie leżą na jednej prostej. Połącz każdą parę tych punktów odcinkiem. Którą z otrzymanych figur umiesz nazwać?
- 4 Zaznacz cztery różne punkty A, B, C, D tak, aby żadne trzy z nich nie leżały na jednej prostej. Narysuj:
 - a) prostą AB ,
 - b) półprostą DC ,
 - c) odcinek BC .
- 5 Ile boków ma łamana $ABCDEF$, która jest:
 - a) otwarta,
 - b) zamknięta?
- 6 Oceń prawdziwość każdego z podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
 - a) Prosta ma początek, ale nie ma końca.
 - b) Półprosta ma początek, ale nie ma końca.
 - c) Odcinek ma początek, ale nie ma końca.
 - d) Prosta ma dwa końce.
 - e) Półprosta ma dwa końce.
 - f) Odcinek ma dwa końce.

1 Korzystając z rysunku, zapisz w zeszycie wszystkie punkty, które:

- należą do prostej DL ,
- nie należą do prostej MF ,
- należą do półprostej FH ,
- nie należą do półprostej LA ,
- należą do odcinka AE ,
- nie należą do odcinka ML ,
- należą do prostej AE i jednocześnie należą do półprostej FA ,
- należą do prostej AE i jednocześnie nie należą do półprostej DE .



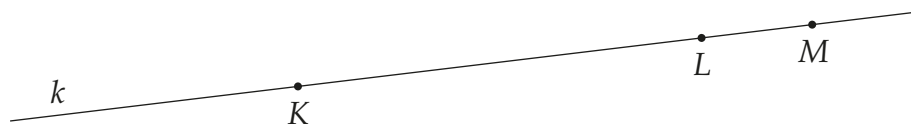
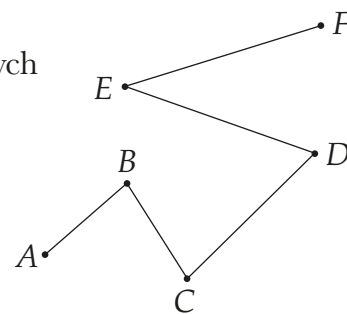
2 Na prostej zaznaczono pięć różnych punktów. Ile różnych odcinków wyznaczają te punkty? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. 4 B. 5 C. 8 D. 10

3 Rysunek przedstawia łamaną $ABCDEF$.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- Na rysunku przedstawiono łamaną A/B.
A. otwartą B. zamkniętą
- Ta łamana ma C/D boków.
C. 5 D. 6



4 Na prostej k zaznaczono punkty K, L, M , tak jak na rysunku.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- Półprosta MK ma początek w punkcie A/B.
A. K B. M
- Punkt K należy do półprostej C/D.
C. LM D. ML

7.2. Proste i odcinki prostopadłe

Podejmij temat

- Czy wiesz, jak wygląda ekierka? Czy masz swoją? Sprawdź, czy jej dwa boki pasują do dwóch sąsiednich brzegów ławki oraz do brzegów podręcznika.
- Za pomocą ekierki narysuj trzy listwy prostokątnej ramki.

Chyba robisz to niedokładnie. Jest nierówno.



Wiem, pomogę sobie ekierką.

Tego się dowiesz

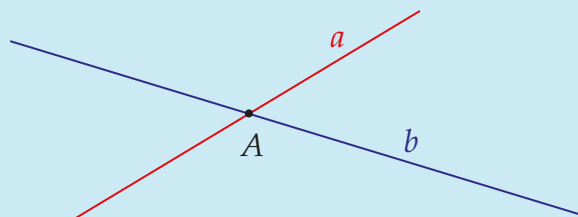
- co to są proste przecinające się
- co to są proste i odcinki prostopadłe oraz jak rozpoznać, czy proste i odcinki są prostopadłe
- jak narysować proste i odcinki prostopadłe

Ćwiczenie 1

Narysuj prostą i zaznacz na niej dowolny punkt. Następnie narysuj inną prostą przechodzącą przez ten punkt.

Proste narysowane przez ciebie w ćwiczeniu 1 to proste przecinające się.

Proste a i b mają dokładnie jeden punkt wspólny. Mówimy, że a i b to proste **przecinające się** w punkcie A .



Ćwiczenie 2

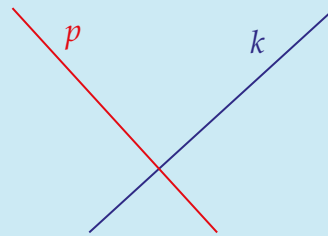
Narysuj trzy proste: a , b , c , takie że proste a i b przecinają się w punkcie K , proste b i c przecinają się w punkcie M , proste a i c przecinają się w punkcie P .

Ćwiczenie 3

Punkt wspólny dwóch prostych przecinających się wyznacza półproste. Ile ich jest?

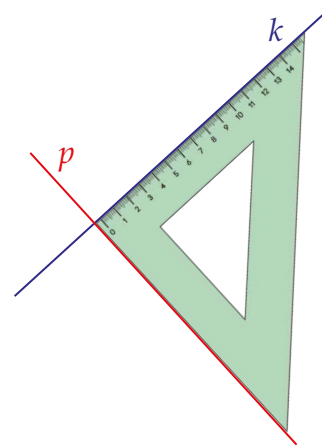
Proste, które przecinają się w taki sposób jak na rysunku, to **proste prostopadłe**.

Zapisujemy: $p \perp k$.



Do sprawdzania, czy dwie proste są prostopadłe, używamy ekierki.

Proste p i k są prostymi prostopadłymi.

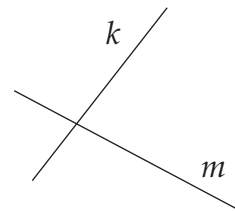
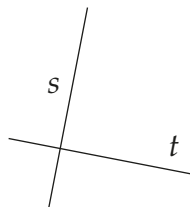
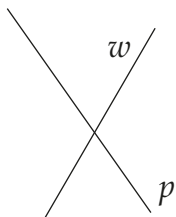
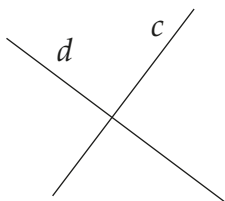


Ćwiczenie 4

Wskaż w swoim otoczeniu przedmioty, których dwa boki lub dwie krawędzie spotykają się jak boki ekierki.

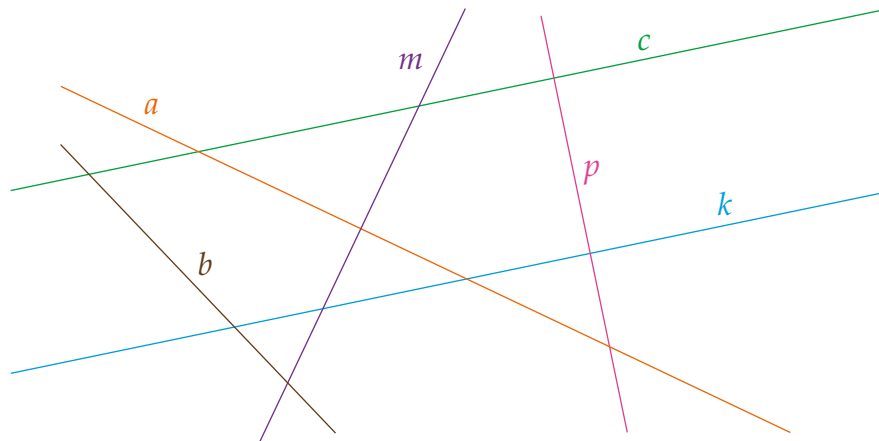
Ćwiczenie 5

Sprawdź za pomocą ekierki, które z poniższych par prostych to proste prostopadłe. Odpowiedzi zapisz w zeszycie, używając symbolu prostopadłości.



Ćwiczenie 6

Spośród narysowanych prostych wybierz te, które są do siebie prostopadłe.



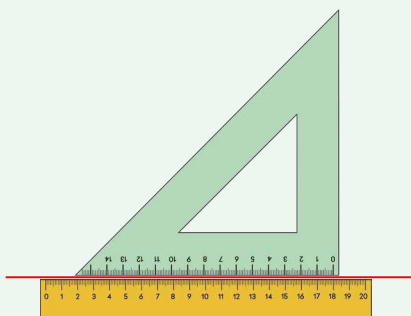
Przykład 1

Narysujmy dwie proste prostopadłe. Oznaczmy je literami p i k .

Do narysowania prostych prostopadłych będą potrzebne linijka i ekierka.

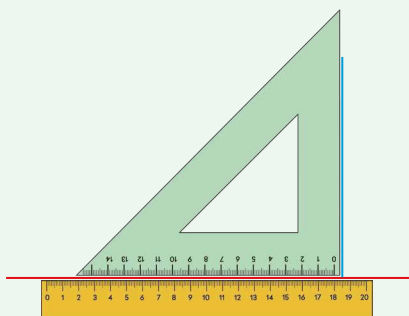
Krok 1

Rysujemy dowolną prostą wzdłuż linijki. Przykładamy ekierkę do linijki.



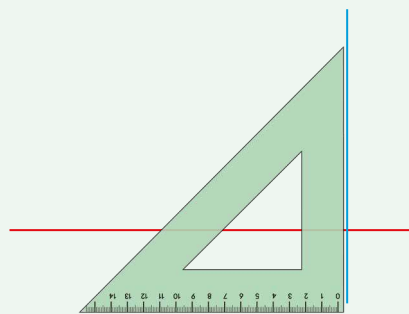
Krok 2

Rysujemy drugą prostą wzdłuż drugiego boku ekierki.



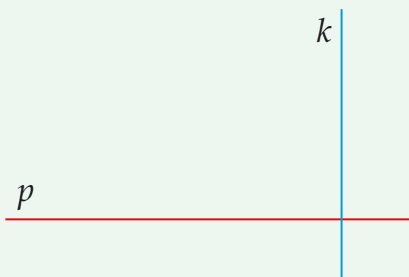
Krok 3

Mozemy przedłużyć prostą.



Krok 4

Podpisujemy proste.



Ćwiczenie 7

Wyobraź sobie, że projektujesz mapę do swojej nowej gry planszowej i musisz umieścić na niej skrzyżowanie dwóch ulic. Narysuj w zeszycie dwie proste prostopadłe, które będą przedstawiały te krzyżujące się drogi.

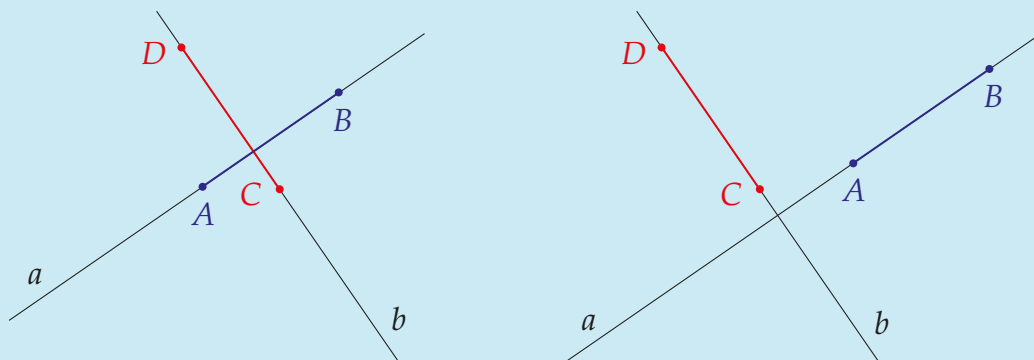
Ćwiczenie 8

Narysuj dowolną prostą m oraz punkt A , który leży na prostej m . Następnie narysuj prostą k prostopadłą do prostej m , przechodzącą przez punkt A .

Ćwiczenie 9

Narysuj dowolną prostą p oraz punkt B , który nie leży na prostej p . Następnie narysuj prostą n prostopadłą do prostej p , przechodzącą przez punkt B .

Odcinki prostopadłe to odcinki leżące na prostych prostopadłych.

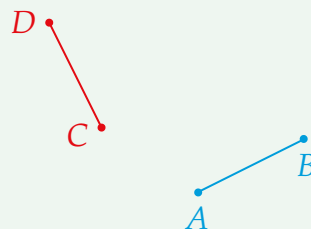


Odcinki AB i CD na powyższych rysunkach są odcinkami prostopadłymi (bo $a \perp b$).
Zapisujemy: $AB \perp CD$.

⚠ Proste prostopadłe zawsze się przecinają. Natomiast odcinki prostopadłe nie muszą się przecinać. Wystarczy, że ich przedłużenia będą się przecinać.

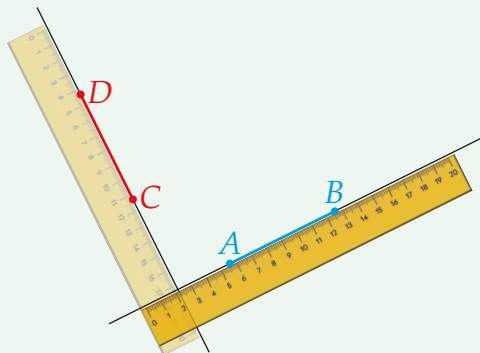
Przykład 2

Sprawdźmy, czy odcinki AB i CD na rysunku obok są prostopadłe. Posłużymy się w tym celu linijką i ekierką.



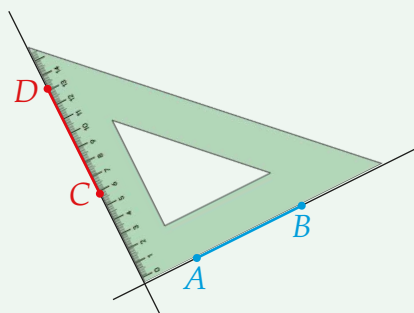
Krok 1

Przedłużmy odcinki AB i CD tak, aby otrzymać dwie proste.

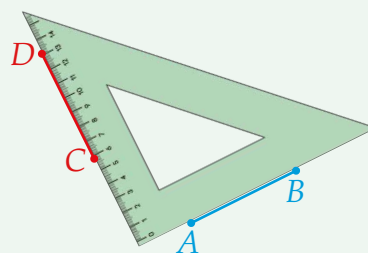


Krok 2

Teraz wystarczy sprawdzić za pomocą ekierki, czy te dwie proste są prostopadłe. Jeżeli tak, to odcinki również są prostopadłe.



Proste są prostopadłe, więc odcinki AB i CD też są prostopadłe. Często w praktyce nie przedłużamy odcinków, tylko przykładamy do nich w odpowiedni sposób ekierkę.

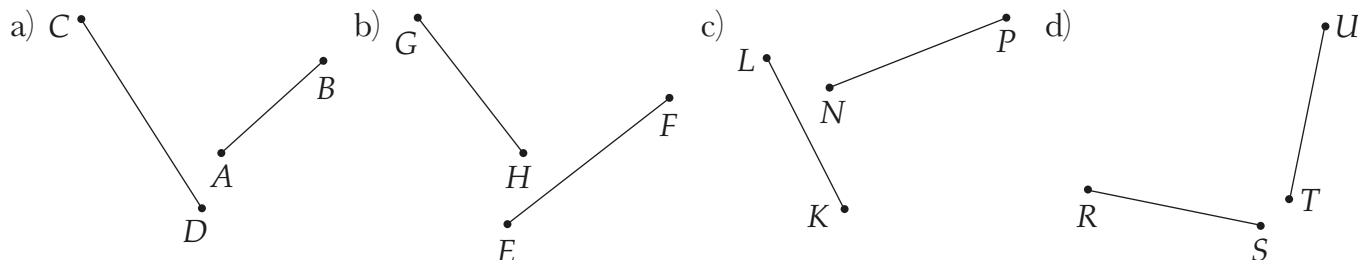


Ćwiczenie 10

Narysuj dwa przedmioty ze swojego otoczenia, w których można wskazać odcinki prostopadłe. Zaznacz te odcinki.

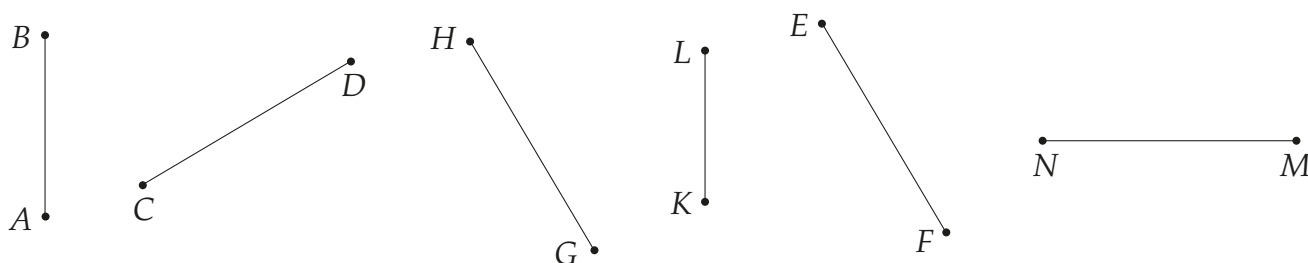
Ćwiczenie 11

Sprawdź, czy odcinki są prostopadłe.



Ćwiczenie 12

Spośród poniższych odcinków wybierz pary odcinków prostopadłych.



Zadania

1 Przyjrzyj się uważnie fragmentowi planu Krakowa i podaj nazwy trzech par ulic, które są do siebie prostopadłe.

2 Podaj kilka przykładów ze swojego otoczenia, gdzie zauważasz odcinki prostopadłe.

3 Narysuj dwa dowolne odcinki prostopadłe, które:
a) przecinają się, b) nie przecinają się.

4 Narysuj odcinek AB , a następnie dwie proste a i b prostopadłe do tego odcinka, z których jedna przechodzi przez punkt A , a druga przez punkt B .

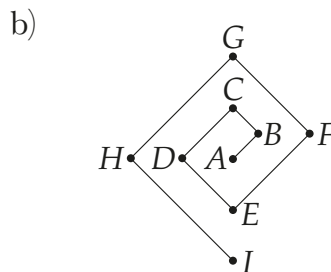
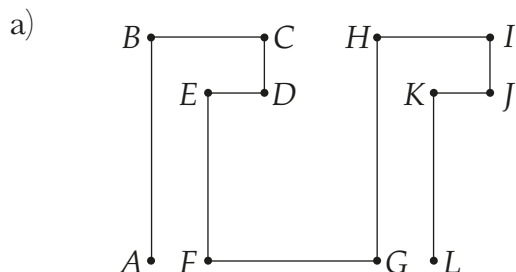
5 Narysuj łamaną otwartą, która ma:

- a) dokładnie dwie pary boków prostopadłych,
b) co najmniej dwie pary boków prostopadłych.



- 6 Narysuj łamaną otwartą złożoną:
- z czterech odcinków,
 - z pięciu odcinków,
 - z dziesięciu odcinków, w taki sposób, aby każdy następny odcinek był prostopadły do poprzedniego.

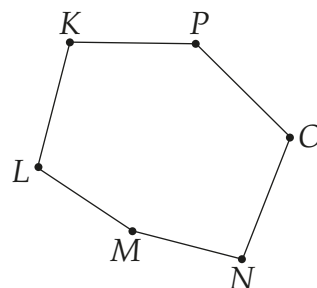
- 7 Zapisz cztery pary prostopadłych odcinków widocznych na rysunku.



Sprawdź się!

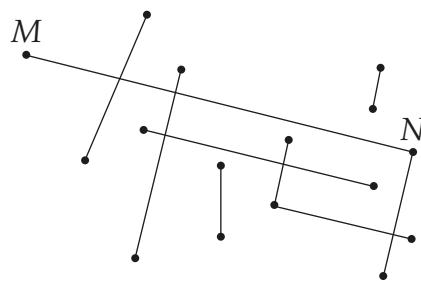
- 1 Który bok łamanej $KLMNOP$ jest prostopadły do boku KL ?
Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. LM B. MN
C. OP D. PK



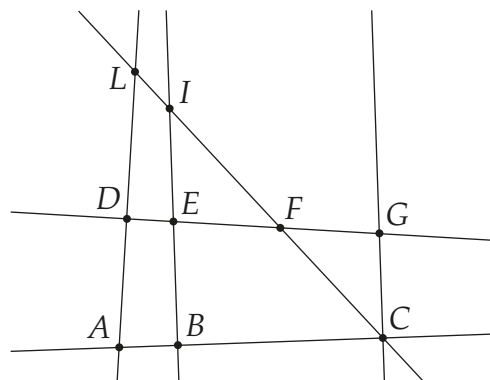
- 2 Ile odcinków przedstawionych na rysunku jest prostopadłych do odcinka MN ?
Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

- A. 2 B. 4
C. 5 D. 6



- 3 Korzystając z danych na rysunku, oceń prawdziwość podanych zdań. Przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.

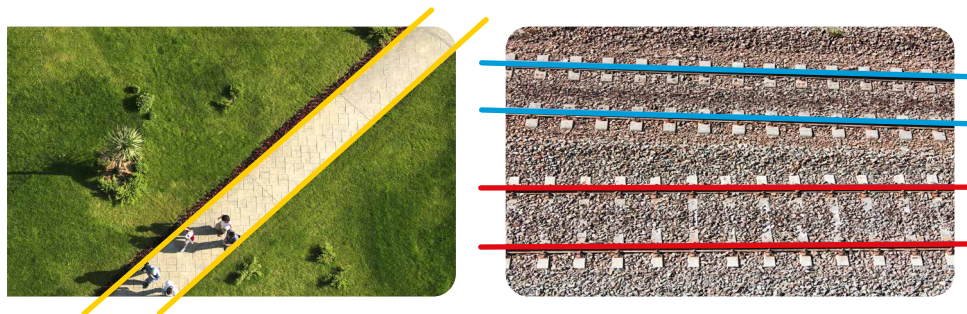
- Proste AB i CG są prostopadłe.
- Proste BE i DG są prostopadłe.
- Proste AD i EF są prostopadłe.
- Punktem wspólnym prostych CL i BE jest punkt I .
- Punktem wspólnym prostych GD i LA jest punkt E .
- Proste DE i CL to proste przecinające się.



7.3. Proste i odcinki równoległe

Podejmij temat

- Przyjrzyj się żółtym liniom wyznaczającym brzegi chodnika oraz czerwonym i niebieskim, które przebiegają wzdłuż szyn kolejowych.
- Jak myślisz, czy żółte linie przetną się w pewnym miejscu? A czerwone? A może niebieskie?
- Wyobraź sobie, że przedłużasz te linie bardzo daleko w obie strony. Czy po takim przedłużeniu któreś z nich się przetną?
- Które z nich nigdy się nie przetną?



Tego się dowiesz

- co to są proste i odcinki równoległe oraz jak rozpoznać, czy proste i odcinki są równoległe
- jak narysować proste i odcinki równoległe

Ćwiczenie 1

Jeśli przedłużymy dowolne dwie proste dostatecznie daleko, to na pewno się przetną.



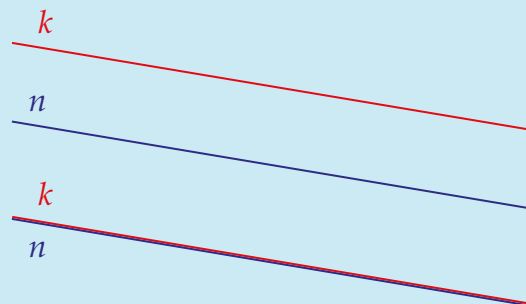
Spróbuj narysować proste, które przeczą temu, o czym mówi Maciek.

Proste k i n nie mają punktów wspólnych.

Proste k i n pokrywają się, czyli leżą dokładnie jedna na drugiej. Mają więc nieskończenie wiele punktów wspólnych.

Proste, które nie mają punktów wspólnych albo pokrywają się, nazywamy **prostymi równoległymi**.

Zapisujemy: $k \parallel n$.

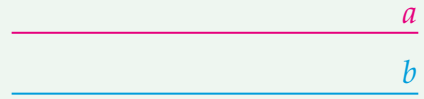


Ćwiczenie 2

Malarz ma namalować na ścianie dwie proste linie tak, aby zawsze były od siebie w tej samej odległości. Jak powinny wyglądać te linie?

Przykład 1

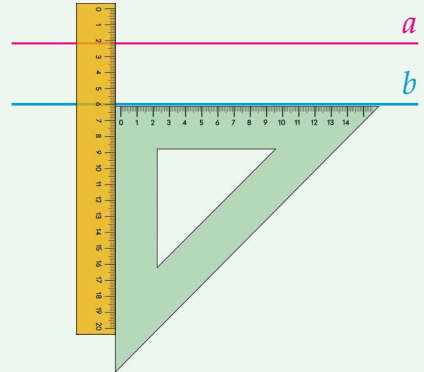
Sprawdźmy, czy proste a i b na rysunku obok są równoległe.



Do sprawdzania, czy te proste są równoległe, posłużą nam linijka i ekierka.

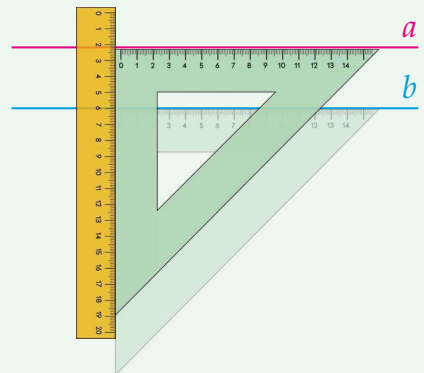
Krok 1

Przyłożmy ekierkę tak, żeby jej jeden bok przylegał do jednej z prostych. Do drugiego boku ekierki trzeba przyłożyć linijkę.



Krok 2

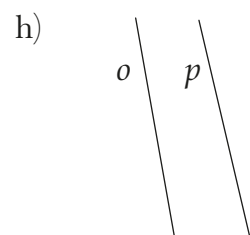
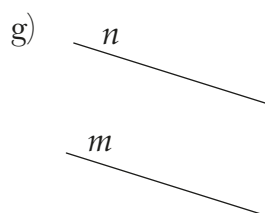
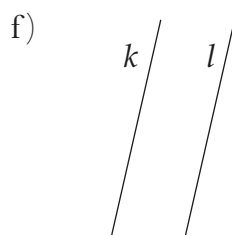
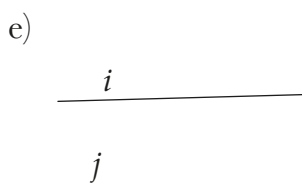
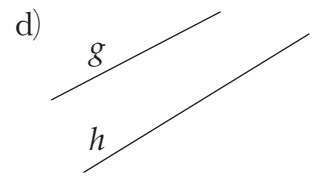
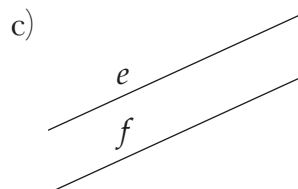
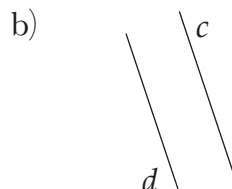
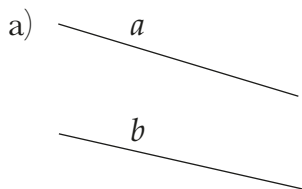
Następnie przesuwamy ekierkę wzdłuż linijki w kierunku drugiej prostej i sprawdzamy, czy druga prosta także przylega do boku ekierki.



Proste a i b są równoległe.

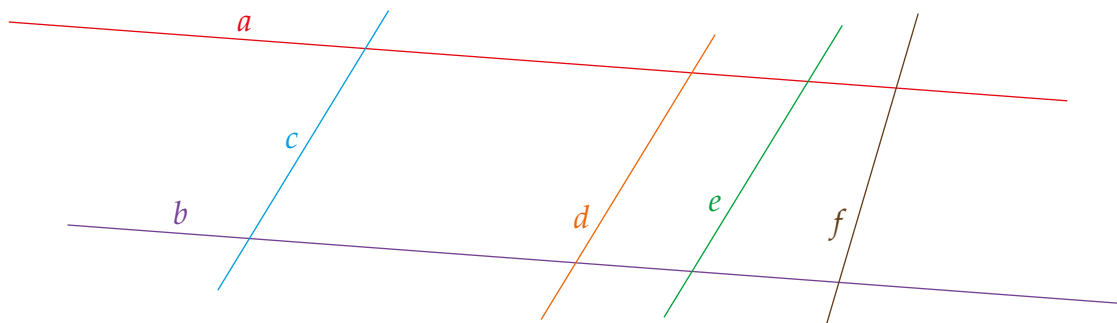
Ćwiczenie 3

Sprawdź za pomocą linijki i ekierki, które z poniższych par prostych to proste równoległe. Odpowiedzi zapisz w zeszycie, używając symbolu równoległości.



Ćwiczenie 4

Spśród narysowanych prostych wybierz te, które są równoległe.



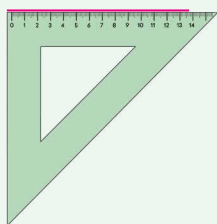
Przykład 2

Narysujmy dwie proste równoległe a i b .

Będą nam do tego potrzebne linijka i ekierka.

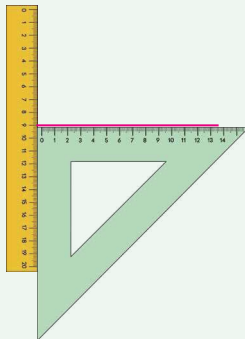
Krok 1

Rysujemy dowolną prostą
wzdłuż jednego boku ekierki.



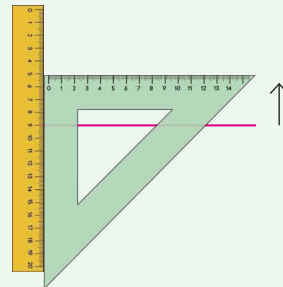
Krok 2

Przykładamy linijkę do
drugiego boku ekierki.



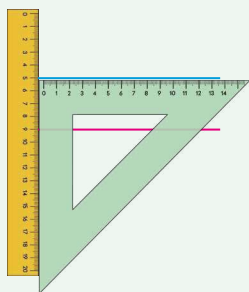
Krok 3

Przesuwamy ekierkę w górę
(lub w dół) wzdłuż linijki.



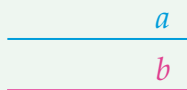
Krok 4

Rysujemy drugą prostą
wzdłuż boku ekierki.



Krok 5

Podpisujemy proste.



Ćwiczenie 5

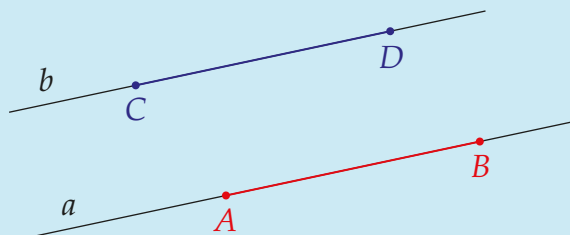
Narysuj za pomocą linijki i ekierki dwie proste, które się nie przecinają.

Ćwiczenie 6

Narysuj dowolną prostą k oraz dwa punkty A i B , które do niej nie należą. Następnie narysuj dwie proste a i b takie, że:

- $a \parallel k$ i punkt A leży na prostej a ,
- $b \parallel k$ i punkt B leży na prostej b .

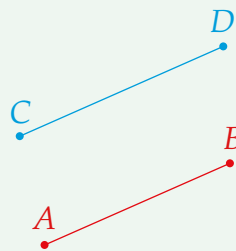
Odcinki równoległe to odcinki leżące na prostych równoległych.



Odcinki AB i CD na powyższym rysunku są odcinkami równoległymi (bo $a \parallel b$). Zapisujemy $AB \parallel CD$.

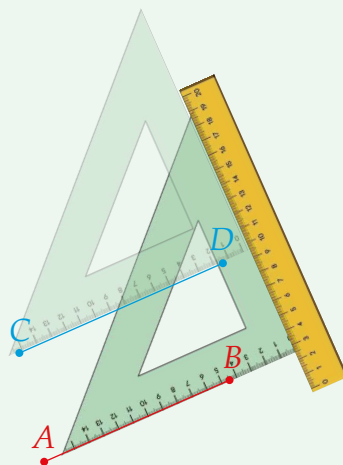
Przykład 3

Sprawdźmy, czy odcinki AB i CD na rysunku obok są równoległe.



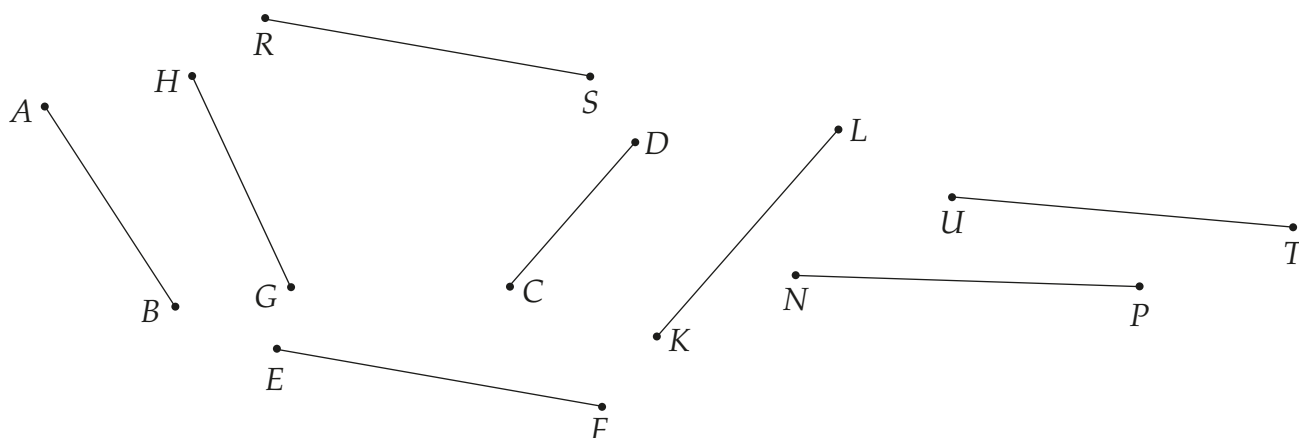
Aby przekonać się, czy odcinki AB i CD są równoległe, musimy sprawdzić, czy leżą na prostych równoległych. Posłużą nam do tego linijka i ekierka.

Odcinki leżą na prostych równoległych, więc $AB \parallel CD$.



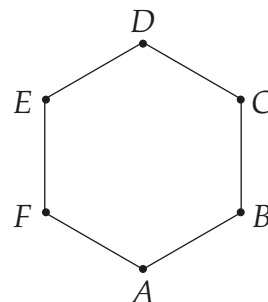
Ćwiczenie 7

Sprawdź, które pary odcinków są równoległe.

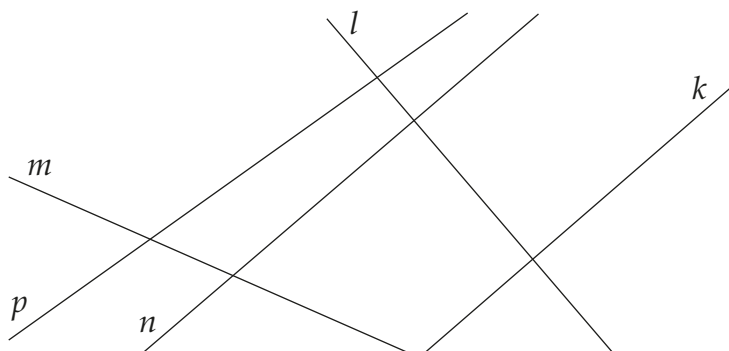


Zadania

- 1 Przyjrzyj się uważnie fragmentowi planu Krakowa na s. 245 i podaj nazwy trzech par ulic, które są równoległe.
- 2 Podaj trzy przykłady par odcinków równoległych ze swojego otoczenia.
- 3 Narysuj dwa dowolne odcinki równoległe. Oznacz je literami i zapisz, że są równoległe, używając odpowiedniego symbolu.
- 4 Narysuj proste a i b , które są równoległe. Następnie narysuj prostą c prostopadłą do prostej a . Jak są położone względem siebie proste b i c ?
- 5 Narysuj odcinki AB i CD , które są prostopadłe. Następnie narysuj odcinek EF równoległy do odcinka AB . Jak są położone względem siebie odcinki CD i EF ?
- 6 Narysuj łamaną otwartą $ABCDE$, która ma dwie pary boków równoległych.
- 7 Zapisz pary odcinków równoległych, które występują na rysunku obok.
- 8 Narysuj łamaną zamkniętą o co najmniej czterech bokach, która ma:
 - a) dokładnie dwa boki równoległe,
 - b) co najmniej trzy boki równoległe.
- 9 Przenieś trzy zapalki tak, by otrzymać równość prawdziwą. Ile jest par zapalek prostopadłych, a ile par zapalek równoległych w podanej równości?
A w poprawionej?

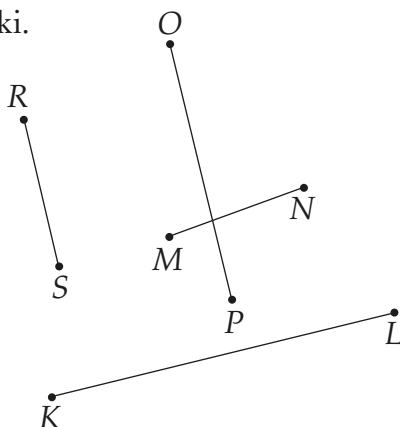


- 1** Która z prostych przedstawionych na rysunku jest równoległa do prostej n ?
Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.



- A. prosta p B. prosta m C. prosta l D. prosta k

- 2** Na rysunku są cztery odcinki.



Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Odcinek MN A/B równoległy do odcinka KL .

A. jest B. nie jest

- b) Na rysunku C/D odcinków prostopadłych.

C. jest jedna para D. są dwie pary

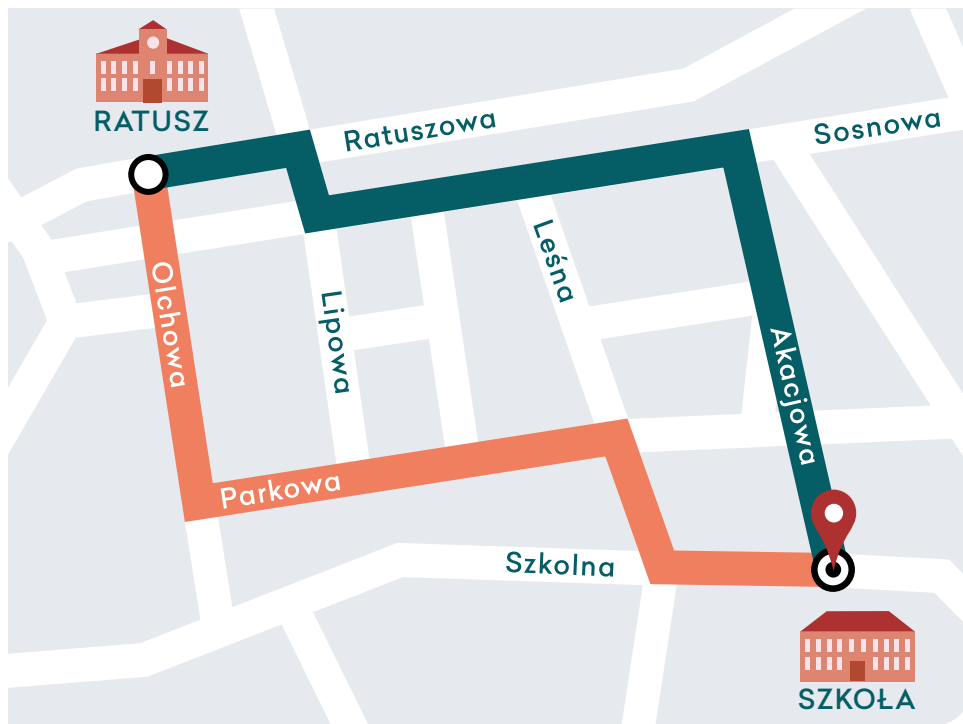
- 3** Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- Dwie proste równoległe albo nie mają punktów wspólnych, albo mają ich nieskończenie wiele.
- Jeżeli dwa odcinki nie mają punktów wspólnych, to oznacza, że są równoległe.
- Jeżeli dwa odcinki nie są równoległe, to oznacza, że są prostopadłe.
- Dwa odcinki równoległe mogą leżeć na jednej prostej.
- Jeżeli prosta k jest równoległa do prostej m i prosta m jest równoległa do prostej n , to prosta k jest równoległa do prostej n .

7.4. Mierzenie długości odcinka i łamanej

Podejmij temat

- Jak sądzisz, która droga z ratusza do szkoły jest krótsza?
- Zaproponuj sposób sprawdzenia swojej odpowiedzi. Możesz użyć linijki, nitki lub sznurka.
- Czy wynik jest zgodny z twoim przypuszczeniem?



Tego się dowiesz

- jak porównać długości odcinków bez ich mierzenia
- jak zmierzyć długość odcinka
- jak obliczyć długość łamanej

Do porównywania długości odcinków możemy użyć cyrkla.

Przykład 1

Sprawdźmy bez użycia linijki, który odcinek jest dłuższy: AB czy CD ?



Porównajmy długości tych odcinków za pomocą cyrkla. Wykonujemy to w sposób przedstawiony na rysunku obok.

Dłuższym odcinkiem jest odcinek CD .



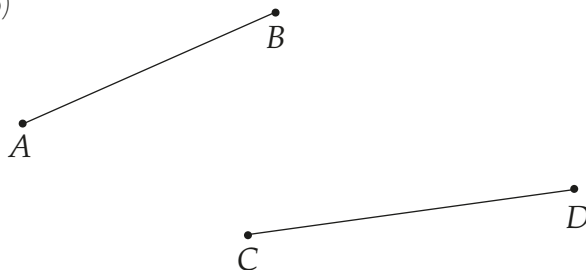
Ćwiczenie 1

Który odcinek jest dłuższy: AB czy CD ? Porównaj ich długości za pomocą cyrkla.

a)



b)



Aby poznać długość odcinka, należy go zmierzyć.

Ćwiczenie 2

- a) Zmierz długości krawędzi stolika, przy którym siedzisz, za pomocą długopisu. Przykładaj go kolejno wzdłuż krawędzi stolika. Policz, ile razy długość długopisu mieści się w długości każdej krawędzi. Odpowiedź zapisz według wzoru:

Dłuższa krawędź stolika ma około ? długości długopisu, a krótsza – około ? długości długopisu.

- b) Zmierz długość sali lekcyjnej za pomocą swoich stóp. Stawiaj je jedna za drugą, bez przerw i bez nakładania ich na siebie. Policz, ile długości twojej stopy mieści się w długości sali.

😊😊 Porównaj otrzymane wyniki z wynikami innych uczniów. Czy otrzymaliście takie same wyniki? Czy taki sposób pomiaru jest dokładny? Czy wszyscy używali długopisów tej samej długości? A czy stopy wszystkich uczniów mają taką samą długość?

Wyniki pomiaru będą takie same, jeśli wszyscy będą mierzyć wskazaną długość za pomocą jednakowych jednostek.

Pamiętasz podstawowe jednostki długości? Przypomnij mi?

Jasne, że tak:
metr, centymetr...



Jednostki długości

nazwa	skrót
milimetr	mm
centymetr	cm
decymetr	dm
metr	m
kilometr	km

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

Ćwiczenie 3

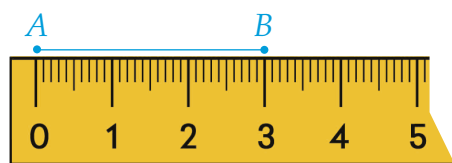
Wytnij pasek papieru o długości 1 cm. Przykładaj go kolejno wzdłuż brzegu podręcznika. Ile razy pasek zmieścił się na tym brzegu? Ile centymetrów ma ta długość? Jak można zmierzyć długość w prostszy sposób?

Długość odcinka AB oznaczamy symbolem $|AB|$.

$|AB|$ czytamy: długość odcinka AB .

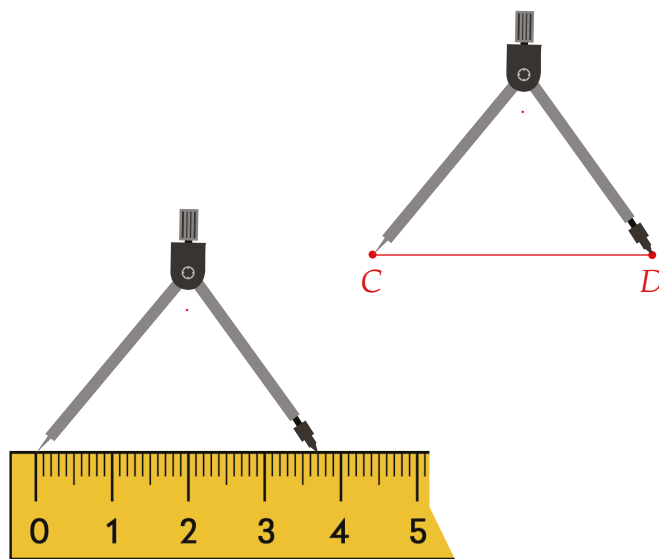
Do mierzenia długości odcinków używamy linijki albo linijki i cyrkla.

Tak mierzymy długość odcinka za pomocą linijki.



$|AB| = 3 \text{ cm}$

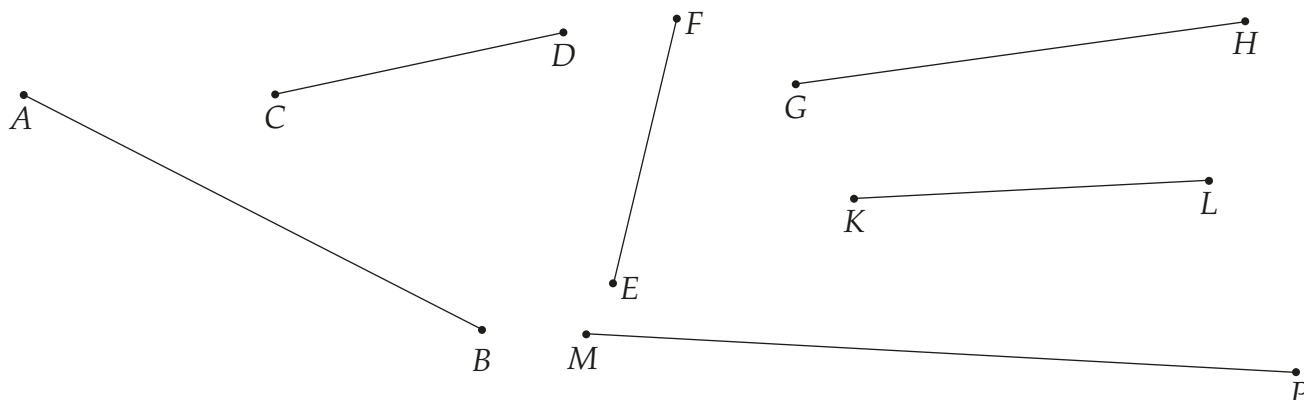
Tak mierzymy długość odcinka za pomocą linijki i cyrkla.



$|CD| = 3 \text{ cm } 7 \text{ mm}$

Ćwiczenie 4

Zmierz i zapisz w zeszycie długości poniższych odcinków.



Ćwiczenie 5

Narysuj odcinek AB o długości 6 cm, a następnie odcinek CD :

- a) dwa razy dłuższy od odcinka AB ,
- b) trzy razy krótszy od odcinka AB ,
- c) dłuższy od odcinka AB o 2 cm i 4 mm,
- d) krótszy od odcinka AB o 4 cm i 3 mm.

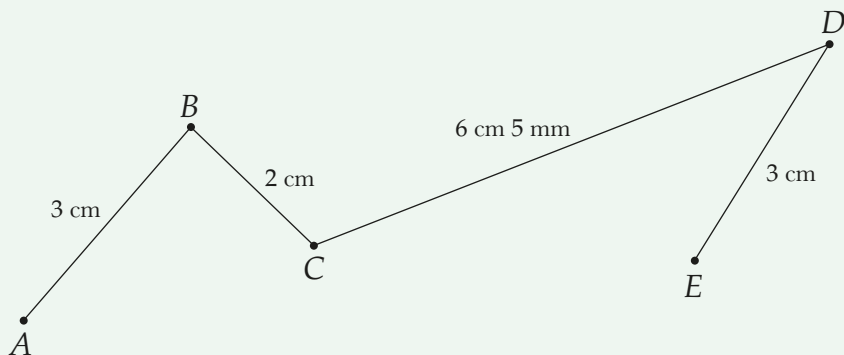
Ćwiczenie 6

Zmierz długości obu tras z *Podjmij temat* przy pomocy nitki lub sznurka. Postępuj zgodnie z instrukcją.

- Ułóż nitkę wzdłuż niebieskiej trasy.
- Zaznacz na nitce koniec tej trasy.
- W ten sam sposób zaznacz na drugiej nitce długość czerwonej trasy.
- Wyprostuj obie nitki i porównaj ich długości.
- Przyłóż obie nitki do linijki i odczytaj ich długości.

Przykład 2

Obliczmy długość łamanej.



Czy wiesz, jak obliczyć długość łamanej?



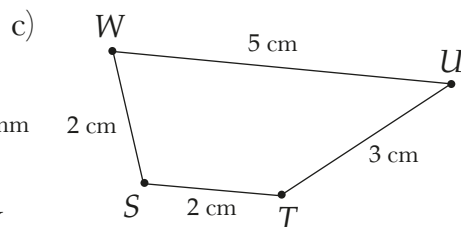
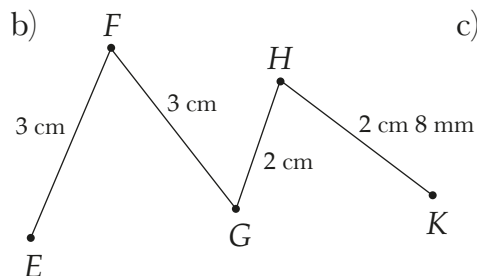
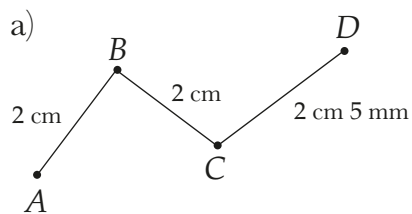
No pewnie, że tak. Wystarczy dodać długości odcinków, z których łamana się składa.

Łamana $ABCDE$ ma długość: $3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 6 \text{ cm } 5 \text{ mm} + 3 \text{ cm} = 14 \text{ cm } 5 \text{ mm}$.

 **Długość łamanej** to suma długości jej wszystkich boków.

Ćwiczenie 7

Oblicz długość łamanej.

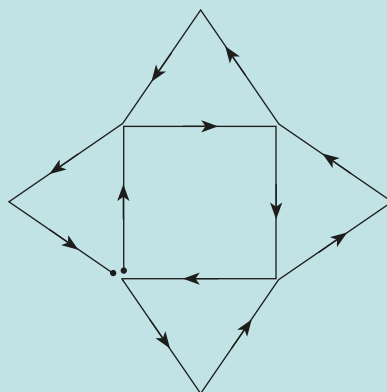
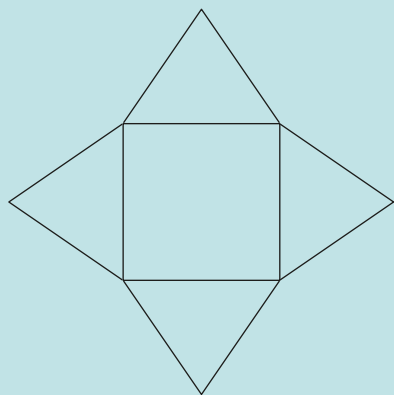


Ćwiczenie 8

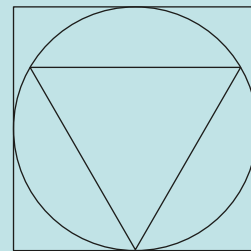
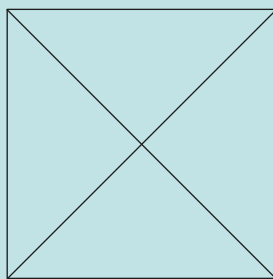
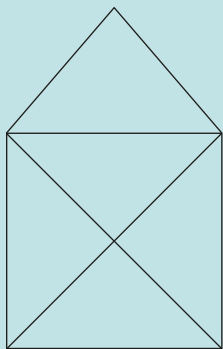
Narysuj łamaną otwartą o trzech bokach, taką, że pierwszy bok ma 2 cm, a każdy kolejny jest o 5 mm dłuższy od poprzedniego. Oblicz długość tej łamanej.

Więcej na temat

Figury jednobieżne to takie, które można narysować jednym pociągnięciem ołówka, czyli bez odrywania go od kartki. Nie wolno też rysować żadnej linii dwa razy. Oto przykład figury jednobieżnej (obok pokazano, jak można ją narysować).



- Sprawdź, czy poniższe figury są figurami jednobieżnymi.



Ćwiczenie 9

Wyraż podaną długość w milimetrach.

- | | | |
|----------|---------------|--------------|
| a) 5 cm | b) 3 cm 5 mm | c) 1 dm |
| d) 45 cm | e) 54 cm 9 mm | f) 2 dm 2 cm |

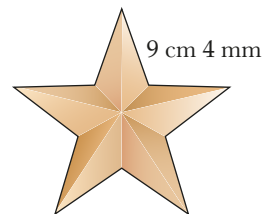
Ćwiczenie 10

Wyraż podaną długość w centymetrach.

- | | | |
|-----------|------------|----------|
| a) 30 mm | b) 15 mm | c) 7 dm |
| d) 200 mm | e) 1555 mm | f) 21 dm |

Zadania

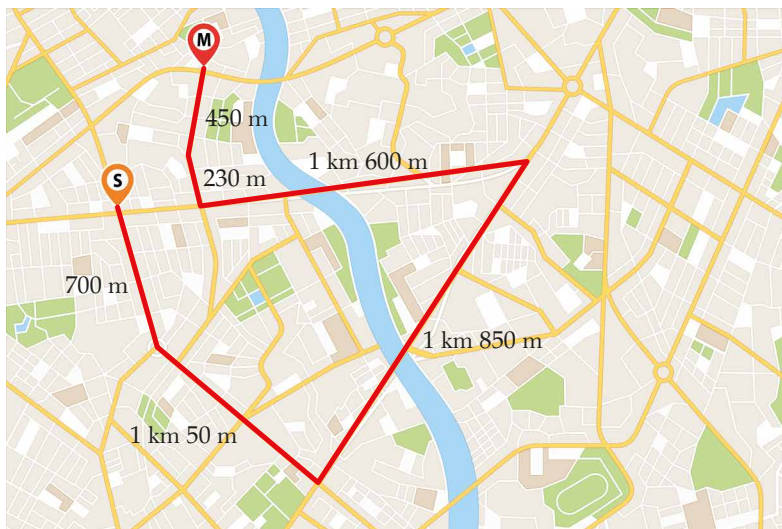
- 1 Która żółta litera ma kształt łamanej otwartej? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszyte.
A. **M** B. **E** C. **B** D. **A**
- 2 Narysuj łamaną otwartą złożoną z czterech odcinków o łącznej długości 15 cm.
- 3 Narysuj łamaną złożoną z trzech odcinków, przy czym każdy kolejny ma być dwa razy dłuższy od poprzedniego. Zapisz długości odcinków. Oblicz długość całej łamanej.
- 4 Długość pierwszego boku łamanej otwartej $ABCDE$ wynosi 81 cm. Każdy kolejny bok jest trzy razy krótszy od poprzedniego. Jaka jest łączna długość tej łamanej?
- 5 Łamana zamknięta ABC ma długość 3 m. Jeden bok ma 85 cm, a drugi 1 m 30 cm. Jaka jest długość trzeciego boku? Odpowiedź podaj w centymetrach.
- 6 Magda wykonała z papieru pięcioramienną gwiazdę. Chce okleić jej brzegi ozdobną taśmą. Ile centymetrów taśmy potrzebuje, jeżeli każdy brzeg gwiazdy ma 9 cm 4 mm?



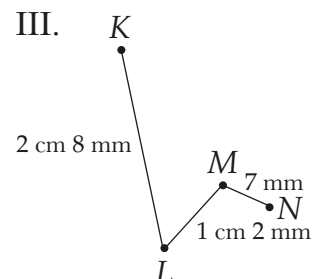
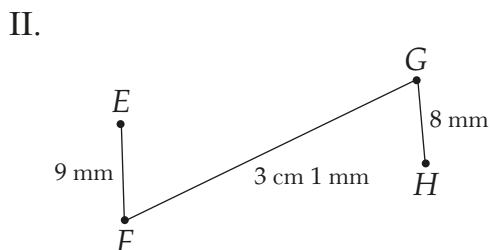
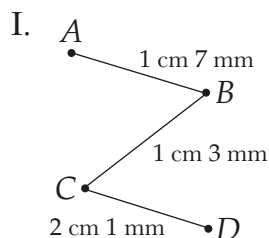
Sprawdź się!

- 1 Narysuj odcinek AB o długości 4 cm 8 mm, a następnie:
a) odcinek CD o 2 cm krótszy od odcinka AB ,
b) odcinek EF o 3 cm i 7 mm dłuższy od odcinka AB ,
c) odcinek GH dwa razy dłuższy od odcinka AB ,
d) odcinek IJ trzy razy krótszy od odcinka AB .
Obok każdego z narysowanych odcinków zapisz jego długość w centymetrach.

- 2 Narysuj łamaną otwartą złożoną z czterech odcinków takich, że pierwszy z nich ma 4 cm, drugi jest 2 razy dłuższy od pierwszego, trzeci – 4 razy krótszy od drugiego, a czwarty o 3 cm dłuższy od trzeciego. Podaj w milimetrach długość narysowanej łamanej.
- 3 Trasa biegu ulicznego przebiega według przedstawionego planu. Poszczególne odcinki mają długości: 700 m, 1 km 50 m, 1 km 850 m, 1 km 600 m, 230 m, 450 m. Jaką długość ma trasa tego wyścigu?



- 4 Na rysunkach poniżej są łamane z podanymi długościami boków.



Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Najdłuższa jest łamana na rysunku A/B.

A. I B. II

- b) C/D spośród tych łamanych mają długość mniejszą niż 5 cm.

C. Dwie D. Trzy

- 5 Natalia narysowała trzy odcinki AB , CD i EF takie, że suma ich długości jest równa 1 dm. Odcinek AB ma długość 25 mm, a CD 40 mm. Jaką długość ma odcinek EF ?

Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 45 cm B. 4,5 cm
C. 35 cm D. 3,5 cm

7.5. Kąty i ich rodzaje

Tego się dowiesz

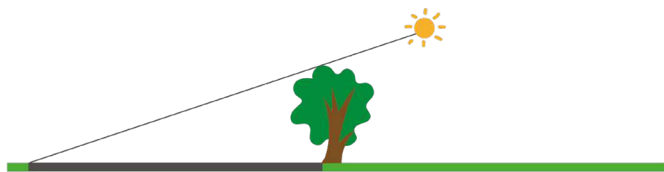
- co to jest kąt, co to jest ramię kąta i co to jest wierzchołek kąta
- jak oznaczamy kąty
- jakie są rodzaje kątów

Podejmij temat

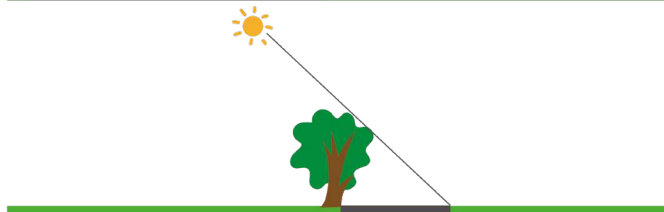
- Na każdym zdjęciu czerwonymi liniami zaznaczono dwie półproste o wspólnym początku. Pokazują one, jak szeroko rozłożono wachlarz i otwarto ostrza nożyczek oraz jak szeroko uchylono drzwi.
- Który przedmiot został otwarty najszerzej, a który najmniej?
- Co stanie się z zaznaczonymi półprostymi, gdy całkowicie złożymy wachlarz i nożyczki czy zamkniemy drzwi? Czy będą się pokrywać?



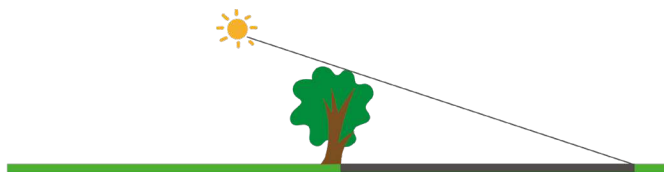
Na każdym rysunku znajdź linię oznaczającą powierzchnię Ziemi i linię, która pokazuje, jak przebiegają promienie Słońca.



Rano Słońce znajduje się nisko nad widnokresem. Cień drzewa jest zatem długi.



Okolo południa Słońce jest wysoko, więc cień staje się krótki.



Pod koniec dnia Słońce znowu znajduje się nisko. Cień znowu staje się długi.

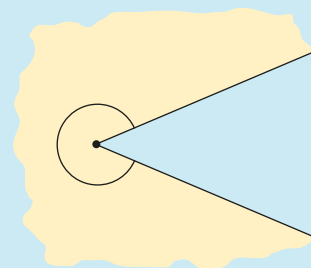
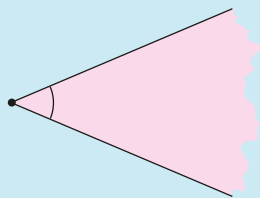
Ćwiczenie 1

Narysuj dwie półproste AB i AC o wspólnym początku A . Półproste podzielą obszar na dwie części. Zacieniuj je różnymi kolorami.

Kąt to figura geometryczna składająca się z dwóch półprostych o wspólnym początku i obszaru między nimi.

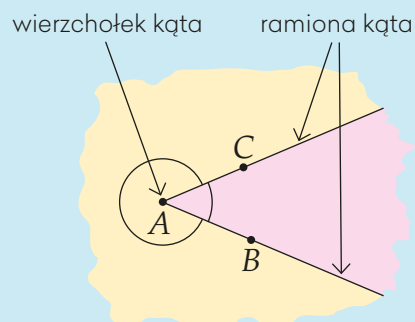
Dwie półproste o wspólnym początku wyznaczają zawsze dwa kąty.

Kąt, o którym mówimy, zaznaczamy na rysunku łukiem.



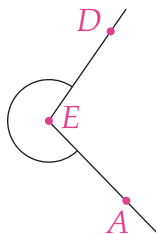
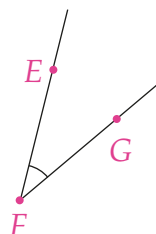
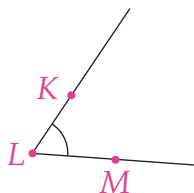
Półproste nazywamy **ramionami kąta**, a ich wspólny początek – **wierzchołkiem kąta**.

Kąt oznaczamy trzema wielkimi literami. Środkowa litera to nazwa wierzchołka kąta, a pierwsza i ostatnia litera to nazwy punktów na ramionach kąta. Kąt po prawej stronie to kąt BAC lub CAB .



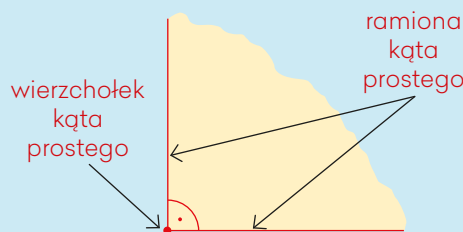
Ćwiczenie 2

Podaj oznaczenia literowe narysowanych kątów.

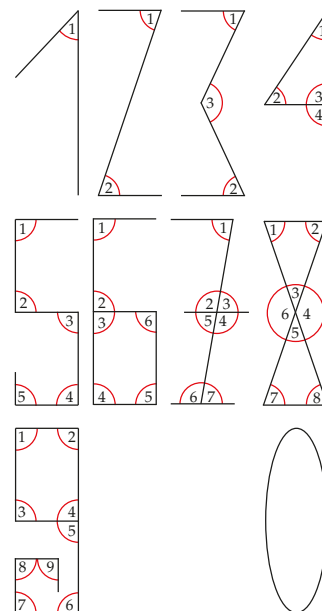


Jeśli narysujemy dwie proste prostopadłe, to otrzymamy cztery takie same kąty, które nazywamy kątami prostymi. Aby narysować jeden kąt prosty, wystarczy narysować dwie półproste o wspólnym wierzchołku, które są prostopadłe.

Kąt prosty to kąt utworzony przez półproste prostopadłe. Zaznaczamy go jak na rysunku obok – łukiem z kropką.

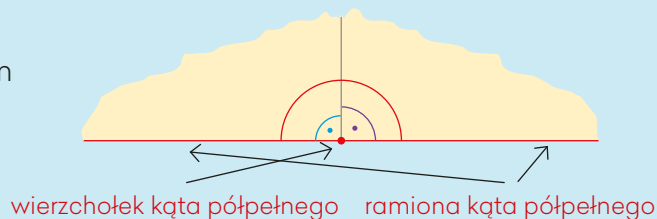


Dlaczego cyfry arabskie mają takie kształty? To proste! Policz, ile kątów powstaje, gdy narysujesz każdą cyfrę w sposób przedstawiony poniżej.



Kąt półpełny to kąt, który otrzymamy, gdy narysujemy dwa kąty proste o wspólnym wierzchołku i wspólnym ramieniu.

Ramiona kąta półpełnego uzupełniają się do prostej.

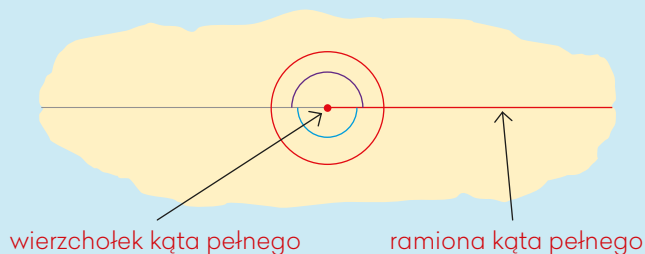


Ćwiczenie 3

Narysuj w zeszycie kąt prosty, a następnie kąt półpełny.

Kąt pełny to kąt, który otrzymamy, gdy narysujemy dwa kąty półpełne o wspólnym wierzchołku i wspólnych ramionach.

Ramiona kąta pełnego nakładają się na siebie.



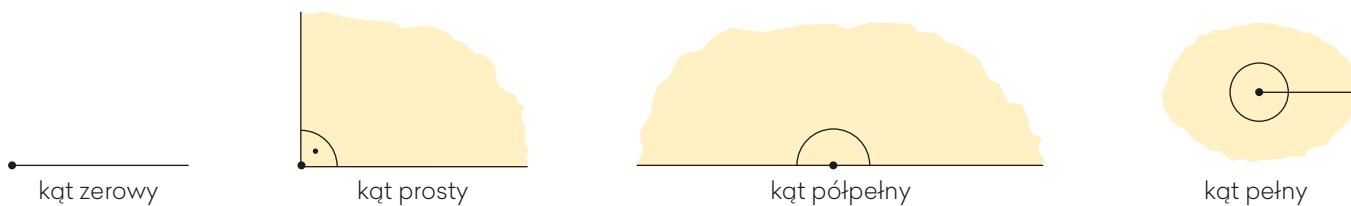
Ćwiczenie 4

Narysuj w zeszycie kąt pełny.

Kąt zerowy to kąt bez wnętrza. Wyznaczają go dwie półproste, które się na siebie nakładają. Ramiona kąta zerowego nakładają się na siebie.



Poznaliśmy do tej pory następujące kąty:



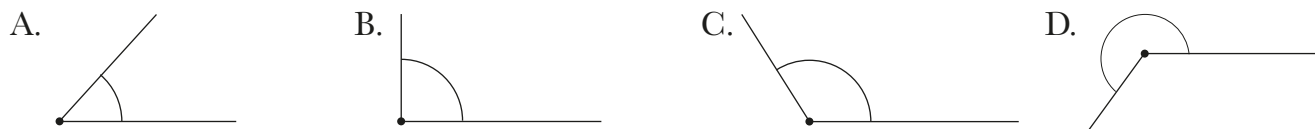
Ćwiczenie 5

Z ilu kątów prostych składa się:

- a) kąt półpełny, b) kąt pełny?

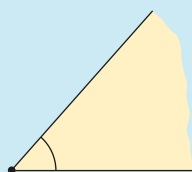
Ćwiczenie 6

Który z poniższych kątów jest kątem prostym?

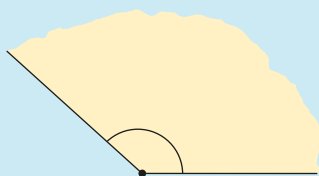


Czy potrafisz nazwać wszystkie narysowane kąty?

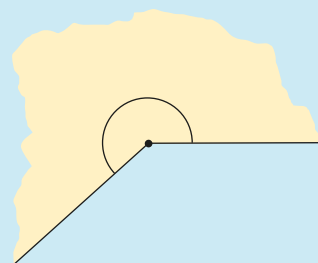
Kąt ostry to kąt, który jest mniejszy od kąta prostego.



Kąt rozwarty to kąt, który jest większy od kąta prostego, ale mniejszy od półpełnego.



Kąt wklęsły to kąt, który jest większy od kąta półpełnego, ale mniejszy od kąta pełnego.



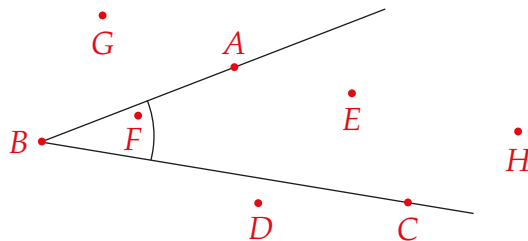
Ćwiczenie 7

Narysuj po jednym kącie: ostrym, prostym, rozwartym i wklęsłym.

Zadania

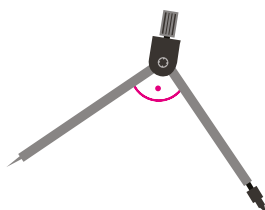
1 Które punkty należą do narysowanego kąta ABC ?

2 Podaj pięć przykładów przedmiotów ze swojego otoczenia, w których jest kąt prosty.
Czy wiesz, gdzie jest on wykorzystywany?

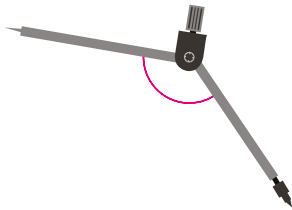


3 Podaj nazwę kąta utworzonego przez ramiona cyrkla.

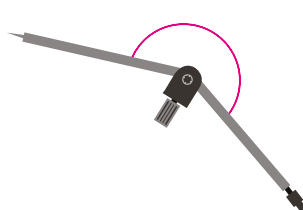
a)



b)



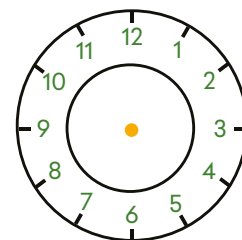
c)



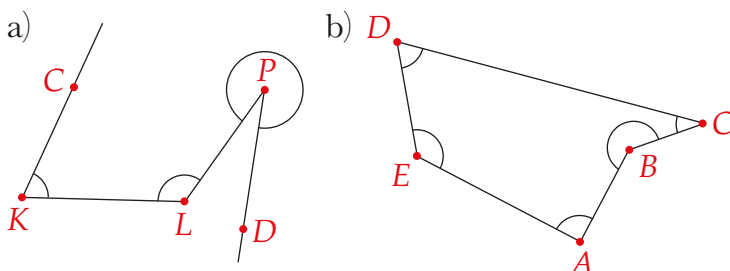
d)



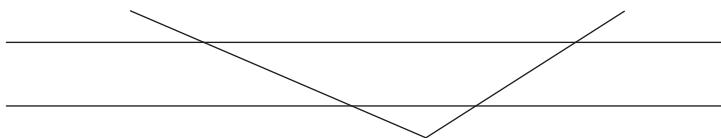
- 4 Jaki kąt zakresli dłuższa wskazówka zegara przez:
- a) 15 minut, b) pół godziny, c) godzinę,
d) 20 minut, e) 5 minut, f) 50 minut?



- 5 Podaj oznaczenia literowe kątów pokazanych na rysunku. Zapisz przy każdym z nich, jaki to rodzaj kąta.

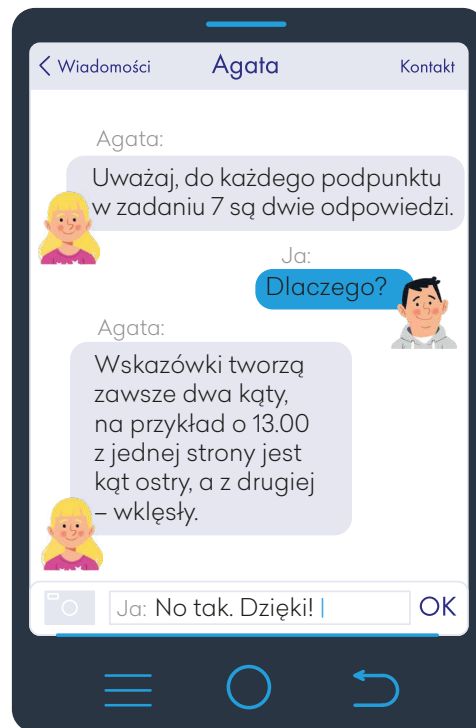


- 6 Policz, ile jest kątów ostrych i ile rozwartych na rysunku.



- 7 Podaj nazwę kąta utworzonego przez obie wskazówki (minutową i godzinową) zegara o godzinie:

- a) 15.00, b) 6.00, c) 12.00,
d) 13.45, e) 21.00, f) 8.10.

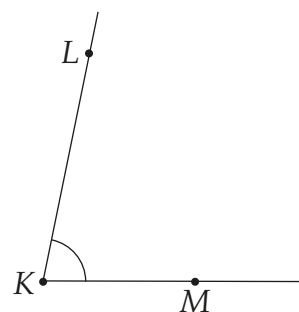


Sprawdź się!

- 1 Maksym narysował przedstawiony obok kąt.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Kąt narysowany przez Maksyma to A/B.
A. kąt KLM B. kąt MKL
b) Kąt narysowany przez Maksyma jest kątem C/D.
C. prostym D. ostrym



- 2 Dokończ zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie. Kąt rozwarty jest
- A. mniejszy od kąta prostego
B. większy od kąta prostego i jednocześnie mniejszy od kąta półpełnego
C. większy od kąta półpełnego
D. wklęsły

7.6. Mierzenie kątów

Podjmij temat

● Czy wiesz, jakim przyrządem można mierzyć wielkości kątów w zeszycie? Czy masz taki przyrząd?

Czy te kąty na pewno są równe?



Tego się dowiesz

- w jakich jednostkach mierzymy kąty i jakim przyrządem
- w jaki sposób mierzymy kąty
- jaką miarę mają kąty: prosty, półpełny, ostry, rozwarty i zerowy

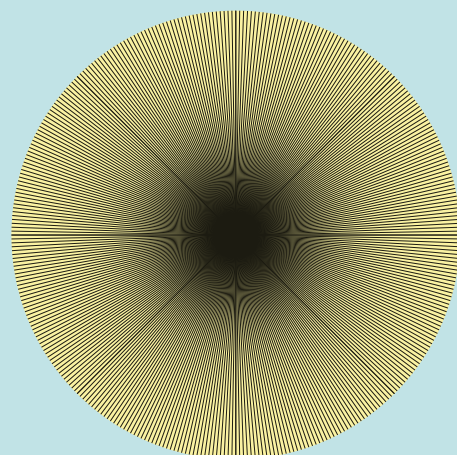
Kąty mierzymy w stopniach, czyli jednostką miary kąta jest **jeden stopień**, który oznaczamy 1° . Do mierzenia kątów w stopniach służy **kątomierz**.

Więcej na temat

Stopień to jednostka miary kąta, którą wprowadzono w starożytnej Babilonii. Powstała z podziału koła na 360 równych części. W kalendarzu babilońskim rok dzielono na 12 miesięcy liczących po 30 dni – stąd liczba 360. Rysunek obok przedstawia takie koło.

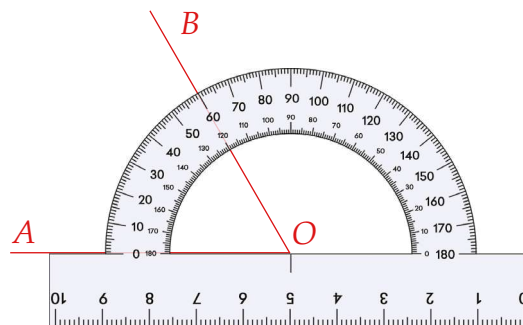
1° to kąt wyznaczony przez $\frac{1}{360}$ część koła lub inaczej $\frac{1}{360}$ część kąta pełnego. Kąt pełny ma zatem 360° .

- Aby zobaczyć kąt o mierze 1° , przedstawione tu koło trzeba oglądać w powiększeniu. Poszukaj w internecie takiego rysunku, by obejrzeć go w odpowiednio dużym zbliżeniu.

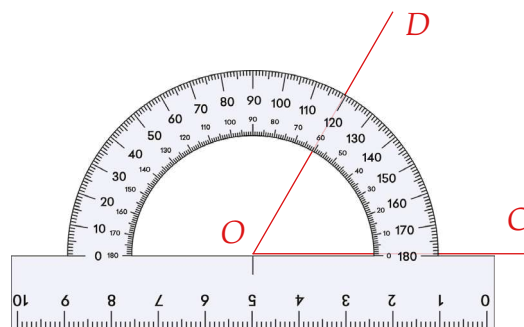


Na rysunkach obok pokazano, w jaki sposób należy mierzyć kąty.

- Przykładamy kątomierz tak, aby wierzchołek kąta znajdował się w środku kątomierza, a jedno ramię wskazywało 0° .
- W miejscu, w którym drugie ramię kąta przecina podziałkę kątomierza, odczytujemy miarę kąta (jeśli drugie ramię na rysunku jest za krótkie, odpowiednio je przedłużamy).



Kąt AOB ma miarę 60° .



Kąt COD również ma miarę 60° .

⚠ Większość kątomierzy ma dwie podziałki: zewnętrzną i wewnętrzną. Spójrz na rysunki obok. Na górnym rysunku miarę kąta należało odczytać z podziałki zewnętrznej, ponieważ pierwsze ramię kąta wskazywało 0° właśnie na tej podziałce. Na dolnym rysunku ramię wskazuje 0° na podziałce wewnętrznej i to z niej należy odczytać miarę kąta.

Ćwiczenie 1

Narysuj trzy dowolne kąty: ostry, rozwarty i prosty. Zmierz je.

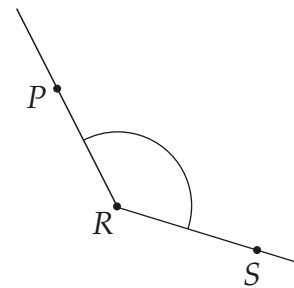
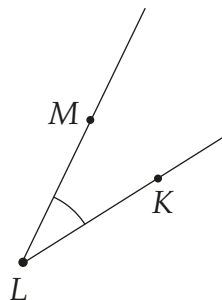
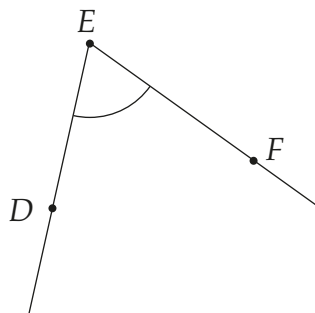
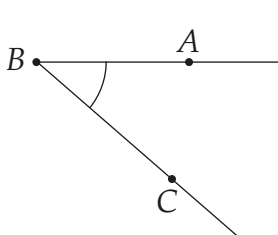
Ćwiczenie 2

Narysuj kąt:

- a) prosty, b) rozwarty, c) półpełny,
a następnie podziel każdy z nich na dwa dowolne kąty i zmierz ich miary.

Ćwiczenie 3

Zapisz w zeszycie miary poniższych kątów.



Ćwiczenie 4

Ile stopni ma:

- a) kąt półpełny, b) kąt pełny?

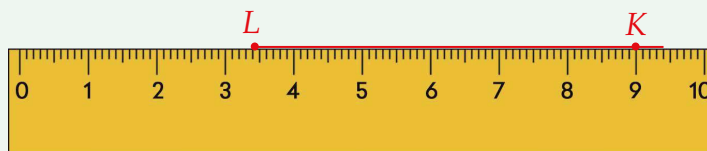
Kątomierz służy także do rysowania kątów o podanej mierze.

Przykład 1

Narysujmy kąt KLM o mierze 110° .

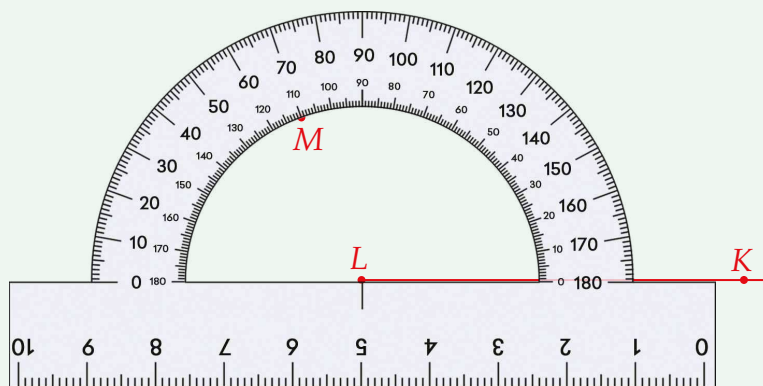
Krok 1

Rysujemy półprostą LK , czyli pierwsze ramię kąta.



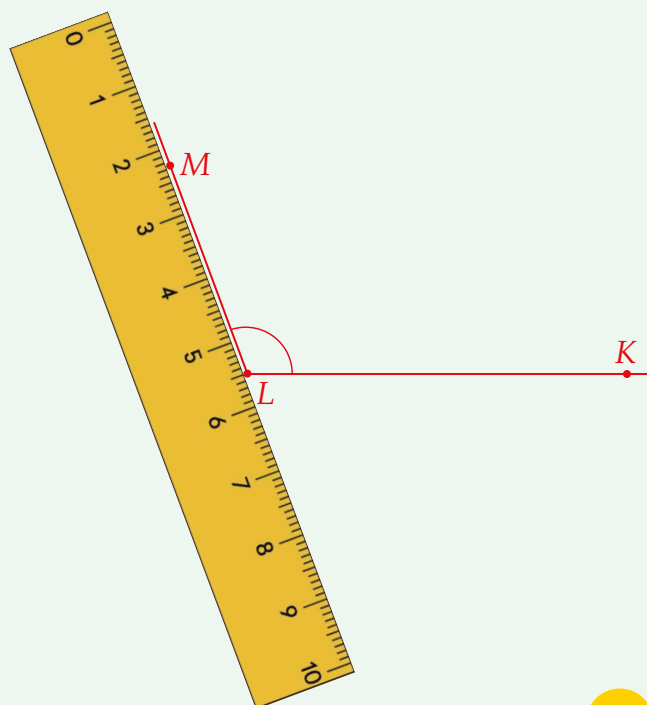
Krok 2

Przykładamy kątomierz tak, aby punkt L znajdował się w środku kątomierza, a półprosta LK wskazywała 0° . Następnie odczytujemy miarę 110° na kątomierzu i zaznaczamy punkt M .



Krok 3

Używając linijki, rysujemy półprostą LM i zaznaczamy łuk kąta (możemy też wpisać miarę kąta).



Ćwiczenie 5

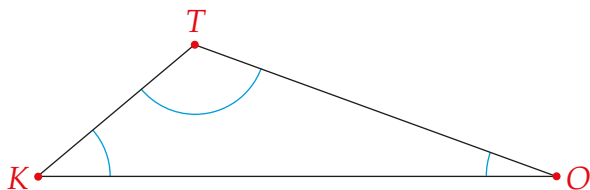
Narysuj kąt o podanej mierze i określ jego rodzaj.

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|----------------|
| a) 27° | b) 90° | c) 45° | d) 135° |
| e) 142° | f) 180° | g) 12° | h) 173° |

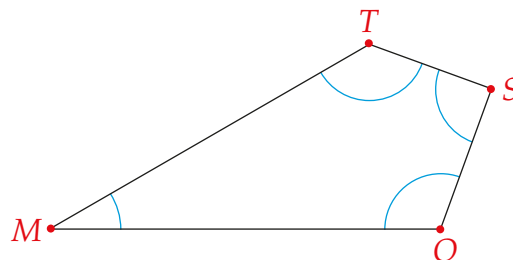
Zadania

- 1 Zmierz i zapisz miary podanych kątów.

a) KOT , KTO , TKO

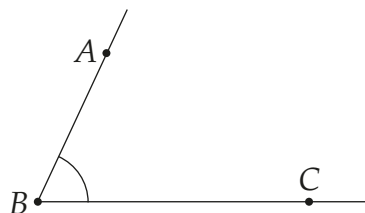


b) MOS , OST , STM , TMO



- 2 Zmierz kąt ABC i narysuj w zeszycie:

- a) kąt DEF o 20° mniejszy od kąta ABC ,
- b) kąt GHI o 35° większy od kąta ABC ,
- c) kąt KLM 5 razy mniejszy od kąta ABC ,
- d) kąt NOP 2 razy większy od kąta ABC .



Przy każdym z narysowanych kątów zapisz, ile ma stopni i jaki to rodzaj kąta.

- 3 Narysuj kąt:

- | | |
|--|--|
| a) mniejszy o 60° od kąta prostego, | b) mniejszy o 35° od kąta półpełnego, |
| c) większy o 12° od kąta zerowego, | d) mniejszy o 180° od kąta pełnego. |

- 4 O ile stopni obraca się dłuższa wskazówka zegara w ciągu:

- | | | | |
|--------------|---------------|-----------------|--------------|
| a) 15 minut, | b) 5 minut, | c) 0,5 godziny, | d) 20 minut, |
| e) 1 minuty, | f) 1 godziny, | g) 12 minut, | h) 25 minut? |

- 5 Przyjmijmy, że jest godzina 12.00. Jaką godzinę pokaże zegar po obrocie wskazówki minutowej, czyli dłuższej, o kąt:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) 180° , | b) 30° , | c) 60° , | d) 90° , |
| e) 6° , | f) 150° , | g) 120° , | h) 360° ? |

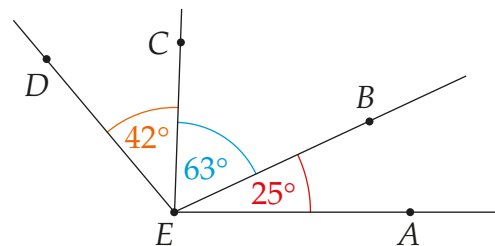
- 6 Narysuj dwie proste, które przecinają się w punkcie A. Ile kątów jest na tym rysunku? Zmierz je.

- 7 Dokończ zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie. Kąt 3 razy mniejszy od kąta pełnego ma miarę

- | | | | |
|---------------|----------------|----------------|----------------|
| A. 90° | B. 100° | C. 120° | D. 180° |
|---------------|----------------|----------------|----------------|

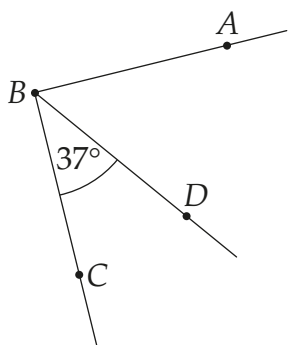
- 8 Korzystając z danych na rysunku, oceń prawdziwość zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Kąt BED ma miarę 105° .
- b) Kąt AEB jest o 38° mniejszy od kąta BEC .
- c) Kąt CED jest o 23° większy od kąta AEB .
- d) Kąt AEC jest kątem prostym.
- e) Kąt AED jest o 50° mniejszy od kąta półpełnego.

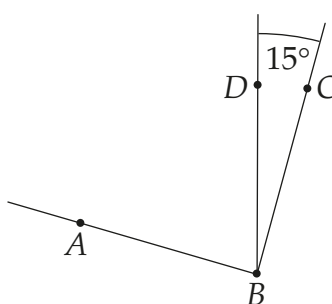


- 9 Kąt ABC jest kątem prostym. Korzystając z danych na rysunku, oblicz miarę kąta ABD .

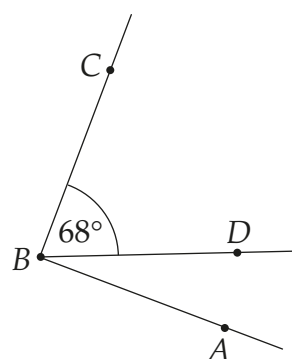
a)



b)



c)



Sprawdź się!

- 1 Milan narysował w zeszycie kąty o miarach: 38° , 150° , 90° , 72° , 26° , 100° , 89° , 8° .

- a) Ile jest wśród nich kątów ostrych? Jakie miary mają te kąty?
- b) Ile kątów rozwartych narysował Milan? Jakie miary mają te kąty?
- c) Czy wśród kątów jest kąt prosty?
- d) Czy wśród narysowanych kątów jest kąt półpełny?

- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- a) Kąt trzy razy większy od kąta prostego ma miarę A/B.
A. 30° B. 270°
- b) Kąt o 30° mniejszy od kąta o mierze 120° to kąt C/D.
C. prosty D. rozwarty

- 3 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

- a) Kąt zerowy ma miarę 0° .
- b) Kąt ostry ma miarę większą od 90° .
- c) Kąt prosty ma miarę 90° .
- d) Kąt dwa razy mniejszy od kąta prostego ma miarę 45° .
- e) Kąt o 20° większy od kąta o mierze 60° jest kątem rozwartym.

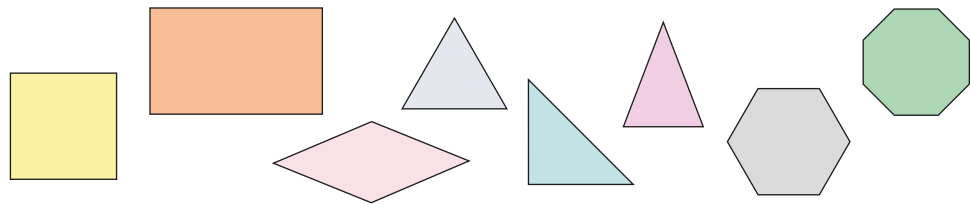
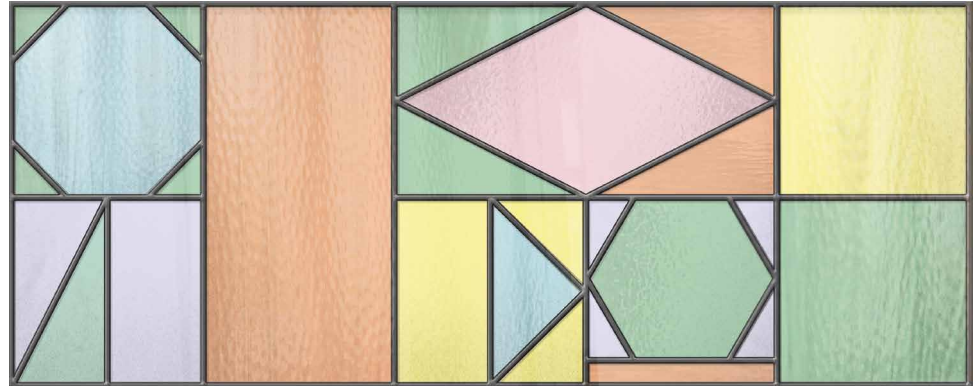
7.7. Wielokąty i ich rodzaje

Tego się dowiesz

- jaką figurę nazywamy wielokątem i co to są wierzchołki, boki i kąty wielokąta
- co to są trójkąty, czworokąty, pięciokąty, sześciokąty itd. oraz skąd się wzięły nazwy tych wielokątów

Podjmij temat

- Czy wszystkie figury na witrażu mają taki sam kształt?
- Które figury wyglądają podobnie, a które różnią się od pozostałych?
- Zaprojektuj własny witraż. Możesz skorzystać z figur zamieszczonych pod witrażem (odpowiednio je przerysować).



Ćwiczenie 1

Narysuj łamaną zamkniętą złożoną z dowolnej liczby odcinków. Zamaluj obszar ograniczony tą łamaną. Porównaj swój rysunek z rysunkiem innej osoby.

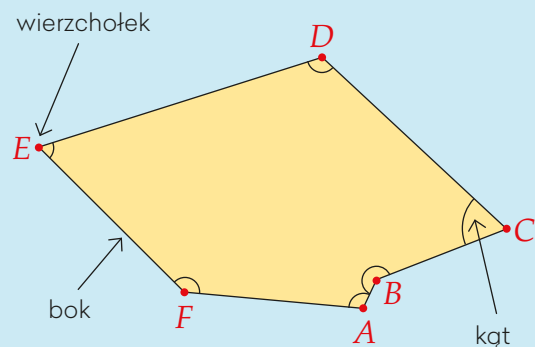
Wszystkie figury narysowane przez was w ćwiczeniu 1 to wielokąty.

Figura narysowana obok to **wielokąt** $ABCDEF$.

Punkty: A, B, C, D, E, F to **wierzchołki** wielokąta.

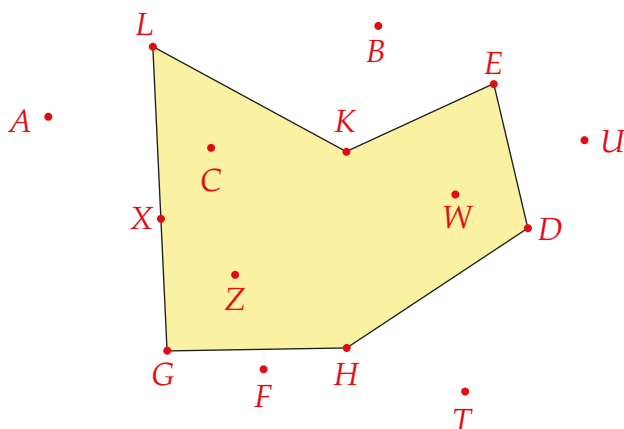
Odcinki: AB, BC, CD, DE, EF, FA to **boki** wielokąta.

Kąty: $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$ to **kąty** (wewnętrzne) wielokąta.



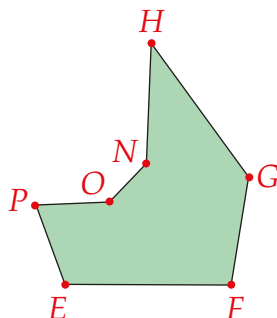
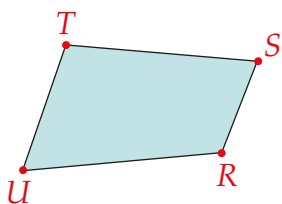
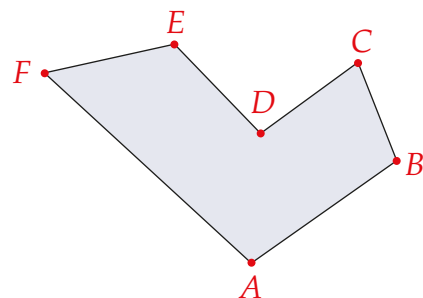
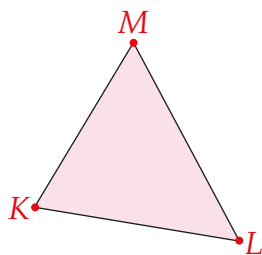
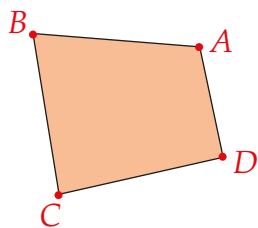
Ćwiczenie 2

Które punkty należą do wielokąta $GHDEKL$?



Ćwiczenie 3

Policz, ile boków, ile wierzchołków oraz ile kątów ma każdy wielokąt. Jaką zależność zauważasz?



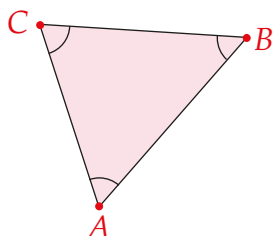
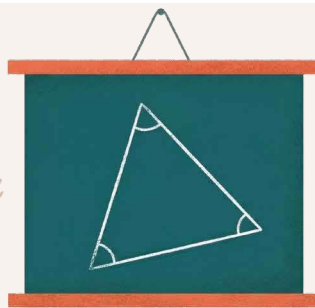
! Dla danego wielokąta liczba boków, liczba wierzchołków i liczba kątów jest taka sama.

Ćwiczenie 4

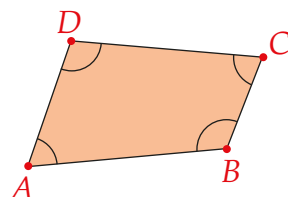
Odpowiedz na pytania.

- Ile kątów ma wielokąt zbudowany z 4 odcinków?
- Ile boków ma wielokąt, który ma tylko 3 kąty?
- Ile kątów ma wielokąt, który ma 10 wierzchołków?
- Ile boków ma wielokąt o 12 wierzchołkach?

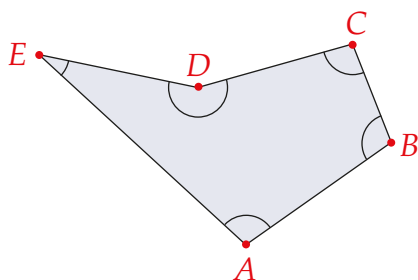
Aby podać nazwę wielokąta, wystarczy policzyć, ile ma kątów.



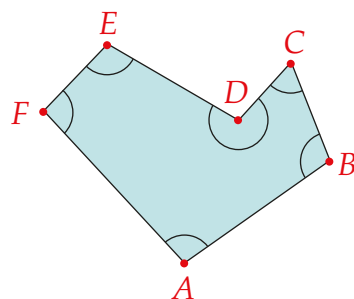
Ten wielokąt ma **trzy** kąty,
więc jest to **trójkąt**.



Ten wielokąt ma **cztery** kąty,
więc jest to **czworokąt**.



Ten wielokąt ma **pięć** kątów,
więc jest to **pięciokąt**.



Ten wielokąt ma **sześć** kątów,
więc jest to **sześciokąt**.

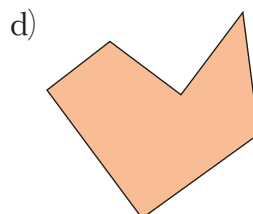
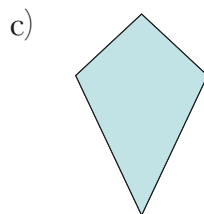
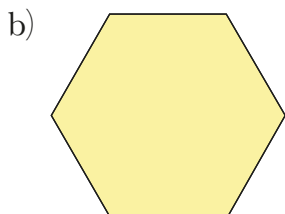
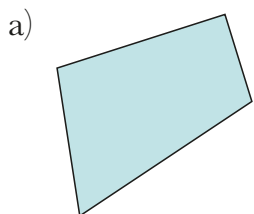
Ćwiczenie 5

Jak się nazywa wielokąt:

- a) o siedmiu kątach,
- b) o jedenastu kątach,
- c) o dziewięciu bokach,
- d) o dwunastu wierzchołkach?

Ćwiczenie 6

Podaj nazwę wielokąta.



Zadania

- 1 Narysuj dowolny sześciokąt i oznacz literami jego wierzchołki. Zapisz oznaczenia literowe jego boków i kątów.
- 2 Narysuj pięciokąt, którego dwa boki są prostopadłe.
- 3 Narysuj czworokąt, którego dwa boki są równoległe.
- 4 Narysuj wielokąt, który ma dwa kąty proste, dwa rozwarte i jeden ostry.
- 5 Narysuj wielokąt o trzech bokach równoległych.
- 6 Narysuj czworokąt, którego wszystkie boki są równej długości i który nie ma kątów prostych.
- 7 Narysuj czworokąt, który ma dwa boki równe i równoległe, a jeden z jego kątów jest prosty. Co możesz powiedzieć o bokach i kątach tej figury?
- 8 Narysuj ośmiokąt o sześciu kątach prostych.



Sprawdź się!

- 1 Oceń prawdziwość podanych zdań i przepisz do zeszytu zdania prawdziwe.
 - a) Bok wielokąta jest odcinkiem.
 - b) Wszystkie kąty każdego trójkąta są ostre.
 - c) Każdy czworokąt ma wszystkie boki równej długości.
 - d) Wierzchołek wielokąta jest punktem.
 - e) Dziesięciokąt ma 10 boków.
 - f) Istnieje wielokąt, który ma tylko 2 kąty.
 - g) Kąt wielokąta może być kątem wklęsłym.
- 2 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
 - a) Wielokąt, który ma 6 wierzchołków, nazywamy A/B.
A. sześciokątem B. sześciokątem
 - b) Dziesięciokąt ma C/D boków.
C. 10 D. 11

7.8. Prostokąt i kwadrat

Tego się dowiesz

- jaką figurę nazywamy prostokątem, a jaką kwadratem
- co to jest przekątna prostokąta oraz przekątna kwadratu
- jakie własności ma prostokąt
- jakie własności ma kwadrat

Ciekawe!

Nepal jest jedynym państwem na świecie, którego flaga nie ma kształtu czworokąta.



▲ Flaga Nepalu

Podejmij temat

- Spójrz na kształt flagi Watykanu i flagi Szwajcarii. Czy potrafisz nazwać te kształty?
- A jaki kształt mają niebieskie elementy na fladze Szwecji?
- Narysuj w zeszycie flagę Polski tak, aby jej dłuższy bok miał 4 cm, a krótszy 2,5 cm.

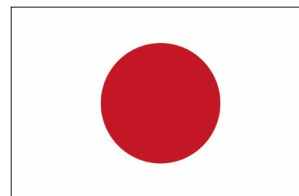
Flagi większości państw mają taki kształt jak flaga Polski.



Flaga Polski



Flaga Szwecji

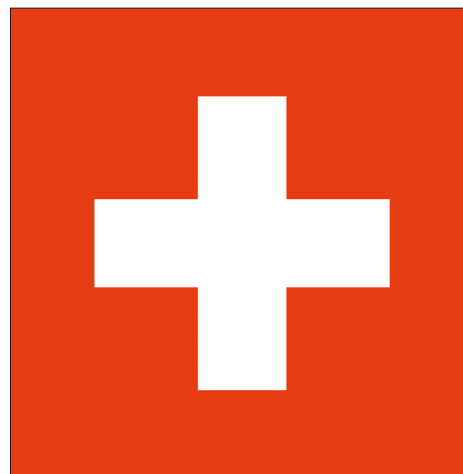


Flaga Japonii

Tylko dwa państwa na świecie mają czworokątne flagi o innym kształcie.



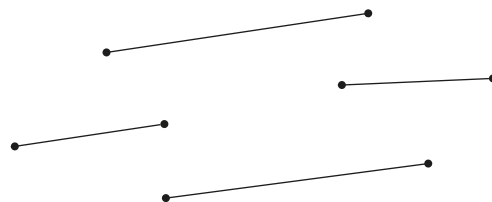
Flaga Watykanu



Flaga Szwajcarii

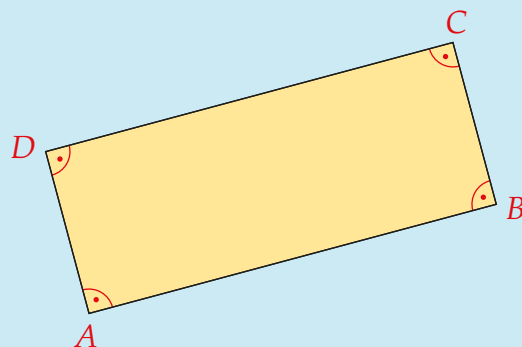
Ćwiczenie 1

Zmierz narysowane obok odcinki i porównaj ich długości. Następnie narysuj czworokąt, którego bokami są te odcinki, tak aby każdy kolejny bok był prostopadły do poprzedniego. W jakiej kolejności trzeba ułożyć odcinki, aby można było narysować taki czworokąt?



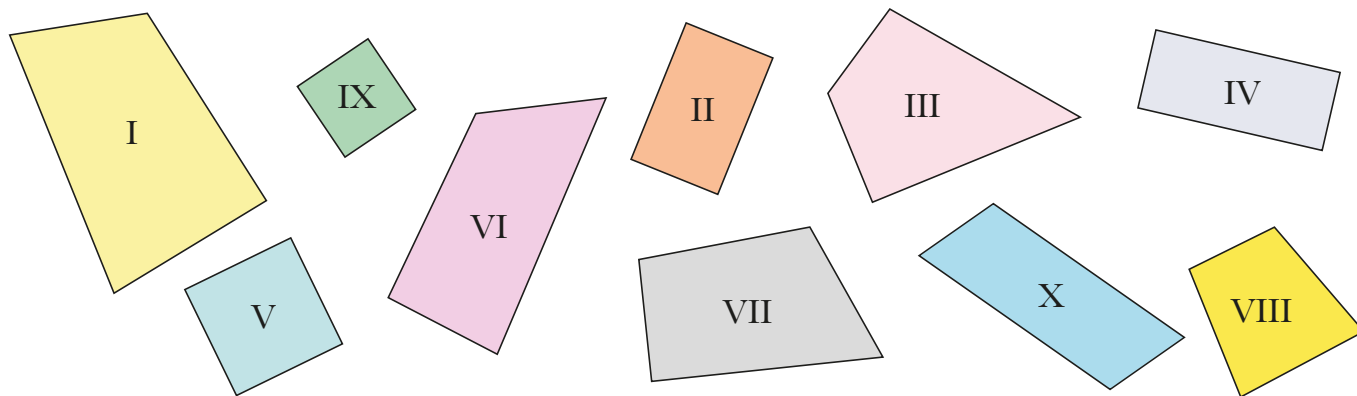
Czworokąt narysowany przez ciebie w ćwiczeniu 1 to prostokąt. W prostokącie każdy bok jest prostopadły do sąsiedniego.

Prostokąt to czworokąt, którego wszystkie kąty są proste.



Ćwiczenie 2

Które z poniższych czworokątów są prostokątami?



Wokół nas jest wiele przedmiotów, które mają kształt prostokąta, na przykład obrazy, fronty szafek czy szuflad.



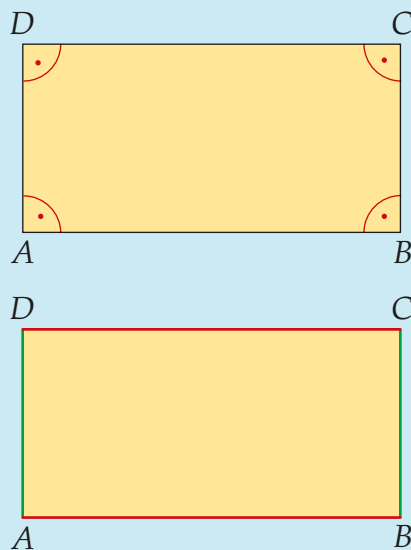
Ćwiczenie 3

Wymień kilka przedmiotów w kształcie prostokąta, które występują w twoim otoczeniu.

Własności prostokąta

Prostokąt ma cztery kąty proste.

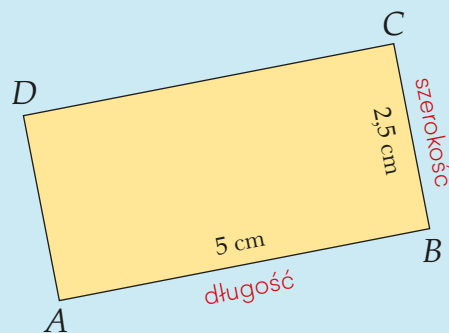
Przeciwległe boki prostokąta są równoległe i mają taką samą długość.



Wymiary prostokąta to długości jego dwóch sąsiednich boków.

Czasami jeden z nich nazywamy **długością**, a drugi **szerokością** prostokąta.

O takim prostokącie jak na przykład narysowany obok mówimy: prostokąt o wymiarach $2,5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ [symbol $\times$ czyt. na].



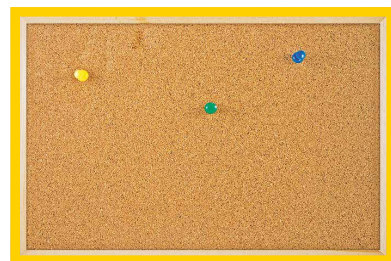
Ćwiczenie 4

Narysuj w zeszycie prostokąt o wymiarach $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Czerwonym kolorem zaznacz jedną parę boków równoległych, a niebieskim drugą.

Ćwiczenie 5

Zdjęcia przedstawiają przedmioty w kształcie prostokąta. Wykonaj polecenia.

- Przerysuj do zeszytu prostokąty zaznaczone kolorem zielonym i żółtym.
- Oznacz ich wierzchołki.
- Zapisz długości ich boków.
- Zaznacz ich kąty proste.



Ćwiczenie 6

Narysuj w zeszycie prostokąt $EFGH$, którego bok EF ma 6 cm, a bok FG jest od niego trzy razy krótszy. Zaznacz na rysunku kąty proste. Zapisz długości boków GH i EH . Zapisz pary odcinków prostopadłych i pary odcinków równoległych.

Ćwiczenie 7

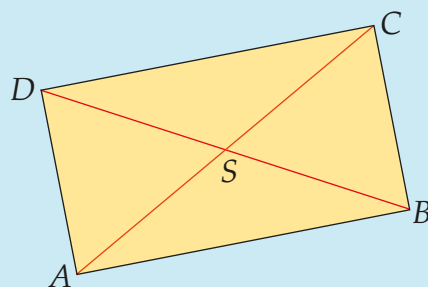
Narysuj w zeszycie dowolny prostokąt $ABCD$. Następnie połącz wierzchołki: A z C oraz B z D . Zmierz otrzymane odcinki i porównaj ich długości. Co zauważasz?

! Odcinki narysowane przez ciebie w ćwiczeniu 7 nazywamy **przekątnymi**.

Przekątne prostokąta są równej długości i przecinają się w połowie.

$$|AC| = |BD|,$$

$$|AS| = |SC| \text{ i } |BS| = |SD|$$



Ćwiczenie 8

Narysuj prostokąt, którego każdy bok ma długość równą długości odcinka AB .

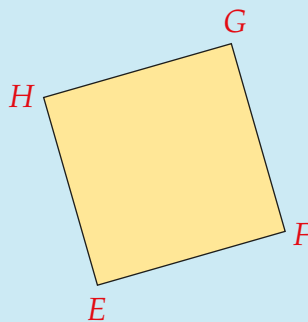


Czy wiesz, co otrzymaliśmy?
Pamiętasz, jak się nazywa
taki prostokąt?



Eee... Tak, chyba tak,
to przecież kwadrat!

Kwadrat to prostokąt, który ma wszystkie boki równej długości.



Ćwiczenie 9

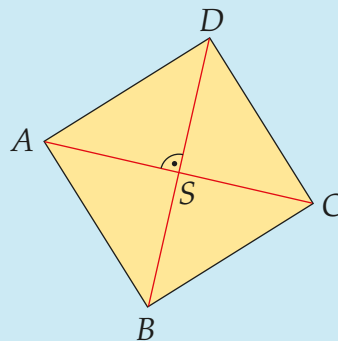
Narysuj kwadrat o boku długości 4 cm. Dorysuj jego przekątne i porównaj ich długości za pomocą cyrkla. Sprawdź ekierką, jakie kąty tworzą przekątne. Czy przekątne kwadratu na twoim rysunku, przecinając się, dzielą się w szczególny sposób?

Przekątne kwadratu są równej długości, przecinają się w połowie i są prostopadłe.

$$|AC| = |BD|,$$

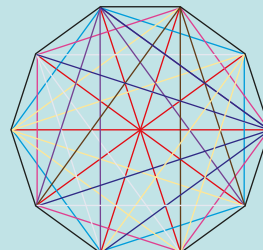
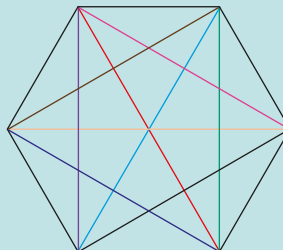
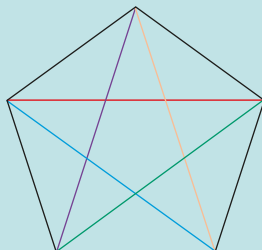
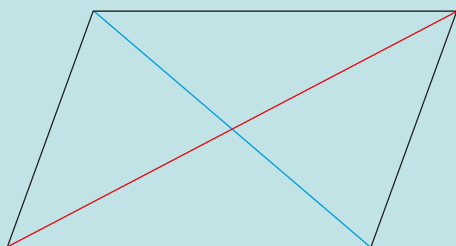
$$|AS| = |SC| \text{ i } |BS| = |SD|,$$

$$AC \perp BD$$



Więcej na temat

Podobnie jak kwadraty i prostokąty, wszystkie inne wielokąty (poza trójkątami) też mają przekątne. Są to odcinki, których końcami są wierzchołki nieleżące przy jednym boku.



🟢 Narysuj na osobnej kartce dowolny czworokąt i jego przekątne. Oznacz literami wierzchołki czworokąta i punkt przecięcia się jego przekątnych. Podaj kartkę kolejnej osobie, aby zapisała oznaczenia literowe wszystkich widocznych na rysunku trójkątów.

🟢 Wykonajcie wspólnie podobne zadanie dla pięciokąta i jego pięciu przekątnych. Ile trójkątów widzicie na rysunku?

Zadania

1 Narysuj prostokąt o podanych wymiarach.

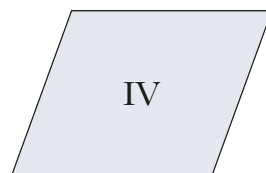
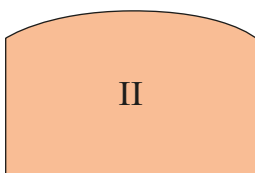
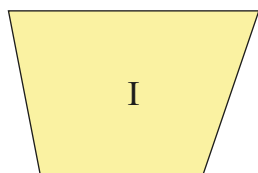
a) $5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$

b) $3\frac{1}{2} \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

c) $2,8 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm}$

d) $4 \text{ cm} \times 40 \text{ mm}$

- 2 Narysuj dowolny prostokąt $ABCD$. Wypisz wszystkie pary boków równoległych i prostopadłych tego prostokąta.
- 3 Narysuj prostokąt o wymiarach $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 3 mm . Zmierz długości jego przekątnych i kąty, jakie utworzyły te przekątne.
- 4 Które z poniższych figur **nie** są prostokątami? Odpowiedzi uzasadnij.



- 5 Narysuj prostokąt, którego jeden bok ma długość 8 cm , a drugi jest od niego 4 razy krótszy.
- 6 Narysuj prostokąt, którego jeden z boków jest o 2 cm krótszy od drugiego.
- 7 Narysuj w zeszyte prostokąt $KLMN$, którego bok KL ma długość 12 cm , a LM ma długość 5 cm . Zmierz długość przekątnej tego prostokąta. Przepisz do zeszytu poniższe zdania i uzupełnij je wyrażeniami wybranymi spośród podanych w nawiasach.

Przekątna tego prostokąta ma długość ? ($12\text{ cm}/13\text{ cm}/14\text{ cm}$).

Bok MN jest ? (równoległy/prostopadły) do boku KN .

Bok LM jest równoległy do boku ? ($KL/MN/KN$).

Każdy kąt prostokąta ma miarę ? ($90^\circ/100^\circ/180^\circ$).

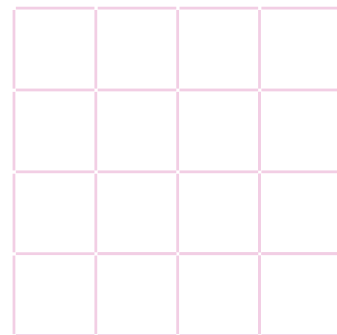
- 8 Ile kwadratów o boku długości 3 cm zmieści się w prostokącie o bokach długości 9 cm i 12 cm ? Wykonaj w zeszyte odpowiedni rysunek.
- 9 Jednym końcem odcinka AS jest wierzchołek kwadratu $ABCD$, a drugim punkt S , będący punktem przecięcia się przekątnych tego kwadratu. Przerysuj do zeszytu odcinek AS i narysuj ten kwadrat.



- 10 Ile prostokątów widzisz na poniższym rysunku?



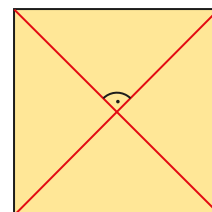
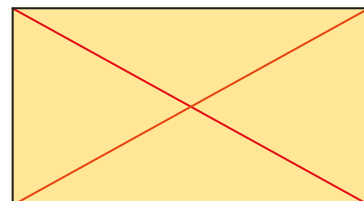
- 11 Z patyczków tej samej długości ułożono 16 jednakowych kwadratów, jak na rysunku obok. Podaj najmniejszą liczbę patyczków, które trzeba usunąć, aby w otrzymanej figurze nie było ani jednego kwadratu.



Sprawdź się!

- 1 Oceń prawdziwość każdego z poniższych zdań. W razie potrzeby możesz przypomnieć sobie własności prostokąta i kwadratu, patrząc na rysunki. Przepisz do zeszytu tylko zdania prawdziwe.

- Każdy prostokąt jest kwadratem.
- Każdy kwadrat ma boki równej długości.
- Każdy prostokąt ma boki równej długości.
- Przeciwległe boki prostokąta są równej długości.
- Przeciwległe boki prostokąta są równoległe.
- Przeciwległe boki kwadratu są prostopadłe.
- Sąsiednie boki prostokąta są prostopadłe.
- Przekątne prostokąta dzielą się na połowy.
- Przekątne prostokąta są równej długości.
- Kąt między przekątnymi każdego prostokąta jest prosty.
- Kąt między przekątnymi każdego kwadratu jest prosty.



- 2 Jeden bok prostokąta ma długość 3 cm, a drugi jest od niego o 5 cm dłuższy.

Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

- Ten prostokąt ma wymiary A/B.
A. $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ B. $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$
- Przekątne tego prostokąta C/D pod kątem prostym.
C. przecinają się D. nie przecinają się

- 3 Czy każdy kwadrat jest prostokątem? Wybierz i zapisz w zeszycie odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A. TAK,	ponieważ	1.	każdy kwadrat ma cztery boki jednakowej długości.
		2.	każdy kwadrat ma cztery kąty proste.
B. NIE,		3.	przekątne każdego kwadratu przecinają się pod kątem prostym.

7.9. Obwód prostokąta i kwadratu

Podejmij temat

● Czy potrafisz obliczyć, ile centymetrów ozdobnej tasiemki potrzeba do obszycia prostokątnej serwety o długości 1,5 m i szerokości 1 m?

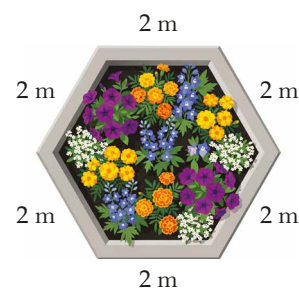


Tego się dowiesz

- jak obliczyć obwód wielokąta
- jak obliczyć obwód prostokąta i kwadratu

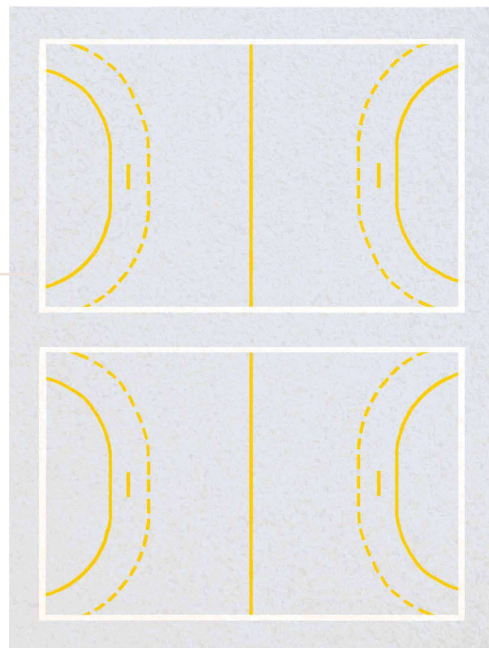
Ćwiczenie 1

Wokół pokazanej obok rabaty z kwiatami, ułożono krawężnik. Jaka jest długość tego krawężnika?



Ćwiczenie 2

Nauczyciel WF-u wytyczył w sali gimnastycznej dwa boiska do nauki gry w piłkę ręczną. Ich boki oznaczył taśmą białą, a linie pomocnicze – żółtą. Każde boisko ma kształt prostokąta o wymiarach 20 m $\times$ 13 m. Nauczyciel kupił więc trzy 50-metrowe rolki białej taśmy. Ile metrów białej taśmy zużyje i ile metrów tej taśmy mu zostanie?



Obliczona przez ciebie długość tasiemki z *Podejmij temat* jest równa obwodowi tej serwety. O obwodzie mówimy także wtedy, gdy mierzymy długość krawężnika z ćwiczenia 1 oraz długość białej taśmy z ćwiczenia 2.



Obwód wielokąta obliczamy, dodając długości wszystkich jego boków.

Obwód wielokąta to suma długości wszystkich boków tego wielokąta.

Będziemy go oznaczać *Obw.*

Ćwiczenie 3

Pan Marek chce ogrodzić prostokątny ogródek o wymiarach $12\text{ m} \times 8\text{ m}$. Ile metrów siatki musi kupić?

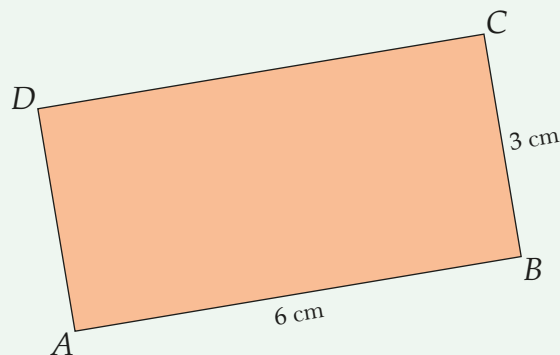
Czy do ogrodzenia ogródka musimy doliczyć też szerokość furtki?

Jasne! Furtka to też część ogrodzenia. Wykonujemy ją z tej samej siatki, tylko w ramie na zawiasach.



Przykład 1

Obliczmy obwód prostokąta $ABCD$.



Obwód prostokąta można obliczyć w następujący sposób:

$$Obw. = 6\text{ cm} + 3\text{ cm} + 6\text{ cm} + 3\text{ cm} = 18\text{ cm}$$

albo krócej:

liczba boków tej samej długości

$$Obw. = 2 \cdot 6\text{ cm} + 2 \cdot 3\text{ cm} = 12\text{ cm} + 6\text{ cm} = 18\text{ cm},$$

wymiary danego prostokąta

albo jeszcze krócej:

liczba boków tej samej długości

$$Obw. = 2 \cdot (3\text{ cm} + 6\text{ cm}) = 2 \cdot 9\text{ cm} = 18\text{ cm}.$$

wymiary danego prostokąta

Ćwiczenie 4

Oblicz obwód prostokąta o podanych wymiarach najwygodniejszym dla siebie sposobem.

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| a) $3\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ | b) $5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ | c) $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ |
| d) $50\text{ cm} \times 50\text{ mm}$ | e) $3\text{ cm } 2\text{ mm} \times 5\text{ cm } 3\text{ mm}$ | f) $26\text{ mm} \times 5\text{ cm } 4\text{ mm}$ |

Ćwiczenie 5

Wykonaj polecenia.

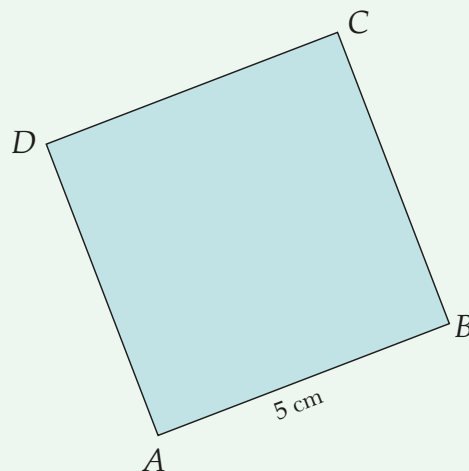
- a) Jeden z boków prostokąta ma 4 cm 6 mm, a drugi jest od niego o 3 cm 7 mm dłuższy.
Oblicz obwód tego prostokąta.
- b) Jeden z boków prostokąta ma 9 cm 3 mm, a drugi jest od niego trzy razy krótszy.
Oblicz obwód tego prostokąta.

Ćwiczenie 6

Dywanik ma kształt kwadratu o boku 80 cm. Ile centymetrów taśmy antypoślizgowej potrzeba, aby przykleić ją wzdłuż wszystkich jego brzegów?

Przykład 2

Obliczmy obwód kwadratu $ABCD$.



Obwód kwadratu można obliczyć w następujący sposób:

$$Obw. = 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

albo krócej:

$$Obw. = 4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm.}$$

↓
liczba boków

↑
długość boku kwadratu

Ćwiczenie 7

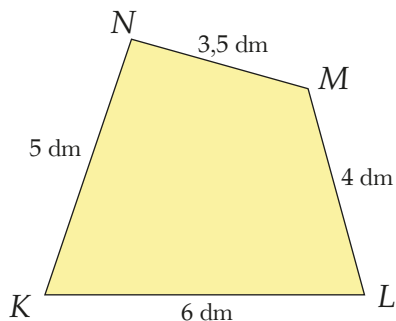
Oblicz obwód kwadratu o podanej długości boku.

- | | | | |
|--------------|--------------|-----------|-----------|
| a) 3 cm | b) 5 mm | c) 10 cm | d) 14 cm |
| e) 1 cm 4 mm | f) 5 dm 3 cm | g) 4,4 dm | h) 6,2 cm |

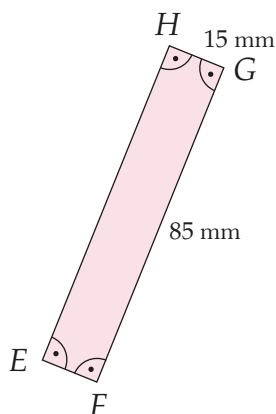
Ćwiczenie 8

Oblicz obwód czworokąta.

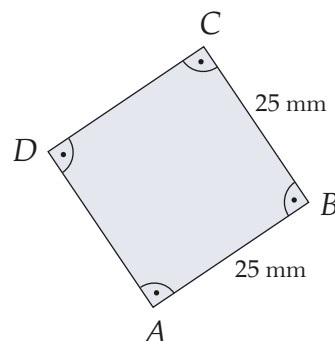
a)



b)

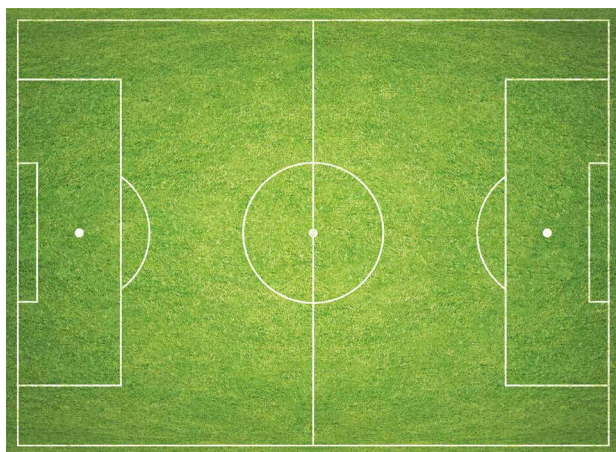


c)



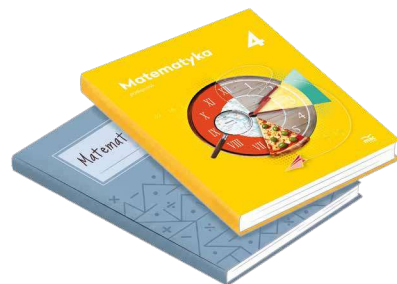
Ćwiczenie 9

Znajdź na rysunku trzy różne prostokąty, zmierz długości ich boków i oblicz obwód każdego z nich.

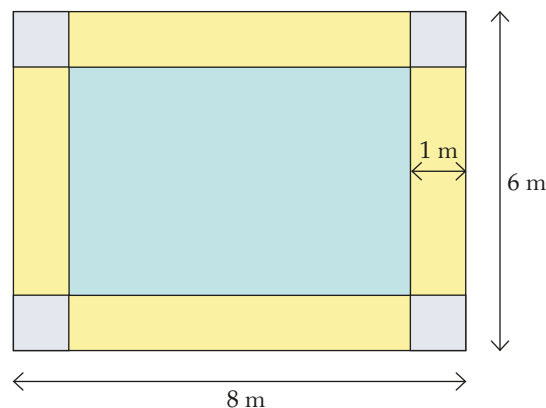


Zadania

- 1 Narysuj prostokąt o wymiarach $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ oraz prostokąt o wymiarach $2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. Który z nich ma większy obwód i o ile centymetrów większy?
- 2 Zmierz długości boków i oblicz obwód:
 - a) okładki swojego podręcznika do matematyki,
 - b) kartki ze swojego zeszytu do matematyki.
- 3 Długość prostokąta zmierzona w centymetrach jest najmniejszą liczbą trzycyfrową, a szerokość zmierzona w centymetrach – największą liczbą dwucyfrową. Oblicz obwód tego prostokąta.
- 4 Szerokość prostokąta jest równa 6 cm , a długość jest od niej 3 razy większa. Oblicz obwód tego prostokąta.



5 Rysunek przedstawia trawnik otoczony ścieżką o jednakowej szerokości. Na rogach ścieżki położono kwadratowe płytki jednakowej wielkości. Oblicz obwód trawnika i jednej narożnej płytki.

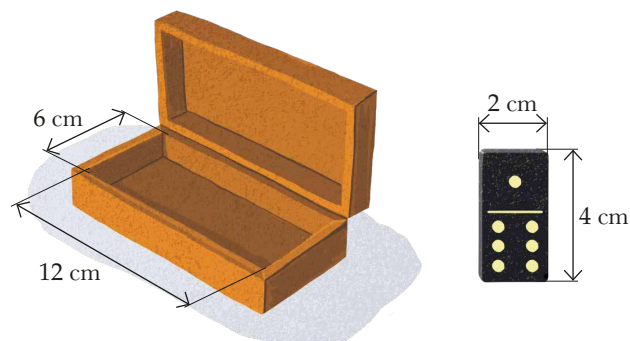


6 Jeden z boków prostokąta ma długość 8 dm, a drugi jest od niego o 5 cm dłuższy. Oblicz obwód tego prostokąta.

7 Janek jeździł na rowerze dookoła prostokątnego placu o długości 90 m i szerokości 40 m. Wykonał cztery okrążenia. Po powrocie do domu pochwalił się, że przejechał ponad 10 km. Czy Janek miał rację? Ile metrów przejechał?

8 Ile najwięcej ułożonych płasko kostek domina można ułożyć na dnie pudełka? Odczytaj z rysunku potrzebne wymiary. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 12 B. 9
C. 15 D. 8



Sprawdź się!

1 Jeden bok prostokąta ma długość 3 cm, a drugi jest od niego o 7 cm dłuższy.
Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.

a) Prostokąt ma obwód równy A/B .

A. 20 cm B. 26 cm

b) Bok kwadratu, który ma taki sam obwód jak ten prostokąt, ma długość C/D.

C. 5 cm D. 6,5 cm

2 Jaką długość ma bok kwadratu, jeżeli jego obwód jest równy 38 dm? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 19 cm

B. 18 cm

C. 85 cm

D. 95 cm

3 Jeden z boków prostokąta ma długość 10 cm. Jaką długość ma drugi bok, jeśli obwód tego prostokąta wynosi 3 dm? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.

A. 5 cm

B. 10 cm

C. 15 cm

D. 5 dm

7.10. Okrąg i koło

Tego się dowiesz

- co to jest okrąg i co to jest koło oraz czym się różni okrąg od koła
- co to jest środek okręgu, promień okręgu, cięciwa okręgu i średnica okręgu
- jak się nazywa przyrząd do rysowania okręgów i kół oraz jak się nim posługiwać

Podejmij temat

- Jak nazywamy w matematyce figury, których kształty mają hula-hoop i frisbee?
- Czym różnią się te figury?

Umiesz kręcić hula-hoop tak jak ja?



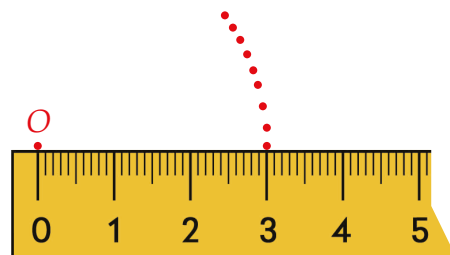
Pewnie! Lubię też rzucać frisbee.

Ćwiczenie 1

Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.

- Narysuj punkt O i 10 punktów oddalonych od niego o 3 cm.
- Narysuj 10 kolejnych takich punktów.

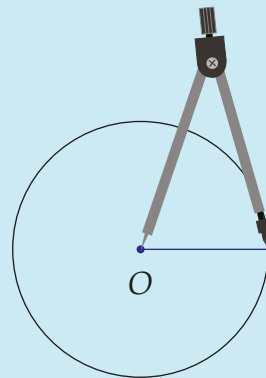
Jak myślisz, ile jeszcze takich punktów możesz narysować?



Jeżeli zaznaczysz bardzo dużo takich punktów, będą leżały tak blisko siebie, że utworzą linię. Tę linię nazywamy okręgiem. Okręgi rysujemy cyrklem.

Okrąg to figura geometryczna złożona ze wszystkich punktów, których odległość od ustalonego punktu O jest taka sama.

Punkt O nazywamy **środkiem okręgu**. Punkt ten możemy oznaczać też innymi literami, na przykład S .



Ćwiczenie 2

Zaznacz w zeszyte punkt S i umieść w nim ostrze cyrkla. Narysuj wszystkie punkty oddalone od punktu S o:

- a) 5 cm, b) 4 cm, c) 35 mm.

Ćwiczenie 3

Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.

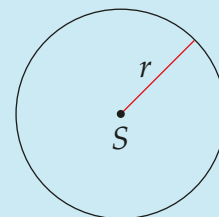
- Narysuj dowolny okrąg.
- Zaznacz na nim dowolne punkty A i B .
- Połącz odcinkiem punkt A ze środkiem okręgu.
- Połącz odcinkiem punkt B ze środkiem okręgu.
- Zmierz i porównaj otrzymane odcinki.

Czy można narysować więcej odcinków łączących środek z punktem na okręgu?

Każdy z odcinków narysowanych przez ciebie w ćwiczeniu 3 nazywamy promieniem okręgu.

Promień okręgu to odcinek, którego jednym końcem jest środek okręgu, a drugim dowolny punkt okręgu.

Promień okręgu najczęściej oznaczamy literą r .

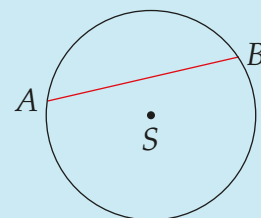


Ćwiczenie 4

Narysuj w zeszyte okrąg i zaznacz na nim dwa dowolne punkty A i B . Następnie połącz te punkty odcinkiem.

Odcinek AB na twoim rysunku z ćwiczenia 4 to cięciwa okręgu.

Cięciwa okręgu to odcinek łączący dwa dowolne punkty okręgu.

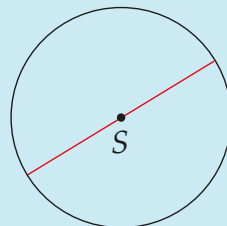


Ćwiczenie 5

Narysuj dowolny okrąg i jego najdłuższą cięciwę. Następnie porównaj jej długość z długością dowolnego promienia tego okręgu.

Cięciwę narysowaną przez ciebie w ćwiczeniu 5 nazywamy średnicą okręgu.

Średnica okręgu to cięciwa, do której należy środek okręgu. Jest ona dwa razy dłuższa od promienia okręgu.

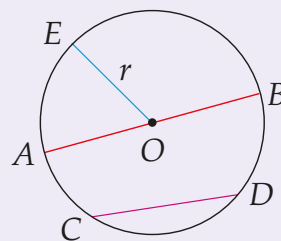


💡 Poznaliśmy zatem nazwy trzech odcinków określanych dla okręgu. Są to:

AB – **średnica okręgu**,

CD – **cięciwa okręgu**,

EO – **promień okręgu**.

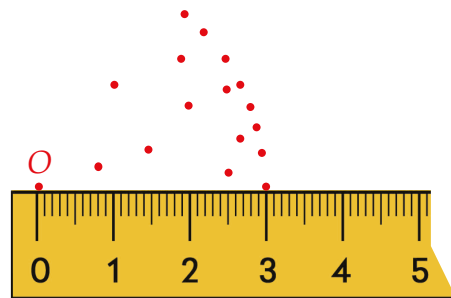


Ćwiczenie 6

Wykonaj polecenia i odpowiedz na pytanie.

- Narysuj punkt O i 20 punktów oddalonych od niego o 3 lub mniej centymetrów.
- Narysuj 10 kolejnych takich punktów.

Jak myślisz, ile jeszcze takich punktów możesz narysować?

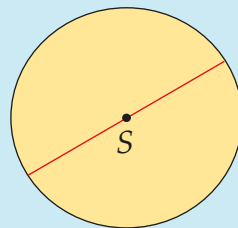


Jeżeli narysujesz bardzo dużo takich punktów położonych bardzo blisko siebie, otrzymasz koło.

Koło to figura geometryczna składająca się ze wszystkich punktów, których odległość od ustalonego punktu O jest równa ustalonej liczbie lub jest od niej mniejsza.

Punkt O nazywamy **środkiem koła**.

Punkt ten możemy oznaczać też innymi literami, na przykład S .

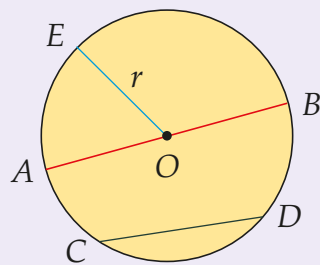


💡 Podobnie jak dla okręgu, mamy również odcinki określone dla koła. Są to:

AB – **średnica koła**,

CD – **cięciwa koła**,

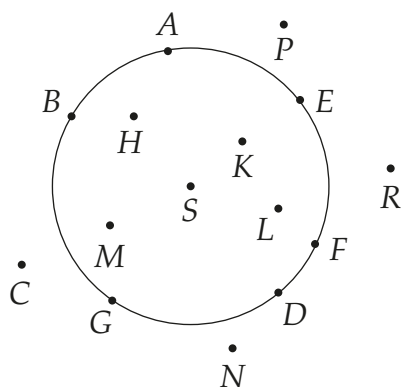
EO – **promień koła**.



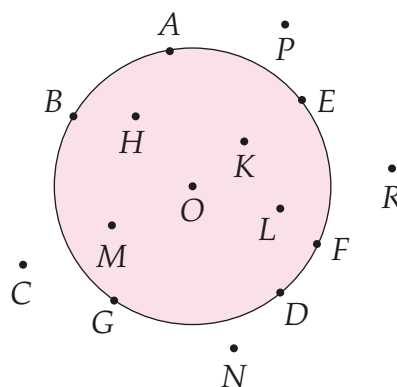
Ćwiczenie 7

Wymień punkty, które należą do:

a) okręgu o środku S ,



b) koła o środku O .



Ćwiczenie 8



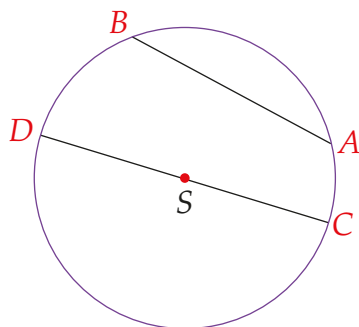
Na osobnej kartce narysuj okręgi zgodnie z poniższymi poleceniami. Możesz je wykonywać na zmianę z kolegą lub koleżanką. Aby rysunek był poprawny, czytaj uważnie informacje.

- W pobliżu środka kartki zaznacz punkt O .
- Narysuj 1. okrąg o środku O i promieniu 3 cm. Zaznacz na nim dowolny punkt A . Aby uniknąć pomyłek, każdy okrąg oznaczaj numerem (mała cyfra blisko okręgu).
- Narysuj 2. okrąg o środku A i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 2. okręgu oznacz B i F .
- Narysuj 3. okrąg o środku B i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 3. okręgu to A , drugi oznacz C .
- Narysuj 4. okrąg o środku C i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 4. okręgu to B , drugi oznacz D .
- Narysuj 5. okrąg o środku D i promieniu 3 cm. Jeden z punktów przecięcia 1. i 5. okręgu to C , drugi oznacz E .
- Narysuj 6. okrąg o środku E i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 6. okręgu to D i F .
- Narysuj 7. okrąg o środku F i promieniu 3 cm. Punkty przecięcia 1. i 7. okręgu to E i A .
- Narysuj 8. okrąg o środku O i promieniu 6 cm.

Na koniec pokoloruj obrazek w dowolny sposób.

1 Dla narysowanego okręgu zmierz i podaj długość:

- promienia,
- średnicy,
- cięciwy.



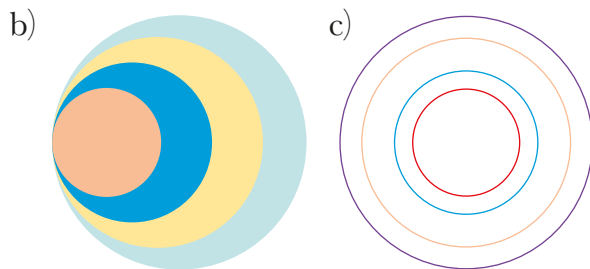
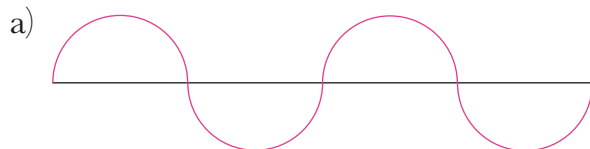
2 Narysuj okrąg o promieniu 2 cm i jego najdłuższą cięciwę. Podaj jej długość.

3 Narysuj okrąg o promieniu 3 cm, a następnie dwie jego średnice przecinające się pod kątem prostym.

- Na ile części został podzielony okrąg? Zamaluj każdą część innym kolorem. Co możesz o nich powiedzieć?
- Połącz końce średnic cięciwami. Jak się nazywa figura, która powstała w ten sposób?

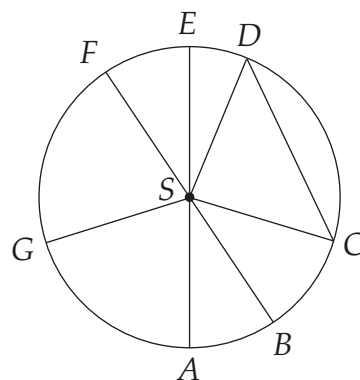
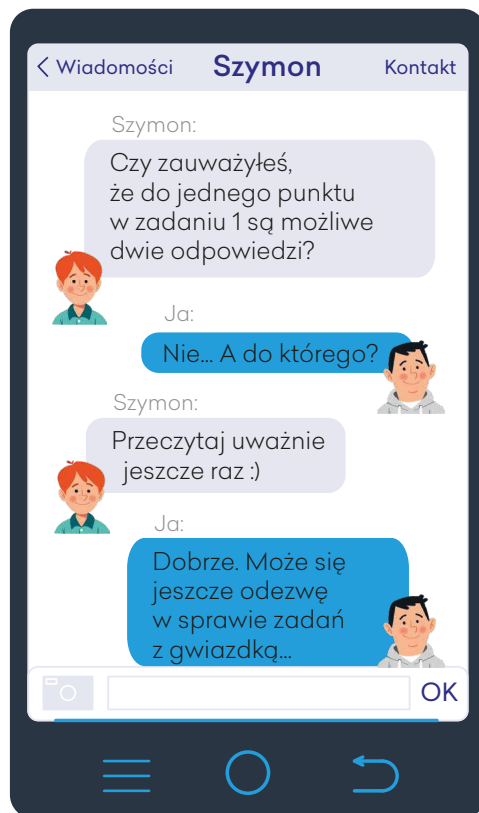
4 Zapisz oznaczenia literowe cięciw, średnic i promieni okręgu, który widzisz na rysunku obok.

5 Wykonaj w zeszycie podobne rysunki.



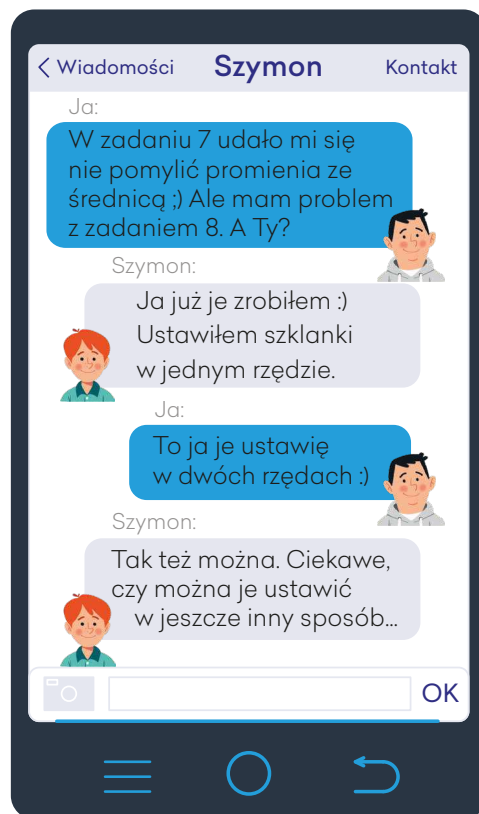
6 Podziel koło na:

- dwie równe części, b) cztery równe części.
- Zamaluj otrzymane części różnymi kolorami.



7 Widziany z góry brzeg prostej szklanki to okrąg o promieniu równym $2\frac{1}{2}$ cm. Dno pudełka ma kształt prostokąta o wymiarach $15\text{ cm} \times 20\text{ cm}$. Ile najwięcej szklanek można ustawić na dnie tego pudełka? Narysuj na kartce to dno i szklanki widziane z góry.

8 Jakie wymiary może mieć prostokątne dno pudełka, aby można było ustawić na nim 24 szklanki, takie jak na poniższym zdjęciu? Czy istnieje tylko jedno rozwiązanie tego zadania?



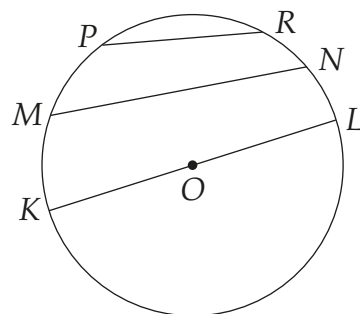
Sprawdź się!

1 Oceń prawdziwość każdego ze zdań. Przepisz do zeszytu tylko zdania prawdziwe.

- Środek okręgu nie należy do okręgu.
- Środek koła nie należy do koła.
- Wszystkie promienie danego okręgu są równej długości.
- Promień to połowa średnicy.
- Najdłuższa cięciwa to średnica okręgu.
- Najkrótsza cięciwa to promień okręgu.
- Cięciwa okręgu przechodząca przez środek okręgu to średnica.
- Każda cięciwa jest średnicą okręgu.
- Każda średnica jest cięciwą okręgu.
- Każda średnica danego okręgu jest tej samej długości.
- Każda cięciwa danego okręgu jest tej samej długości.

2 W okręgu o środku w punkcie O narysowano odcinki. Uzupełnij zdania w zeszycie tak, aby były prawdziwe.

- Najdłuższą z narysowanych cięciw jest odcinek ?.
- Odcinek OK jest ? tego okręgu.
- Odcinek ? jest średnicą tego okręgu.



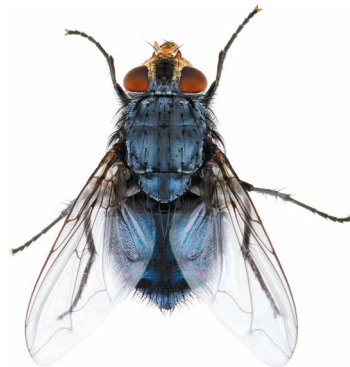
7.11. Skala

Tego się dowiesz

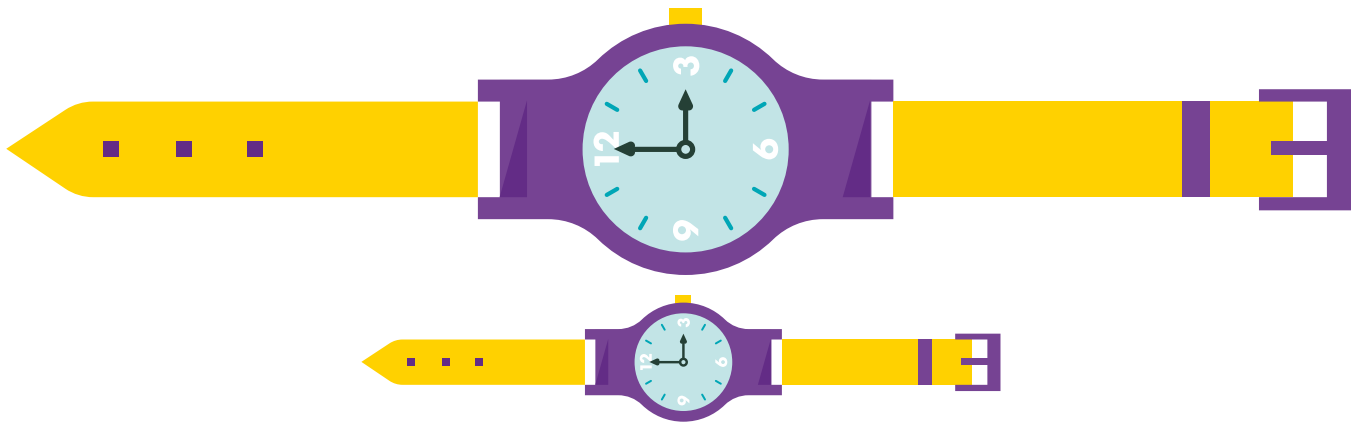
- co to jest skala i do czego służy
- w jakich sytuacjach w życiu codziennym korzystamy ze skali
- co to znaczy, że rysunek jest narysowany na przykład w skali 1 : 3 albo 3 : 1

Podejmij temat

- Dlaczego ilustracje przedstawiające dom i muchę nie zostały wykonane w rzeczywistych wymiarach?



Oba rysunki przedstawiają ten sam zegarek. Jeden jest pokazany w rzeczywistej wielkości, a drugi w wersji zmniejszonej.



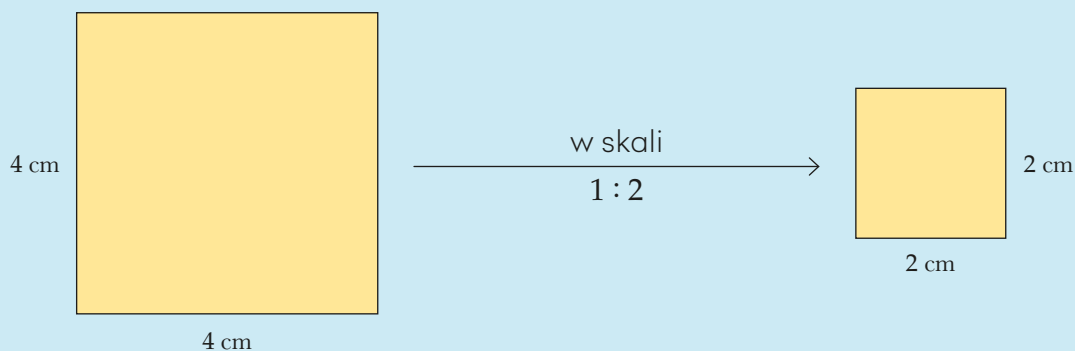
Często na rysunkach przedmioty czy obiekty (na przykład budynki) przedstawia się w pomniejszeniu, ponieważ ich rzeczywiste rozmiary są zbyt duże, aby zmieściły się na kartce.

Ćwiczenie 1

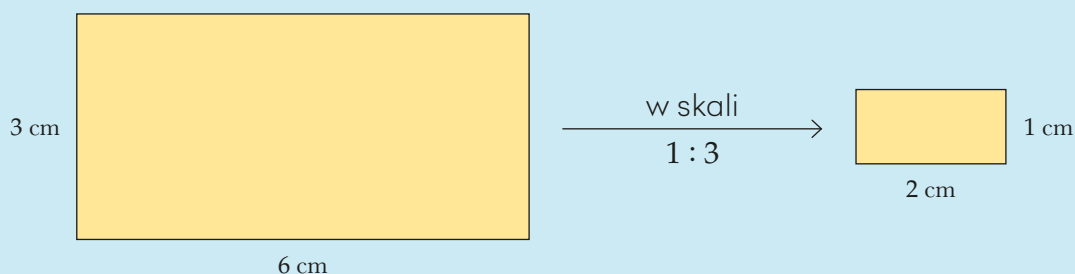
Czy rysunki są zawsze mniejsze od rysowanego przedmiotu? Podaj przykłady, kiedy rysujemy przedmiot powiększony, a kiedy zmniejszony.

Jeżeli rysujemy jakiś przedmiot, figurę geometryczną czy obszar (na przykład fragment miasta lub plan mieszkania) dokładnie – ale w pomniejszeniu lub powiększeniu – mówimy, że jest on narysowany **w skali**.

Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 2 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 2** [czyt. jeden do dwóch].



Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 3 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 3**.



Jeżeli każdy wymiar figury jest zmniejszony 4 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 1 : 4**.

Ćwiczenie 2

Narysowano kwadrat w podanej skali. Ile razy zmniejszono jego wymiary w stosunku do rzeczywistych?

- a) 1 : 7 b) 1 : 10 c) 1 : 12 d) 1 : 20

Ćwiczenie 3

Podaj, w jakiej skali został narysowany okrąg, jeżeli jego promień:

- a) został zmniejszony 2 razy,
b) jest 7 razy mniejszy niż w rzeczywistości,
c) jest 10-krotnie mniejszy niż w rzeczywistości.

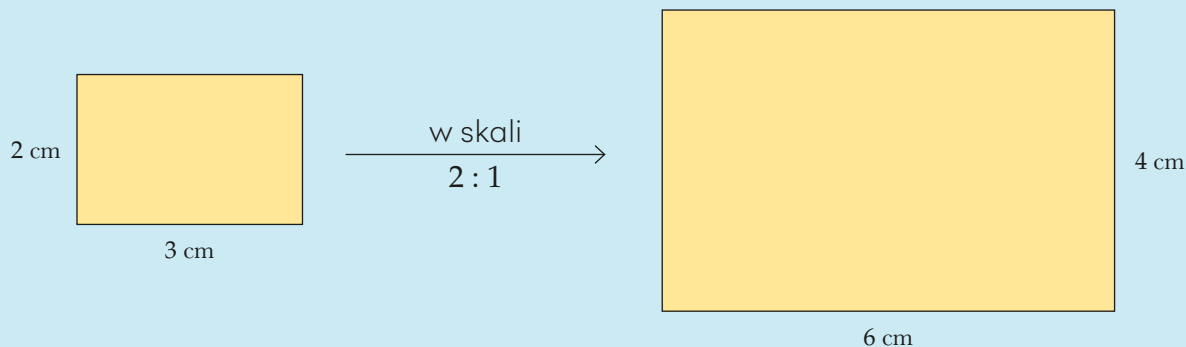
Ćwiczenie 4

Jakie wymiary będzie miał prostokąt o wymiarach $5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ po narysowaniu go w skali 1 : 10?

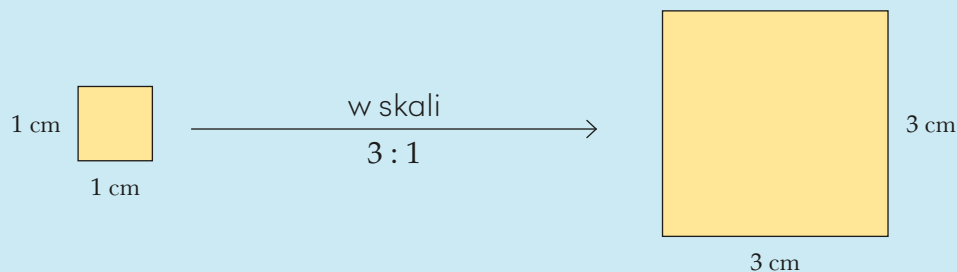
Na rysunku mrówka po lewej stronie jest narysowana w naturalnych wymiarach, a po prawej powiększona kilkakrotnie.



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 2 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 2 : 1** [czyt. dwa do jednego].



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 3 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 3 : 1**.



Jeżeli każdy wymiar figury jest powiększony 4 razy, to mówimy, że figura jest narysowana **w skali 4 : 1**.

Ćwiczenie 5

Powiedz, ile razy wymiary rzeczywistego liścia zostały powiększone, jeżeli narysowano go w podanej skali.

- a) 7 : 1 b) 10 : 1 c) 15 : 1 d) 20 : 1

Ćwiczenie 6

Prostokąt ma $5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$. Jakie będzie miał wymiary w milimetrach po narysowaniu go w podanej skali?

- a) 11 : 1 b) 13 : 1 c) 21 : 1 d) 19 : 1

Jakie figury są w portfelu?

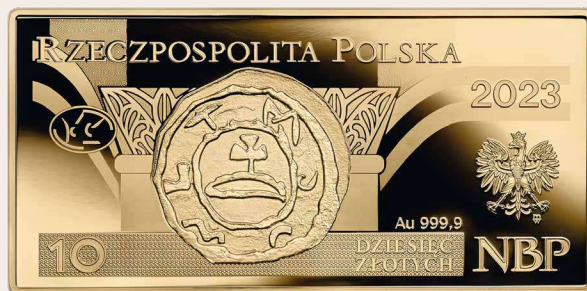
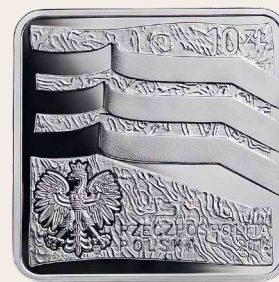
Antek



Ola



- Antek:** Zauważyłaś, że nasze monety mają kształt koła? To praktycznie, bo ich brzegi pewnie dzięki temu wolniej się ścierają.
- Ola:** Tak, ale popatrz na 2 zł i 5 zł. Mają dwa kolory, czyli są **bimetaliczne**. Za to banknoty mają kształt prostokątów. A im wyższy nominal, tym większy rozmiar banknotu. Zauważyłaś?
- Antek:** Tak. Słyszałem też, że są monety kolekcjonerskie w kształcie kwadratu albo prostokąta. Są one wypuszczane na przykład z okazji jakiegoś ważnego wydarzenia. A w Wielkiej Brytanii używa się nawet takich w kształcie siedmiokątów i dwunastokątów!
- Ola:** Naprawdę? Po co komukolwiek siedmiokątna moneta?
- Antek:** Dzięki temu osoby niedowidzące mogą rozróżniać pieniądze przez dotyk. Poza tym takie nietypowe wielokąty trudniej jest podrobić!

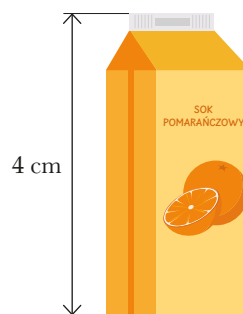
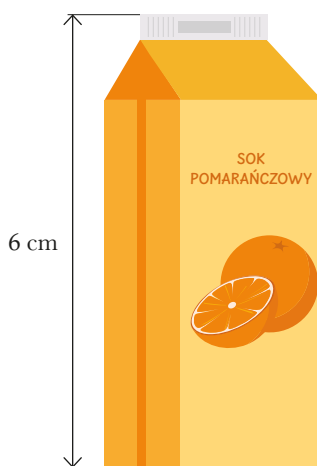
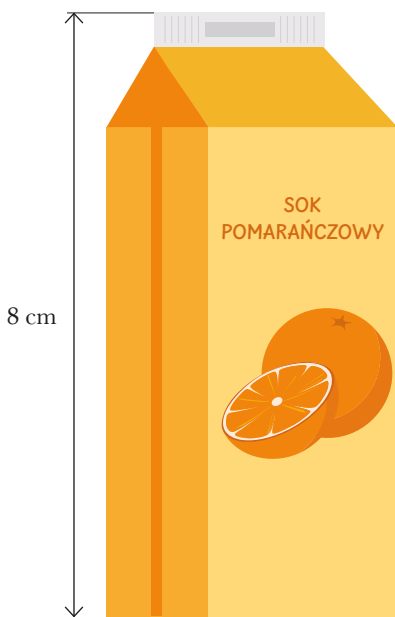


Zadania

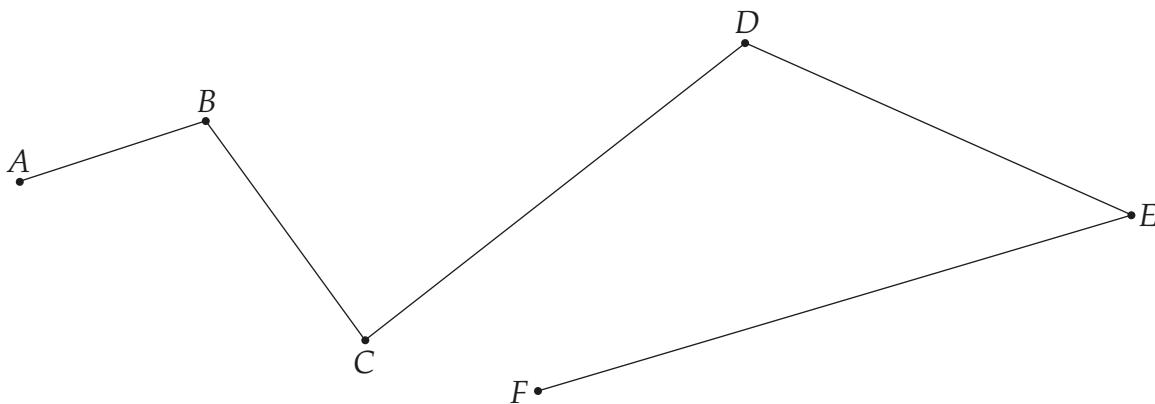
-  Sprawdź w internecie, jaka jest średnica największej i najmniejszej polskiej monety. Podaj ich nominały. Jakich długości będą miały średnice tych monet, jeśli zostaną narysowane w skali 5 : 1?
- Oblicz obwód najmniejszego polskiego banknotu. W jakiej skali byłby ten banknot, gdyby jego rzeczywiste wymiary zostały pomniejszone dwa razy?
- Polski banknot o nominale 500 zł ma wymiary 150 mm × 75 mm. Jakich wymiary miałyby ten banknot w skali 1 : 3?

Zadania

- 1 Narysuj w zeszycie odcinek o długości 2 cm, a następnie przedstaw go w skali 3 : 1 oraz w skali 1 : 2.
- 2 Karton po soku ma w rzeczywistości 24 cm wysokości. Podaj, w jakiej skali wykonano jego rysunek.

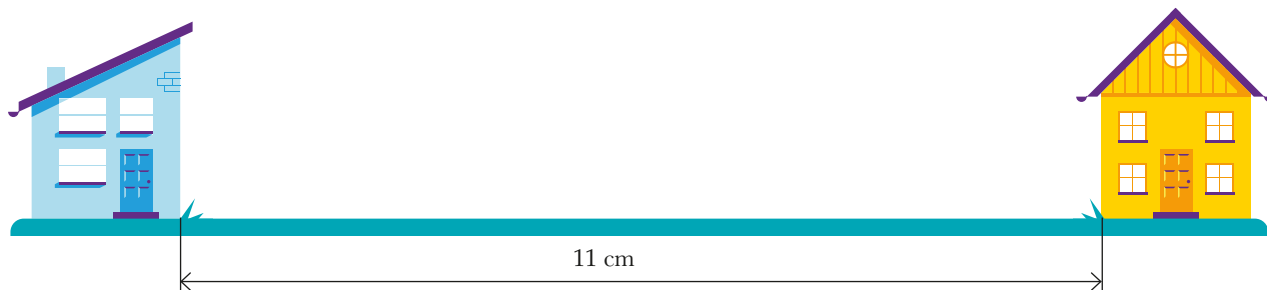


- 3 Zmierz boki łamanej $ABCDEF$. Wiadomo, że łamana jest narysowana w skali 1 : 3. Podaj rzeczywiste długości jej boków.

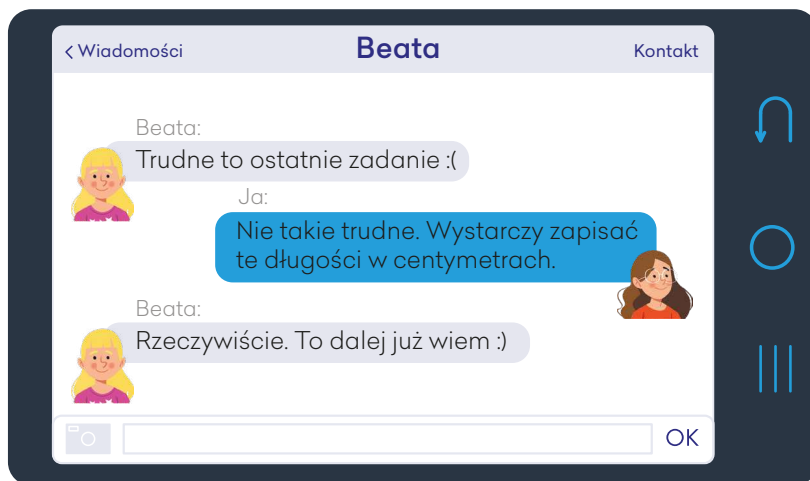


- 4 Narysuj kwadrat o boku długości 3 cm, a następnie ten sam kwadrat w podanej skali.
a) 1 : 2 b) 2 : 1
- 5 Narysuj prostokąt o wymiarach 2 cm $\times$ 4 cm, a następnie ten sam prostokąt w podanej skali.
a) 2 : 1 b) 1 : 4

- 6 Droga od domu Tomka do domu Kuby została narysowana w skali 1 : 600. Oblicz, jaką odległość w rzeczywistości musi przejść Tomek, aby odwiedzić Kubę.



- 7 Boisko do gry w piłkę ręczną ma kształt prostokąta o wymiarach 20 m × 40 m. Oblicz wymiary tego boiska na rysunku w skali 1 : 1000.



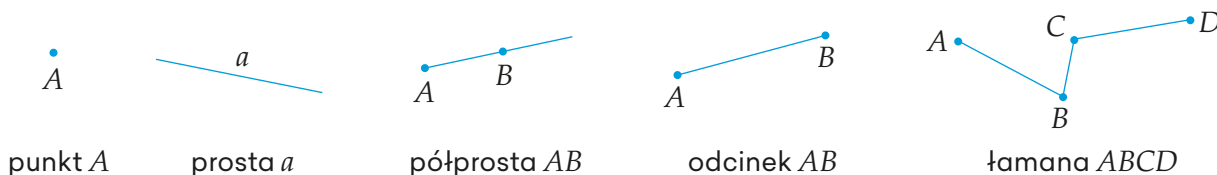
Sprawdź się!

- 1 Uzupełnij zdania. Wybierz właściwą odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz spośród oznaczonych literami C i D.
- a) Kredka woskowa o długości 9 cm narysowana w skali 3 : 1 ma A/B długości.
A. 3 cm B. 27 cm
 - b) Słomka do napojów o długości 16 cm narysowana w skali C/D ma 4 cm długości.
C. 4 : 1 D. 1 : 4
- 2 Jeden bok prostokąta ma 8 cm, a drugi jest od niego o 4 cm dłuższy. Adam narysował ten prostokąt w skali 1 : 4. Zapisz w zeszycie zdania prawdziwe.
- a) Krótszy bok prostokąta narysowanego w skali ma długość 1 cm.
 - b) Dłuższy bok prostokąta narysowanego w skali ma długość 32 cm.
 - c) Jeden z boków prostokąta narysowanego w skali ma długość 3 cm.
 - d) Na rysunku prostokąta w skali jeden z boków jest o 1 cm krótszy od drugiego.
- 3 Kwadrat o boku 10 cm narysowano w skali 2 : 1. Jaki jest obwód kwadratu narysowanego w skali? Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie.
- A. 20 cm B. 40 cm C. 48 cm D. 80 cm

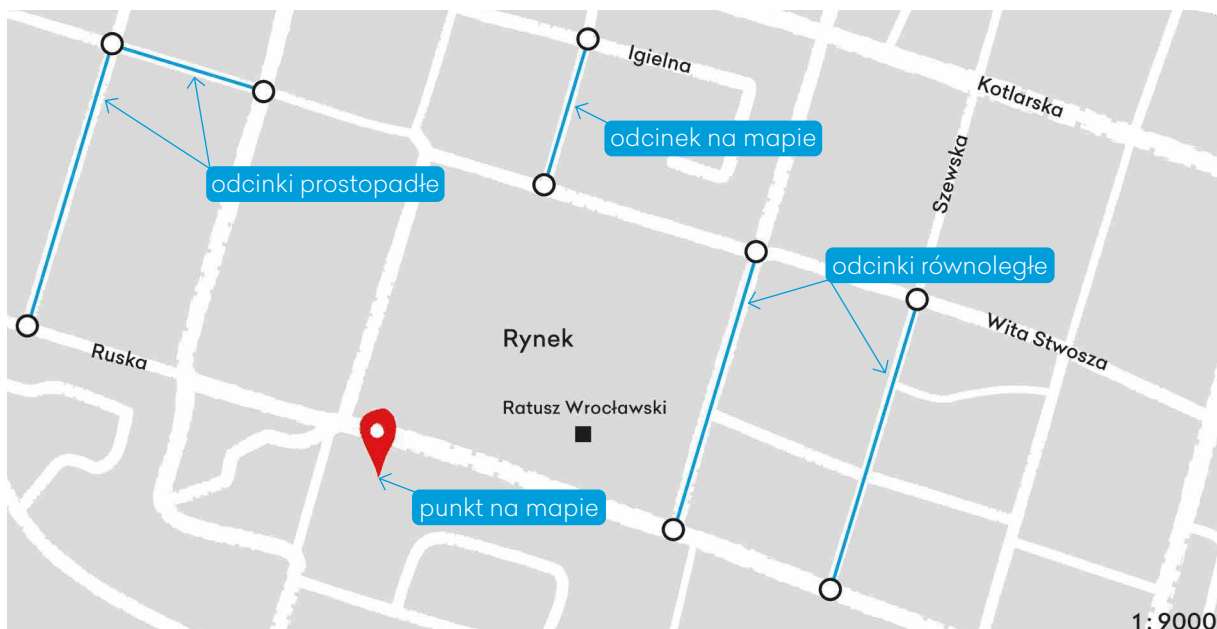
Podsumowanie działu 7. Figury płaskie

punkt	odcinki prostopadłe	kąt wklęsły	średnica okręgu
prosta	odcinki równoległe	kwadrat	koło
półprosta	kąt	prostokąt	promień koła
odcinek	kąt półpełny	wielokąt	cięciwa koła
łamana	kąt pełny	obwód wielokąta	środek koła
długość łamanej	kąt zerowy	okrąg	średnica koła
proste równoległe	kąt prosty	środek okręgu	skala
proste prostopadłe	kąt ostry	promień okręgu	
proste przecinające się	kąt rozwarty	cięciwa okręgu	

Podstawowe figury geometryczne



Punkty i odcinki na mapie

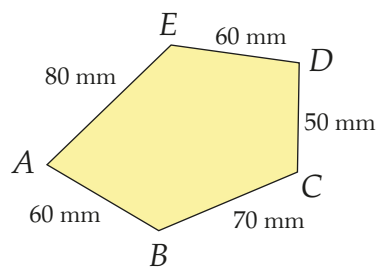


Sprawdź się!

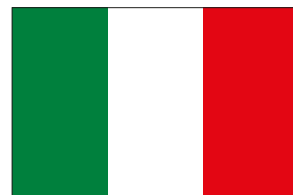
- 1 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz w zeszycie P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.
 - a) Prosta nie ma początku ani końca.
 - b) Proste prostopadłe nie przecinają się.
 - c) Promień jest zawsze krótszy od średnicy.
 - d) Odcinek to część okręgu.
 - e) Koło i okrąg to różne nazwy tej samej figury.
- 2 Przepisz zdania do zeszytu. Zamiast znaków zapytania dopisz uzupełnienie zdania, tak aby było ono prawdziwe.
 - a) Prostokąt to czworokąt, który ?.
 - b) Kwadrat to prostokąt, który ?.
 - c) Średnica to cięciwa, która ?.
 - d) Kąt rozwarty to kąt ?.

- 3 Dokończ zdanie. Wybierz poprawną odpowiedź i zapisz ją w zeszycie. Obwód narysowanego obok wielokąta $ABCDE$ jest równy

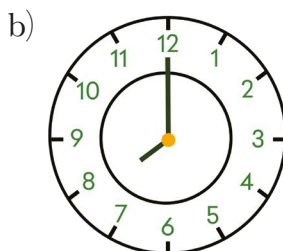
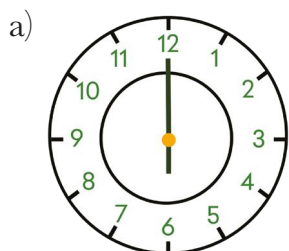
- A. 32 cm B. 33 cm
- C. 32 mm D. 33 mm



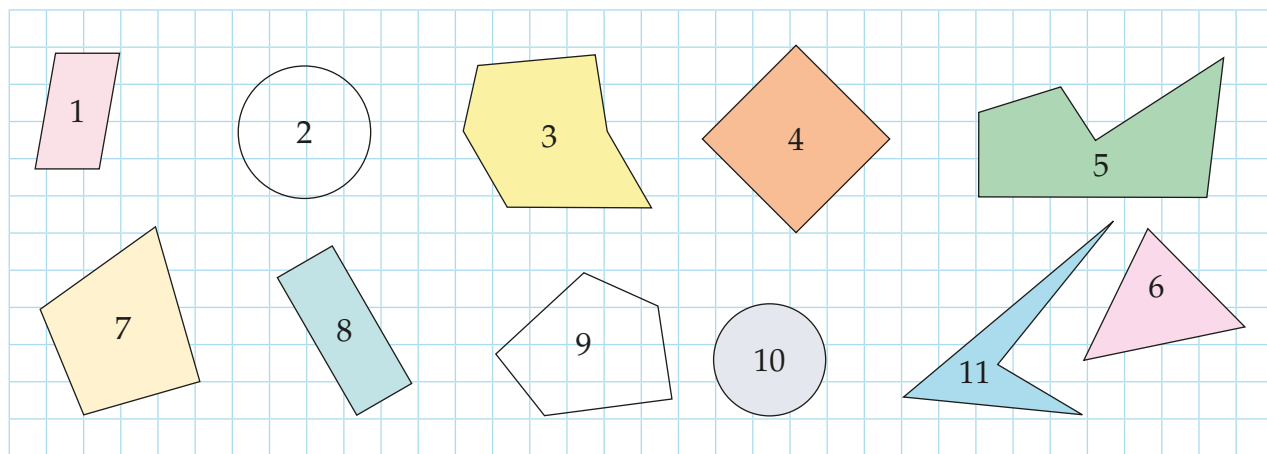
- 4 Rysunek przedstawia flagi dwóch państw.
 - a) Zmierz długości boków pasków na flagach i oblicz ich obwody.
 - b) Jakie figury tworzą te paski?
 - c) Sprawdź w internecie, jakich państw są to flagi i na jakim kontynencie leżą te kraje.



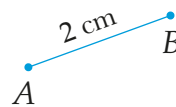
- 5 Marta dostała na urodziny ramkę na zdjęcie w kształcie prostokąta o obwodzie 22 cm. Zauważyła, że ma w domu też ramkę o takim samym obwodzie, ale w kształcie kwadratu. Jaką długość ma każdy bok kwadratowej ramki?
- 6 Zmierz kąt między minutową a godzinową wskazówką zegara. Jakiego rodzaju jest to kąt? Czy na każdym zegarze możemy odczytać tylko jeden rodzaj kąta?



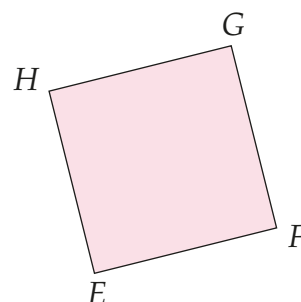
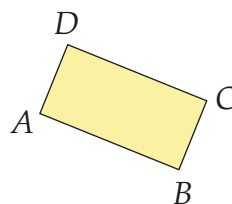
- 7 Jakim rodzajem kąta jest mniejszy z kątów utworzonych przez wskazówki zegara o podanej godzinie?
a) 9.00 b) 4.45 c) 3.00 d) 5.30 e) 12.00 f) 6.01
- 8 Podaj nazwy poniższych figur geometrycznych. Odpowiedzi zapisz w zeszyte.



- 9 Bok kwadratu ma długość 4 cm. Narysuj dowolny prostokąt niebędący kwadratem, którego obwód jest równy obwodowi tego kwadratu.
- 10 Oblicz obwód prostokąta, którego jeden z boków ma długość 8 cm, a drugi bok jest od niego:
a) o 3 cm dłuższy, b) 5 razy dłuższy, c) o 2 cm krótszy, d) 4 razy krótszy.
- 11 Wymiary prostokąta są równe 3 cm i 10 cm. Jaką długość ma bok kwadratu, którego obwód jest równy obwodowi tego prostokąta?
- 12 W jakiej skali narysowano komara, jeżeli:
a) jego noga na rysunku jest 10 razy dłuższa niż w rzeczywistości,
b) wymiary komara z rysunku zostały powiększone 6 razy,
c) jego skrzydło jest 9 razy dłuższe niż w rzeczywistości?
- 13 Jaką długość będzie miał odcinek AB , jeżeli narysujesz go w podanej skali?



- 14 Prostokąt $ABCD$ i kwadrat $EFGH$ są narysowane w skali 1 : 2. Oblicz ich rzeczywiste wymiary i rzeczywiste obwody.



Firma Architekci Przyszłości zorganizowała konkurs dla uczniów szkół podstawowych na stworzenie projektu miasta przyszłości. Wyniki zostaną ogłoszone podczas dnia otwartego, który odbędzie się u organizatora. Przeczytaj ogłoszenie, aby wziąć udział w konkursie. Tworząc projekt wymarzonego miasta, postępuj zgodnie z instrukcją.

Masz szansę poczuć się jak członek naszego Zespołu Projektantów. Weź udział w konkursie i stwórz najlepszy projekt miasta przyszłości. Na zwycięzców czekają atrakcyjne nagrody. Pokaż, że jesteś osobą odważną, myślącą nieszablonowo i doskonale wiesz, że geometria stanowi nieodłączną część pracy architekta. Zaprojektuj miasto, udowadniając, że potrafisz wykorzystać wiedzę matematyczną w praktyce oraz masz pomysły, które sprawdzą się w realnym świecie. Zapraszamy!

Architekci Przyszłości

INSTRUKCJA

Na kartce formatu A4 narysuj plan miasta widzianego z góry. Postępuj według podanych wskazówek.

- 1 Ustal, w jakiej skali wykonasz rysunek. Aby ułatwić sobie dokonanie dobrego wyboru, narysuj budynek firmy Architekci Przyszłości w trzech skalach: 1 : 300 lub 1 : 400, lub 1 : 600. W rzeczywistości budynek ten widziany z góry ma kształt kwadratu o boku długości 12 m. Po wyborze skali narysuj go w dowolnym miejscu na planie. Będzie stanowił punkt odniesienia przy rysowaniu pozostałych elementów w odpowiedniej wielkości. Zapisz wybraną skalę.

Nie wiem, jak obliczyć wymiary tego budynku na rysunku w skali 1 : 600.



Zamień metry na centymetry. Potem oblicz wymiary budynku, który ma znaleźć się na rysunku.

- 2 Wymyśl nazwę miasta. Ustal co ma się znaleźć na planie, biorąc pod uwagę poniższe podpunkty:
 - a) dwa odcinki prostopadłe, które się nie przecinają, przy czym pierwszy jest o 15 mm krótszy od drugiego;
 - b) dwa odcinki równoległe, z których drugi jest dwa razy dłuższy od pierwszego;
 - c) łamana otwarta o długości 13 cm 5 mm;
 - d) kąt prosty, kąt ostry, kąt rozwarty, kąt wklęsły;
 - e) kąt pięć razy mniejszy od kąta pełnego, kąt większy o 28° od kąta zerowego, kąt o 55° mniejszy od kąta półpełnego;
 - f) sześciokąt, którego dwa boki są do siebie równoległe;
 - g) wielokąt, który ma co najmniej jeden kąt prosty, jeden rozwarty i jeden ostry;
 - h) prostokąt o obwodzie 1 dm 4 cm;
 - i) kwadrat o obwodzie 160 mm;
 - j) dowolny czworokąt niebędący prostokątem z zaznaczonymi przekątnymi;
 - k) okrąg lub koło o średnicy 6 cm.

Pamiętaj, że jedna narysowana figura może spełnić kilka wymagań z listy.

W mieście mogą znajdować się na przykład: ulice, budynki mieszkalne, sklepy, tory kolejowe, szpital, kino. Możesz dowolnie rozmieścić i narysować poszczególne elementy. Weź pod uwagę potrzeby mieszkańców i innych osób.

3 Odpowiedzi zapisz w zeszyte.

- 1 Oblicz obwody figur narysowanych zgodnie z podpunktami f)–g).
- 2 Zmierz i zapisz miary kątów narysowanych zgodnie z podpunktami d)–e)
- 3 Nazwij i podpisz elementy narysowane na planie albo stwórz do niego legendę. Możesz inspirować się nazwami geometrycznymi. Zapisz, w których miejscach planu znajdują się elementy spełniające wymagania z punktu 2.



▲ Przykładowy fragment planu

Odpowiedzi do zadań

1. Liczby i działania pamięciowe

1.1. Oś liczbowa (s. 9)

1. A 2. a) $A = 5, B = 25, C = 35, D = 50, E = 65, F = 75$ b) $G = 48, H = 60, I = 69$ c) $K = 64, L = 78$
3. a) B b) D 5. a) $A = 14$ b) $B = 0$ 6. B 7. D
8. cis 20 m, sosna 30 m, modrzew 40 m, jodła 50 m, świerk 70 m **Sprawdź się!** 1. a) P b) P c) P d) F e) P

1.2. Dodawanie i jego własności (s. 13)

1. a) np. $15 + 16$ b) np. $5 + 10 + 16$
c) np. $1 + 4 + 6 + 20$ d) np. $3 + 5 + 5 + 7 + 11$
2. $23 + 67 = 67 + 23, 25 + 71 = 71 + 25, 78 + 21 = 21 + 78, 88 + 15 = 15 + 88$
3. a) $29 + (8 + 32), (45 + 5) + 36$
b) $24 + (29 + 31), (55 + 15) + 26$
c) $(18 + 12) + (6 + 24), (57 + 13) + (11 + 19)$
d) $28 + (9 + 11) + (8 + 12), (17 + 13) + 5 + (16 + 4)$
4. $20 + 12 = 32, 17 + 13 = 30$
5. C 6. a) 12 b) 95 c) 200 d) 650
7*. $(2 + 18) + (19 + 11) + (23 + 7) + (15 + 5)$
Sprawdź się! 2. a) 87 b) 100 c) 85 d) 90 3*. 16

1.3. Dodawanie w pamięci (s. 17)

1. a) 23 b) 25 c) 23 2. a) 17, 39 b) 70, 59 c) 77, 94
d) 297, 587 e) 780, 880 f) 788, 848 3. 75 4. 89
5. pan Adam 52 km, pan Janek 51 km 6. 30
7. a) 55 zł b) 45 zł c) 39 zł d) np. barszcz czerwony, pierogi z wiśniami, herbatę i szarlotkę 8. np. 4 – każdy kot siedzi na swoim ognie. **Sprawdź się!** 1. a) 53 b) 96 c) 194
d) 682 2. a) 57 b) 89 c) 186 d) 99 e) 689 f) 436
3. a) np. $75 + 25$ b) np. $12 + 13 + 75$
c) np. $11 + 19 + 20 + 50$ 4*. np. 50 i 33

1.4. Odejmowanie i jego własności (s. 20)

1. np. $30 - 5 = 25; 30 - \text{odjemna}, 5 - \text{odjemnik}, 25 - \text{różnica}$ 2. np. $10 - 1$ 3. np. $20 - 3$ 4. a) 21
b) 56 c) 56 d) 77 e) 77 f) 77 5. a) 12 b) 120 c) 0
d) 0 **Sprawdź się!** 1. a) $41; 7 + 41 = 48$ b) 53;
 $53 + 3 = 56$ c) 70; $70 + 19 = 89$ d) 34; $34 + 0 = 34$
2. np.: $10 - 2; 10 - \text{odjemna}, 2 - \text{odjemnik}; 20 - 12;$
 $20 - \text{odjemna}, 12 - \text{odjemnik}; 15 - 7; 15 - \text{odjemna},$
 $7 - \text{odjemnik}; 12 - 4; 12 - \text{odjemna}, 4 - \text{odjemnik};$
 $30 - 22; 30 - \text{odjemna}, 22 - \text{odjemnik}$

1.5. Odejmowanie w pamięci (s. 24)

1. a) 7 b) 28 c) 47 d) 62 e) 34 f) 28 g) 18 h) 56
2. a) 35 b) 28 c) 37 d) 13 e) 34 f) 33 g) 39 h) 29
3. LIPA, DĄB, KLON 4. A 5. C 6. $24 - 19$
Sprawdź się! 1. a) 27 b) 24 c) 29 d) 46
2. a) 39 b) 60 c) 66 d) 82 e) 25 f) 40 g) 36 h) 27
3. a) P b) F c) P

1.6. Mnożenie i jego własności (s. 29)

2. a) np. $4 \cdot 6$ b) np. $2 \cdot 3 \cdot 4$ c) np. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
3. a) 0 b) 0 c) 0 d) 0 e) 19 f) 79 g) 400 h) 860

4. $7 \cdot 6 = 6 \cdot 7, 9 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3, 5 \cdot 0 \cdot 2 =$
 $= 4 \cdot 5 \cdot 0, 4 \cdot 3 \cdot 8 = 3 \cdot 8 \cdot 4, 6 \cdot 4 = 8 \cdot 3,$
np. $5 \cdot 8 = 8 \cdot 1 \cdot 5, 10 \cdot 4 = 4 \cdot 10$ 5. 96 zł 6. 36
7. 48 8. 64 **Sprawdź się!** 1. a) 90 b) 56 c) 60
d) 0 2. a) A b) C 3. np. $1 \cdot 30; 2 \cdot 15; 3 \cdot 10; 5 \cdot 6$
4. 48

1.7. Mnożenie w pamięci (s. 34)

1. a) 1600 b) 210 c) 120 d) 152 2. 182 3. 90 zł
4. 96 5. C 6. B 7. a) 9 b) 9 c) 80 d) 70 8. 50
Sprawdź się! 1. 15, np.: a) $3 \cdot 5, b) 1 \cdot 3 \cdot 5;$
49, np.: a) $7 \cdot 7, b) 1 \cdot 7 \cdot 7; 28$, np.: a) $4 \cdot 7, b) 2 \cdot 2 \cdot 7;$
320, np.: a) $8 \cdot 40, b) 4 \cdot 8 \cdot 10; 560$, np.: a) $7 \cdot 80,$
 $b) 7 \cdot 8 \cdot 10; 200$, np.: a) $2 \cdot 100, b) 2 \cdot 10 \cdot 10$
2. 560 3*. 230

1.8. Dzielenie i jego własności (s. 38)

1. a) 38 b) 266 c) 7 d) 38 e) 266 f) 7
2. np.: a) $6 : 1$ b) $0 : 1$ c) $5 : 1$ d) $1 : 1$ e) $8 : 1$
f) $10 : 1$ 3. a) F b) P c) P d) F
Sprawdź się! 1. B 2. a) A b) C 3. 9

1.9. Dzielenie w pamięci (s. 41)

1. a) 7 b) 13 c) 7 d) 13 e) 70 f) 130 2. a) 30
b) 81 c) 6 d) 8 3. 19 4. 13 5. 24 6. A
7. 180 minut **Sprawdź się!** 1. a) 40 b) 42
c) 9 d) 8 2. D 3. Każda liczba jest 3 razy mniejsza
od poprzedniej, dwie następne liczby to 3 i 1.

1.10. Dzielenie z resztą (s. 44)

1. 8 2. 6 3. 3, 0, 2 4. 1, 0, 3, 3, 0 5*. 23 6*. 15
7*. A **Sprawdź się!** 1. B 2. a) 6 zł b) 2 sztuki,
3 zł reszty c) 6 sztuk, 1 zł reszty

1.11. Potęgowanie liczb (s. 47)

1. a) 20^2 b) 11^3 c) 9^4 d) 4^5 e) 7^7 f) 10^6 2. a) 36
b) 64 c) 100 d) 81 e) 125 f) 1 3. a) $2^3 = 8, 3^2 = 9; 9$
b) $2^2 = 4, 2 \cdot 2 = 4$ c) $4^2 = 16, 2^4 = 16$ d) $3^4 = 81,$
 $4^3 = 64; 81$ e) $5^2 = 25, 5 \cdot 2 = 10; 25$ f) $1^5 = 1, 1 \cdot 5 = 5; 5$
4. B 5. B 6. D 7. a) 49 zł b) 64 8*. 27 gałęzi;
81 gałęzi **Sprawdź się!** 1. B 2. D

1.12. Porównywanie liczb. O ile? Ile razy? (s. 52)

1. a) 10 razy b) o 24 kg c) 15 razy d) o 16 kg
2. a) 4 razy b) o 45 min c) 60 razy d) o 59 min
3. a) na 16 b) o 1 c) o 33 5. Michał, o 9
6. a) 10 7. 174 8. B **Sprawdź się!** 1. B
2. A 3. Kasia ma 6 lat, Radek ma 16 lat.
4. wzrosła o 5 zł

1.13. Kolejność wykonywania działań (s. 58)

1. a) 8 b) 29 c) 9 d) 14 e) 8 f) 1 g) 8 h) 0
2. a) 23 b) 42 c) 7 d) 49 e) 6 f) 0 g) 64 h) 120
3. a) $3 \cdot 8 - 6$ b) $(12 + 13) \cdot 30$ c) $9 \cdot 7 + 5 \cdot 4$
4. np. $(5 + 2) \cdot 3 + 7 \cdot 2, 5 + 2 \cdot (3 + 7) \cdot 2$
5. 134 zł 6. 6 7. 28 8. 12 9. 6 10. C

11. np. $5 \cdot (5 - 5) + 5 : 5 = 1$, $(5 + 5) \cdot 5 : (5 \cdot 5) = 2$,
 $(5 \cdot 5 - 5 - 5) : 5 = 3$, $5 + 5 - 5 : 5 - 5 = 4$,
 $5 + 5 - 5 + 5 - 5 = 5$ 12. Kuba zyskał 200 zł.
Sprawdź się! 1. a) 41 b) 7 c) 54 d) 16 e) 99
 f) * 18 2. a) 53 - $(6 + 5)$ b) $(4 + 4) \cdot 4$ c) $2 \cdot (20 - 5)$
 d) $33 - (30 - 30) - 3$ 3. A

Sprawdź się! (s. 63)

1. C 2. A 3. D 4. B 5. ZAKOPANE
 6. a) 41 b) 25 c) 72 d) 4 7. 6 8. 0, 1, 2, 3 lub 4
 9. C 10. D 11. D 12. B 13. a) 18 b) 27 c) o 6
 d) * 2 razy 14. a) F b) P c) F d) P
 15. a) B b) C

2. Systemy zapisu liczb

2.1. Cyfry i liczby (s. 70)

1. a) np. 12345, 54321, 13524, 41532 b) np. 22233,
 22333, 23232, 33233 2. np. 523; 6 liczb 3. tak,
 nie, nie 4. A 5. 9 liczb; 6630, 6603, 6360, 6306,
 6036, 6063, 3606, 3660, 3066 6*. a) 31 b) 192
Sprawdź się! 1. 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111,
 112, 113, 114 2. A 3. b), c), d)*

2.2. Dziesiętkowy system pozycyjny (s. 77)

1. a) dwanaście tysięcy trzysta czterdzieści pięć
 b) osiemset dziewięć tysięcy sześćset
 pięćdziesiąt trzy c) czterysta dwa tysiące
 pięćdziesiąt pięć d) dwa miliony trzysta tysięcy
 osiemdziesiąt e) pięćdziesiąt trzy miliony
 dziewiętnaście tysięcy sześćset f) dziewięćset
 pięć milionów osiem tysięcy pięćset
 g) czterdzieści milionów pięćdziesiąt tysięcy
 siedemdziesiąt h) siedemset milionów sześćset
 tysięcy pięć 2. a) 20 350 721 b) 541 600 092
 c) 74 006 d) 900 020 300 3. a) sto czterdzieści
 dziewięć milionów sześćset tysięcy kilometrów;
 pięćdziesiąt siedem milionów dziewięćset
 tysięcy kilometrów; sto osiem milionów dwieście
 tysięcy kilometrów b) Merkury, Wenus, Ziemia,
 Mars, Jowisz, Saturn, Uran, Neptun
 4. 702, 722, 742, 762, 782; Jest 5 takich liczb.
 5. (od lewej) 305 zł, 196 zł, 120 zł 6. A 7. B
 8. B 9. D **Sprawdź się!** 1. a) dwieście
 czterdzieści trzy tysiące pięćset sześć
 b) dwanaście milionów dwadzieścia jeden
 c) osiemset milionów dwieście dwa tysiące
 siedemset 2. słon; pięćset tysięcy dekagramów;
 płetwal błękitny; dwadzieścia milionów
 dekagramów 3. 3057, 3075, 3507, 3570, 3705,
 3750, 5037, 5073, 5307, 5370, 5703, 5730, 7035, 7053,
 7305, 7350, 7503, 7530 4. 10 234: dziesięć tysięcy
 dwieście trzydzieści cztery 5. C

2.3. Duże liczby na osi liczbowej (s. 81)

2. $S_1 = 12\,710$, $S_3 = 12\,780$
Sprawdź się! 1. $A = 15\,000$, $B = 35\,000$, $C = 45\,000$,
 $D = 50\,000$ 2. Adam 20 m, Błażej 5 m, Cezary 35 m
 3. luty 300 zł, maj 1200 zł, lipiec 1800 zł; w sierpniu

2.4. Porównywanie liczb. Mniejsza, większa czy równa? (s. 83)

1. np. 9649, 9700, 9850, 9990, 9999 2. a) 10 326
 b) 59 999, 60 001 c) 99 999 998, 99 999 999
 d) 28 764 998, 28 765 000 3. a) 99 999 b) 1 000 000
 c) 102 345 d) 987 654 e) * 10 569, 96 510
 4. a) 9 b) 0 c) np. 9 i 0 d) np. 9 i 9
 5. a) 2., 1., 3., 4. b) 2., 4., 1., 3. 6. 8., 4., 10., 13., 14.,
 16., 2., 3., 9., 5., 11., 1., 6., 15., 12., 7 7. DECYLION
Sprawdź się! 1. 358, 385, 538, 583, 835, 853 2. a)
 3. a) D b) B

2.5. Rzymski system zapisu liczb (s. 89)

1. a) III, VII, XIII, XXVII, XXXVI, LXI b) XLIX, LXII,
 XCV, LXXXIII, LVI, LXXVII c) CCCXLV, CXIV,
 CMLVIII, DCLXXII, DLX, DCCCXCVIII d) MDXVII,
 MDCCLXXXII, MCMLXIV, MCDXLV, MDCXCIII
 e) MM, MMM, MMD, MMML, MMDCCCLXXXIV,
 MMMCMXCIX 2. a) 6, 12, 28, 35, 78 b) 26, 39,
 72, 54, 81, 99, 67, 43 c) 871, 536, 620, 945, 186, 333
 d) 1461, 1982, 1700, 1020, 1500, 1003 e) 2578, 3456,
 2800, 3111, 2295, 3050 3. a) w 1520 r. b) w 1410 r.
 4. 112 (numer alarmowy ogólny), 997 (policja),
 998 (straż pożarna), 999 (pogotowie ratunkowe)
 5. sześćdziesiąty siódmy Międzynarodowy Festiwal
 Chopinowski; dziewiętnaste Letnie Igrzyska
 Olimpijskie; dwudziesta czwarta Międzynarodowa
 Konferencja Naukowo-Techniczna
 6. H. Sienkiewicz 1905; M. Skłodowska-Curie:
 fizyka 1903, chemia 1911; W. Reymont 1924;
 C. Miłosz 1980; L. Wałęsa 1983; W. Szymborska
 1996 **Sprawdź się!** 1. a) 654 – DCLIV
 b) 999 – CMXCIX c) 1001 – MI d) 468 – CDLXVIII
 2. 459 – CDLIX, 495 – CDXCV, 549 – DXLIX,
 594 – DXCIV, 945 – CMXLV, 954 – CMLIV
 3. a) XLV c) DCXCII d) MDXCV

Sprawdź się! (s. 92)

1. C 2. B 3. A 4. C 5. B 6. B 7. D 8. B
 9. A 10*. a) 45 b) 6 c) 9 d) 6 e) 9000
 11. 112, 121, 211, 221, 212, 122 13. III – 3, XXIX – 29,
 LX – 60, CC – 200; XXII – 22, XL – 40, CX – 110

3. Działania na liczbach naturalnych

3.1. Dodawanie liczb (s. 100)

1. a) 70 b) 152 c) 293 d) 691 e) 5010
 f) 7989 g) 8741 h) 8920 2. a) 1680 b) 1295
 c) 2739 d) 4898 e) 5735 f) 2446 g) 1364
 h) 1779 3. 6470 4. 14 318 5. 901 6*. 704
 7. WODÓR 8. a) świerków 366, modrzewi 256
 b) sosn c) 1194 9. a) nie b) tak; 348
Sprawdź się! 1. 96 500; dziewięćdziesiąt sześć
 tysięcy pięćset 2. 656 zł; 913 zł 3. C

3.2. Odejmowanie liczb (s. 107)

1. a) 332 b) 2203 c) 1351 d) 214 e) 4843 f) 5345
 g) 2877 h) * 28 081 2. 2242 3. 7306 – 1964 = 5342

4. 82 511; osiemdziesiąt dwa tysiące pięćset
jedenaście 5. 662 zł 6. 107 zł 7. 9616 zł
8. 410 km 9. a) 36 km b) 46 km c) 239 km
10. a) 883 b) 46 c) 632 d) 376 e) 16 f) 260 g) 162
11. A **Sprawdź się!** 1. a) 3890 zł b) 9390 zł
c) 8996 zł 2. D 3. a) A b) D

3.3. Mnożenie liczb (s. 114)

1. a) 396 b) 900 c) 668 d) 2945 e) 19 260
f) 648 000 g) 3852 h) 82 516 2. 21 034
3. 60 816 4. 40 185 5. 2 451 600 6. 585 zł
7. 3240 zł 8. 384 zł; 512 zł; 256 zł 9. C
10. człowiek 720, koliber 15 000
Sprawdź się! 1. a) 684 b) 378 c) 1710 d) 650
e) 21 000 f) 300 000 g) 3773 h) 53 652 2. 636 zł
3. 999 000 4. KNASTER

3.4. Dzielenie liczb (s. 119)

1. 127 2. 523 3. 575 4. 269 5. tak
6. 123; sto dwadzieścia trzy 7. 579 zł
8. 32 osoby 9. 15 kursów; 525 minut 10*. 163 g
Sprawdź się! 1. b), c) 2. a) A b) C 3. 325 zł
4*. 14

3.5. Działania na liczbach naturalnych (s. 122)

1. a) 222 zł b) 278 zł 2. 3018 zł 3. 196
4*. 6900 zł 5. a) np. $6935 + 6935 = 13\,870$
b) np. $459 + 495 = 954$ **Sprawdź się!** 1. B
2. a) B b) C

Sprawdź się! (s. 124)

1. A 2. C 3. a) A b) D 4. D 5. C 6. B
7. czerwona, o 248 m 8. graf nr 1: 538, 13 988,
14 440, 361, 17 328, 8872, 1109, 1865, 2100;
graf nr 2: 665, 10 640, 9916, 2479, 69 412, 16 766,
17 334, 2889, 3000 9. a) 26 000 b) 8309
c) 183 711 000 d) 5006 10. A 11. a) 384 zł b) 25 m
12. a) około 410 lat b) Kazimierz III Wielki, o 10 lat
c) 33 lata d) Kazimierz III Wielki
13*. 87 zł; IVa 1914 zł, IVb 1566 zł
14*. w 300 minut

4. Praktyczne zastosowania matematyki

4.1. Zegar (s. 132)

1. a) 5.10 b) 17.10 c) 7.30 d) 19.30 e) 6.40
f) 18.40 g) 15.15 h) 8.45 i) 23.55 j) 0.15
2. Ala 14.45, Patrycja 15.05, Magda 15.08
3. a) 4. 8 godz. 55 min 5. 44 godz.
6. a) 4 godz. 30 min b) 12.30 7. a) 6 godz. 15 min
b) 6 godz. 20 min c) 4 godz. 25 min
d) 3 godz. 33 min e) 4 godz. 20 min
f) 4 godz. 45 min 8. Janek 6.40, Staś 5.55,
Dominik 5.10 9. płyta Marka 34 min 27 s,
płyta Jacka 34 min 53 s, płyta Iwony 35 min 11 s,
płyta Kasi 29 min 46 s 10. a) 5.25, 22.40
b) 13.35, 45 min, 135 min c) 15.31, 39 min

d) 11 godz. 35 min 11. a) 13 godz. 21 min;
15 godz. 14 min b) 1 godz. 53 min

Sprawdź się! 1. C 2. D 3. a) A b) C

4. a) o 22:15 b) o 21:45 5. a) A b) C

4.2. Kalendarz (s. 139)

3. I – 90 lub 91, II – 91, III – 92, IV – 92 4. a), b), c)

5. Adam 02.04.2018 r., Agnieszka 12.03.2015 r.

Sprawdź się! 1. D 2. a) B b) C 3. a) A b) D

4. 2017 r.: 72 dni; 2025 r.: 65 dni; o 7 dni

4.3. Długość i jej jednostki (s. 144)

1. najbliżej do Kozłowa, najdalej do Jabłonek
2. a) 326 cm b) o 96 cm c) o 38 cm 3. dm; m; km
b) m; cm; mm 4. Damian, o 100 m 5. 275 cm
6. a) 44 m b) 50 cm 7. 60

Sprawdź się! 1. a) 3 cm 4 mm b) 5 dm 6 cm
c) 2 m 89 cm d) 4 m 8 dm e) 2 km 435 m
f) 1 km 2 m 2. B 3. a) A b) C 4. A

4.4. Masa i jej jednostki (s. 150)

1. złoty, zielony, pomarańczowy, niebieski
2. a) dag, kg, g b) g, kg, dag 3. C 4. a) 4 dag
b) 42 dag 5*. C 6. 50 dag 7. a), b)
Sprawdź się! 1. a) A b) D 2. o 600 kg

Sprawdź się! (s. 153)

1. C 2. D 3. C 4. C 5. B
6. a) 7 godz. 42 min b) o 21:01 c) marzec, wrzesień
7. B 8. C 9. 3 kg 10 dag 10. b), c), d)
11*. 42 12*. a) 3 kg 305 g b) 12 zł 3 gr
c) 1 III 2004 r., godz. 0.05 13*. 29 dni; 28 dni

5. Ułamki zwykłe

5.1. Ułamek jako część całości (s. 160)

1. B, E, G 2. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{13}{15}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5}$
3. białe: $\frac{20}{100}$, żółte: $\frac{60}{100}$ 4. B 5. a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{2}{7}$
6. a) np. $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ b) np. $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{10}$ c) np. $\frac{3}{7}, \frac{1}{5}, \frac{6}{10}$
d) np. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{10}$ e) np. $\frac{1}{9}, \frac{3}{7}, \frac{4}{6}$ f) $\frac{4}{8}, \frac{1}{32}, \frac{2}{16}$
7*. a) $\frac{1}{365}$ b) $\frac{14}{365}$ c) $\frac{31}{365}$

Sprawdź się! 1. a) 4 b) ułamek zapisany
przez Natalię 2. a) A b) D 3. a) F b) P
c) P d) F

5.2. Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe (s. 165)

1. $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ 2. $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}, \frac{6}{6}$
3. np. $\frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \frac{15}{8}, \frac{100}{8}$ 4. D 5. 13
Sprawdź się! 1. A 2. B3 3. a) A b) C
4. a) 9; $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$
b) 10; $\frac{10}{1}, \frac{10}{2}, \frac{10}{3}, \frac{10}{4}, \frac{10}{5}, \frac{10}{6}, \frac{10}{7}, \frac{10}{8}, \frac{10}{9}, \frac{10}{10}$

5.3. Ułamek jako iloraz (s. 170)

1. a) 16 b) 15 c) 7 d) 12 e) 32 f) 30 g) 4 h) 8
i) 4 j) 5 k) 7 l) 6 2. 6; $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}, \frac{6}{6}$
3. np. $\frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \frac{11}{8}, \frac{15}{8}$ 4. $\frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}, \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}, \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5},$
 $\frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}, \frac{53}{6} = 8\frac{5}{6}, \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}, \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ 5. a) B b) D
Sprawdź się! 1. C 2. B 3. a) P b) P c) F
d) F e) P 4. $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}, \frac{35}{9} = 3\frac{8}{9}, 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}, 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3},$
 $2\frac{6}{7} = \frac{20}{7}, 1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$

5.4. Ułamki zwykłe na osi liczbowej (s. 176)

1. a) $A = \frac{3}{9}, B = \frac{7}{9}, C = 1\frac{1}{9}, D = 1\frac{4}{9}, E = 2\frac{2}{9}$
b) $A = \frac{2}{7}, B = \frac{5}{7}, C = \frac{6}{7}, D = 1\frac{4}{7}, E = 1\frac{6}{7}, F = 2\frac{3}{7},$
 $G = 2\frac{6}{7}, H = 3\frac{1}{7}$ c) $A = \frac{3}{10}, B = \frac{7}{10}, C = \frac{9}{10},$
 $D = 1\frac{3}{10}, E = 1\frac{4}{10}, F = 1\frac{7}{10}, G = 1\frac{9}{10}, H = 2\frac{2}{10}$
3. 3, $1\frac{3}{7}, 1\frac{2}{7}, 2\frac{1}{7}, \frac{6}{7}$ **Sprawdź się!** 1. B 3. $C = \frac{3}{7}$

5.5. Porównywanie ułamków (s. 180)

1. a) $\frac{1}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{9}{10} < \frac{12}{10}$ b) $\frac{2}{10} < \frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3} < \frac{2}{2}$ 2. Iza 3. na pierwszej
4. a) < b) > c) > d) > e) < f) < g) > h) =
5. b) Najwięcej zjadł Bartek, najmniej Karol.
c) Jaś, Bartek, Michał, Damian 6.* Agata, Emilka,
Tomek, Antek, Olga **Sprawdź się!** 1. B 2. A
3. a) 4 b) 12, 11, 10 c) 11, 10, 9, 8, 7, 6 d) 4, 5, 6, 7, 8, 9
4. a) F b) P c) P d) F e) F

5.6. Rozszerzanie i skracanie ułamków (s. 186)

1. a) 4 b) 2 c) 50 d) 28 e) 5 f) 24 g) 36 h) 7
2. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{7}{8}$ d) $\frac{6}{7}$ e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{4}$ h) $\frac{1}{2}$
3. $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}, \frac{30}{36} = \frac{5}{6}, \frac{10}{16} = \frac{5}{8}, \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ 4. $\frac{16}{24}, \frac{28}{42}, \frac{2}{3}, \frac{36}{54}$
5.* $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{10}{40}, \frac{12}{48}, \frac{16}{64}$ **Sprawdź się!** 1. B
2. a) A b) D 3. $\frac{7}{15}, \frac{10}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{8}{5}$

5.7. Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach (s. 190)

1. a) $1\frac{4}{13}$ b) $1\frac{4}{11}$ c) $1\frac{4}{15}$ d) $1\frac{56}{100}$ 2. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{9}$
c) $\frac{13}{15}$ 3. 2 kg 4. $2\frac{92}{100}$ kg 5. A
6. Nie, przeczytała $\frac{9}{10}$ książki. 7. $\frac{3}{5}, 1\frac{1}{5}, 1\frac{4}{5}, 2\frac{2}{5},$
 $3, 3\frac{3}{5}$ **Sprawdź się!** 1. a) $\frac{2}{3}$ b) $1\frac{1}{5}$ c) $1\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$
e) 2 f) $1\frac{2}{5}$ 2. D 3. a) B b) C 4. A

5.8. Dodawanie liczb mieszanych (s. 194)

1. a) $4 + 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$ b) $2\frac{6}{9} + 3\frac{5}{9} = 6\frac{2}{9}$ c) $\frac{4}{7} + 2\frac{3}{7} = 3$

$$\text{d) } 1\frac{6}{8} + 1\frac{5}{8} = 3\frac{3}{8} \quad \text{e) } 2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 4 \quad \text{f) } 2\frac{7}{16} + 1\frac{11}{16} = 4\frac{2}{16} = 4\frac{1}{8} \quad 2. 4 \text{ kg} = 400 \text{ dag} \quad 3. 3\frac{7}{8}$$

$$4. 13 \text{ min} \quad 5. 17 \quad 6. 8\frac{5}{8} \text{ litra} \quad 7. 9 \quad 8. \text{ Tak, będzie miała wysokość } 7\frac{1}{10} \text{ dm.} \quad 9.*. 272\frac{2}{5} \text{ cm}$$

$$\textbf{Sprawdź się!} \quad 1. \text{ a) } 4\frac{2}{3} \quad \text{b) } 10\frac{3}{7} \quad \text{c) } 12 \quad \text{d) } 5\frac{1}{15}$$

$$\text{e) } 9\frac{3}{10} \quad \text{f) } 10 \quad 2. \text{ C} \quad 3. \text{ B} \quad 4. \text{ D} \quad 5. \text{ a) B} \quad \text{b) D}$$

$$6. \text{ a) tak, } 10 \quad \text{b) tak, } 13\frac{1}{2}$$

5.9. Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach (s. 197)

$$1. \text{ a) } \frac{4}{7} \quad \text{b) } \frac{7}{10} \quad \text{c) } 8 \quad \text{d) } 6 \quad \text{e) } 4 \quad \text{f) } \frac{5}{8} \quad \text{g) } \frac{4}{11} \quad \text{h) } \frac{13}{23}$$

$$2. \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10} \quad 3. 1\frac{1}{20} \text{ litra} \quad 4.*. \text{ A}$$

$$\textbf{Sprawdź się!} \quad 1. \text{ a) } \frac{1}{3} \quad \text{b) } \frac{2}{5} \quad \text{c) } \frac{13}{33} \quad \text{d) } 3\frac{3}{7} \quad \text{e) } \frac{1}{3}$$

$$\text{f) } \frac{1}{8} \quad \text{g) } 1\frac{3}{7} \quad \text{h) } 4\frac{1}{5} \quad 2. \text{ D} \quad 3. \text{ a) A} \quad \text{b) D}$$

5.10. Odejmowanie liczb mieszanych (s. 202)

$$1. 1\frac{10}{13} \quad 2. 5\frac{2}{9} \quad 3. 6\frac{3}{4} \text{ m} \quad 4. 1\frac{3}{5} \text{ m}; 9\frac{3}{5} \text{ m}$$

$$5. 736\frac{3}{7} \text{ kg} \quad 6.*. 7\frac{4}{5} \quad \textbf{Sprawdź się!} \quad 1. \text{ a) } 3\frac{3}{7}$$

$$\text{b) } 3\frac{16}{25} \quad \text{c) } 7\frac{9}{16} \quad \text{d) } \frac{3}{4} \quad \text{e) } 5\frac{5}{6} \quad \text{f) } 4\frac{11}{15} \quad \text{g) } \frac{2}{5} \quad \text{h) } 1$$

$$2. \text{ B} \quad 3. \text{ D} \quad 4. \text{ a) A} \quad \text{b) C}$$

$$\textbf{Sprawdź się!} \quad (\text{s. 205})$$

$$1. \text{ D} \quad 2. \text{ C} \quad 3. \text{ a) F} \quad \text{b) P} \quad \text{c) P} \quad \text{d) P} \quad 4. \text{ B}$$

$$5. \text{ B} \quad 6. \text{ C} \quad 7. \text{ a) } \frac{1}{60} \quad \text{b) } \frac{1}{4} \quad \text{c) } \frac{1}{3} \quad 8. \text{ A} \quad 9. \text{ D}$$

$$10. \text{ a) } 47\frac{3}{4} \text{ m} \quad \text{b) } 11\frac{1}{2} \text{ m} \quad 11. \text{ B} \quad 12.* \text{ B} \quad 13. \text{ D}$$

$$14. 1\frac{1}{2}$$

6. Ułamki dziesiętne

6.1. Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych (s. 214)

$$1. \text{ żółty: } \frac{31}{100} = 0,31; \text{ różowy: } \frac{37}{100} = 0,37;$$

$$\text{niebieski: } \frac{32}{100} = 0,32 \quad 2. \text{ a) } 2,9 \quad \text{b) } 5,37 \quad \text{c) } 3,03$$

$$\text{d) } 1,081 \quad \text{e) } 5,04 \quad \text{f) } 10,07 \quad \text{g) } 7,067 \quad \text{h) } 25,009$$

$$3. \text{ a) } 10,7; 10\frac{7}{10} \quad \text{b) } 5,132; 5\frac{33}{250} \quad \text{c) } 0,3; \frac{3}{10} \quad \text{d) } 0,72;$$

$$\frac{18}{25} \quad \text{e) } 0,56; \frac{14}{25} \quad \text{f) } 14,014; 14\frac{7}{500} \quad \text{g) } 80,08; 80\frac{2}{25}$$

$$\text{h) } 0,009; \frac{9}{1000} \quad 4. \text{ a) np. } 1,111 \quad \text{b) np. } 1,212 \quad \text{c) } 0,588$$

$$5.*. 4,5 \text{ godziny} \quad \textbf{Sprawdź się!} \quad 1. \text{ B} \quad 2. \text{ D}$$

$$3. \text{ a) B} \quad \text{b) D} \quad 4. \text{ a) np. } 0,459 \quad \text{b) np. } 0,893$$

$$\text{c) np. } 0,431$$

6.2. Zapis cen za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 218)

1. a) 6,75 zł b) 2,38 zł c) 3,13 zł d) 0,65 zł e) 0,44 zł f) 0,03 zł 2. 11 zł 25 gr, 7 zł 99 gr, 2 zł 78 gr
3. C 4. np. 2,70 zł **Sprawdź się!** 1. a) 7,95 zł b) 1,20 zł (lub 1,2 zł) c) 9,49 zł d) 20,05 zł
2. a) F b) P c) F d) P e) P f) F 3. a) A b) D
4. 5 monet; 970 monet

6.3. Zapis długości za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 221)

1. a) 1000 mm b) 0,001 m 2. a) 3 m 17 cm b) 5 cm 4 mm c) 52 m 8 cm d) 17 dm 3 cm e) 6 m 8 mm f) 3 dm 1 cm g) 4 km 358 m h) 1 dm 2 mm i) 3 m 40 cm j) 7 km 350 m k) 8 km 200 m l) 3 km 60 m 3. Najdłuższy skok oddała Ania (143 cm), a najkrótszy Bartek (109 cm).
4. a) 360 cm; 3600 mm; 15 cm; 150 mm; 9,5 cm b) 24 razy 6. 1035 m **Sprawdź się!** 1. C
2. a) B b) D 3. a) P b) F c) P d)* P

6.4. Zapis masy za pomocą ułamków dziesiętnych (s. 224)

1. a) 1000 g b) 0,001 kg c) 30 g d) 0,3 dag e) 500 dag f) 0,05 kg 2. a) 4 kg 26 dag b) 2 dag 7 g c) 3 t 625 kg d) 1 dag 1 g e) 10 dag 9 g f) 1 t 5 kg g) 5 kg 4 dag h) 9 t 36 kg i) 4 kg 70 dag j) 2 t 160 kg k) 1 t 200 kg l) 4 kg 7 g
3. a) 5,55 kg b) 8,5 dag c) 2,682 t d) 9,07 kg e) 12,048 t f) 1,004 kg g) 20,02 kg h) 7,07 t
4. morele 0,34 kg, jogurt 0,15 kg, szynka 0,28 kg
5. 145 dag, czyli 1,45 kg 6. 6,4 kg
Sprawdź się! 1. A 2. a) B b) C 3. a) P b) F c) P d) F e) F f)* P

Sprawdź się! (s. 229)

1. a) 4,238 b) 5,032 c) 2,004 d) 93,5 e)* 100,1
2. C 3. A 4. B 5. C 6. a) 13,85 zł b) 5,07 zł c) 7,60 zł d) 83,10 zł 7. Więcej pieniędzy zostało Bartkowi. 8. 8 zł 75 gr 9. A 10. C
11. Jacek 0,6 km < Krysia 0,95 km < Adam 1,35 km < Iwona 1,423 km < Marek 2,045 km
12. B 13*. A 14*. C

7. Figury płaskie

7.1. Podstawowe figury geometryczne (s. 239)

3. trójkąt ABC; pięciokąt DEFGH 5. a) 5 b) 6
6. b), f) **Sprawdź się!** 1. a) M, A, F, D, L, H, E b) K, J, G, I, C, N, B c) F, D, L, H, E d) H, E, K, J, G, I, C, N, B e) A, F, D, L, H, E f) H, E, K, J, G, I, C, N, B g) M, A, F h) M, A, F
2. D 3. a) A b) C 4. a) B b) D

7.2. Proste i odcinki prostopadłe (s. 245)

1. np. Floriańska i Świętego Tomasza, Szewska i Sławkowska, Świętego Jana i Świętego Tomasza 2. np. prostopadłe ulice, dwa sąsiednie boki prostokątnej ramki na zdjęcia

7. a) np. AB i BC, CD i DE, EF i FG, JK i KL

b) np. AB i BC, CD i DE, EF i FG, GH i HI

Sprawdź się! 1. B 2. B 3. a), c), d), f)

7.3. Proste i odcinki równoległe (s. 251)

1. np. Floriańska i Szpitalna, Świętego Tomasza i Szewska, Sławkowska i Świętego Jana

2. np. szczeble drabiny, równoległe ulice, przeciwległe boki prostokątnej ramki na zdjęcia

4. są prostopadłe 5. są prostopadłe

7. AB i DE, BC i EF, CD i AF

9. Równość prawdziwa: $II - I = I$; w podanej równości: 6 par zapalek prostopadłych, 4 pary zapalek równoległych; w poprawionej: 12 par zapalek prostopadłych, 9 par zapalek równoległych **Sprawdź się!** 1. D 2. a) B b) D

3. a) P b) F c) F d) P e) P

7.4. Mierzenie długości odcinka i łamanej (s. 258)

1. A 4. 120 cm 5. 85 cm 6. 94 cm

Sprawdź się! 1. a) 2,8 cm b) 8,5 cm c) 9,6 cm d) 1,6 cm 2. 190 mm 3. 5880 m, czyli 5 km 880 m
4. a) A b) C 5. D

7.5. Kąty i ich rodzaje (s. 263)

1. A, B, C, E, F, H 2. np. okno, drzwi, prostokątna

ramka na zdjęcia, ławka, stół 3. a) kąt prosty

b) kąt rozwarty c) kąt wklęsły d) kąt ostry

4. a) kąt prosty b) kąt półpełny c) kąt pełny

d) kąt rozwarty e) kąt ostry f) kąt wklęsły

5. a) kąt CKL lub LKC – kąt ostry; kąt KLP

lub PLK – kąt rozwarty, kąt LPD lub DPL –

kąt wklęsły b) kąt EAB lub BAE – kąt prosty,

kąt ABC lub CBA – kąt wklęsły, kąt BCD lub DCB

– kąt ostry, kąt CDE lub EDC – kąt ostry, kąt AED

lub DEA – kąt rozwarty 6. 8 kątów ostrych

i 9 kątów rozwartych 7. a) kąt prosty i kąt wklęsły

b) kąt półpełny c) kąt zerowy i kąt pełny

d) kąt rozwarty i kąt wklęsły e) kąt prosty

i kąt wklęsły f)* kąt rozwarty i kąt wklęsły

Sprawdź się! 1. a) B b) D 2. B

7.6. Mierzenie kątów (s. 268)

1. a) kąt KOT ma 20° , kąt KTO ma 120° ,

kąt TKO ma 40° b) kąt MOS ma 110° ,

kąt OST ma 90° , kąt STM ma 130° , kąt TMO ma 30°

2. a) 45° – kąt ostry b) 100° – kąt rozwarty

c) 13° – kąt ostry d) 130° – kąt rozwarty

3. a) 30° b) 145° c) 12° d) 180° 4. a) 90° b) 30°

c) 180° d) 120° e) 6° f) 360° g) 72° h) 150°

5. a) 12.30 b) 12.05 c) 12.10 d) 12.15 e) 12.01

f) 12.25 g) 12.20 h) 13.00 6. Cztery 7. C

8. a) P b) P c) F d) F e) P 9. a) 53° b) 75° c) 22°

Sprawdź się! 1. a) pięć kątów ostrych o miarach: 38° , 72° , 26° , 89° , 8° b) dwa kąty rozwarte o miarach: 150° , 100° c) tak d) nie 2. a) B b) C

3. a) P b) F c) P d) P e) F

7.7. Wielokąty i ich rodzaje (s. 273)

1. np. boki: AB, BC, CD, DE, EF, AF i kąty: $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$

Sprawdź się! 1. a), d), e), g) 2. a) B b) C

7.8. Prostokąt i kwadrat (s. 279)

2. równoległe: AB i CD, BC i AD ; prostopadłe: AB i BC, BC i CD, CD i AD, AD i AB

3. Obie przekątne mają po 5 cm 5 mm.

Kąty utworzone przez przekątne mają 49° i 131° .

4. I, II, IV – figura nie jest czworokątem

o wszystkich kątach prostych 7. 13 cm,

prostopadły, $KN, 90^\circ$ 8*. 12 10. 18 11. 9

Sprawdź się! 1. b), d), e), g), h), i), k)

2. a) B b) D 3. A2

7.9. Obwód prostokąta i kwadratu (s. 284)

1. Obwody obu prostokątów są równe. 3. 398 cm

4. 48 cm 5. Obwód trawnika jest równy 20 m,

a obwód płytki wynosi 4 m. 6. 330 cm, czyli 33 dm

7. nie, 1040 m 8. B **Sprawdź się!** 1. a) B b) D

2. D 3. A

7.10. Okrąg i koło (s. 290)

1. a) 2 cm b) 4 cm c) 3 cm, 4 cm 2. 4 cm

3. a) na cztery takie same części b) kwadrat

4. cięciwy: AE, BF, CD ; średnice: AE, BF ;

promienie: $SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG$ 7*. 12

8*. 6 cm $\times$ 144 cm, 12 cm $\times$ 72 cm, 18 cm $\times$ 48 cm,

24 cm $\times$ 36 cm **Sprawdź się!** 1. a), c), d), e), g),

i), j) 2. a) KL b) promieniem c) KL

7.11. Skala (s. 296)

1. 6 cm; 1 cm 2. 1 : 3, 1 : 4, 1 : 6

3. bok AB ma 7 cm 8 mm, bok BC ma 10 cm 8 mm,

bok CD ma 19 cm 2 mm, bok DE ma 16 cm 8 mm,

bok EF ma 24 cm 6 mm 4. a) kwadrat o boku

1,5 cm b) kwadrat o boku 6 cm 5. a) prostokąt

o wymiarach 4 cm $\times$ 8 cm b) prostokąt o wymiarach

0,5 cm $\times$ 1 cm 6*. 6600 cm, czyli 66 m

7*. 2 cm $\times$ 4 cm **Sprawdź się!** 1. a) B b) D

2. c), d) 3. D

Sprawdź się! (s. 299)

1. a) P b) F c) P d) F e) F 2. a) ma wszystkie

kąty proste b) ma wszystkie boki równej długości

c) przechodzi przez środek okręgu d) większy

od kąta prostego, ale mniejszy od półpełnego

3. A 4. a) obwód paska o bokach długości

8 mm i 3 cm 8 mm jest równy 9 cm 2 mm; obwód

paska o bokach długości 1 cm 3 mm i 2 cm 5 mm

jest równy 7 cm 6 mm b) prostokąty 5. 5,5 cm

6. a) 180° – kąt półpełny b) 125° – kąt rozwarty

i 235° – kąt wklęsły 7. a) prostym b) rozwartym

c) prostym d) ostrym e) zerowym f) rozwartym

8. 1 – czworokąt, 2 – okrąg, 3 – sześciokąt,

4 – kwadrat, 5 – sześciokąt, 6 – trójkąt, 7 – czworokąt,

8 – prostokąt, 9 – łamana zamknięta, 10 – koło,

11 – czworokąt 9. np. prostokąt o wymiarach

7 cm $\times$ 1 cm 10. a) 38 cm b) 96 cm c) 28 cm

d) 20 cm 11. 6,5 cm 12. a) 10 : 1 b) 6 : 1 c) 9 : 1

13. a) 4 mm b) 12 cm c) 2 mm d) 24 cm

14. Prostokąt o wymiarach 4 cm $\times$ 2 cm

ma obwód równy 12 cm. Kwadrat o boku długości

5 cm ma obwód równy 20 cm.

Indeks

B

boki łamanej
boki wielokąta
brutto

C

centymetr
cięciwa koła
cięciwa okręgu
cyfra
części dziesiąte
części setne
części tysięczne
część całkowita
część ułamkowa
czynnik

D

decymetr
dekagram
długość łamanej
długość prostokąta
doba
dodawanie pisemne
dzielenie pisemne
dzielenie z resztą
dzielnia
dzielnik

G

godzina
gram
gros

1

iloczyn
iloraz

J

jednostka

K

ką
ką ostry
ką pełny
ką półpełny
ką prosty
ką rozwarty

	kąt wklęsły	263
	kąt zerowy	262
237	kąty wielokąta	270
270	kilogram	147
151	kilometr	141
	koło	288
	końce odcinka	236
	kopa	34
141	kreska ułamkowa	159
289	kwadrans	130
287	kwadrat	277
68	kwadrat liczby	45
212	kwartał	137

L

liczba	68
liczba naturalna	68
liczba mieszana	162
liczebnik	74
licznik	159

L

łamana	237
łamana otwarta	238
łamana zamknięta	238
łączność dodawania	12
łączność mnożenia	27

M

metr	141
mendel	34
milimetr	141
mianownik	159
minuta	130
mnożenie pisemne	110

N

netto **151**

O

obwód kwadratu	283
obwód prostokąta	282
obwód wielokąta	281
odcinek	236
odcinek jednostkowy	6
odcinki prostopadłe	244
odcinki równoległe	250
odjemna	19
odjemnik	19
okrąg	286
oś liczbowa	6

P

podstawa potęgi	45
potęgowanie	45
początek półprostej	235
postać dziesiętna ułamka	210
półprosta	235
promień koła	289
promień okręgu	287
prosta	234
proste prostopadłe	242
proste przecinające się	241
proste równoległe	247
prostokąt	275
przekątne kwadratu	278
przekątne prostokąta	277
przemienność dodawania	12
przemienność mnożenia	27
punkt	234

R

ramiona kąta	261
reszta z dzielenia	43
rok przestępny	137
rok zwykły	137
rozszerzanie ułamka	183
różnica	19

S

składnik	11
skala	292
skrącanie ułamka	184
suma	11
stopień	265
system dziesiętkowy	72
system pozycyjny	73
system rzymski	85
szerokość prostokąta	276
sześcian liczby	45

Ś

średnica koła	289
średnica okręgu	288
środek koła	288
środek okręgu	286

T

tara	151
tona	147
tuzin	34
tydzień	135

U

ułamek dziesiętny	210
ułamek nieskracalny	185
ułamek niewłaściwy	163
ułamek właściwy	163
ułamek zwykły	158

W

wiek	138
wielokąt	270
wierzchołek kąta	261
wierzchołki łamanej	237
wierzchołki wielokąta	270
współrzędna punktu	7
wykładnik potęgi	45
wyłączanie całości z ułamka	169
wymiary prostokąta	276
wyrażenie dwumianowane	217

Autorki i autorzy ilustracji

Joanna Bartosik (tablet, s. 137);

Michał Bednarski (komunikatory; zegarek, s. 292; domy, s. 297);

Patricja Bliuj-Stodulska (tablica, s. 72; telefon, s. 137; droga, s. 154; kangur, s. 191, 198);

Paulina Derecka (wycieczka rowerowa, s. 21; rowery, s. 30; znaki, s. 88; ubrania, s. 107; zegar, s. 130; rośliny i półki, s. 199);

Iza Dudzik (babka, s. 187);

Marcin Franczak (dzieci, s. 8, 12, 13, 14, 15, 21, 24, 27, 31, 32, 39, 40, 41, 51, 54, 66, 69, 76, 77, 82, 94, 98, 99, 103, 105, 106, 112, 115, 120, 126, 134, 135, 138, 140, 148, 154, 168, 169, 178, 186, 188, 189, 193, 199, 212, 216, 218, 247, 264, 273, 277, 279, 281, 282, 290, 291, 295, 297); opracowanie na podstawie ilustracji Katarzyny Surman-Pusz (dialog w sklepie, s. 14);

Olga Kawacińska (drzewa, oś, s. 10; mapka, s. 18; dziewczynka z tulipanami, s. 19; Karol Gauss, s. 33; uczeń przy tablicy, s. 45; ściana, s. 62; chłopiec z telefonem, telewizor, s. 71; planety, s. 77; mapka, s. 230; boiska, s. 281; pudełko i domino, s. 285);

Kuba Kołodziejczak (kierunkowskaz, s. 144);

Marcin Kot (jadłospis, s. 18; gazetka z owocami, s. 44; kwadrat, sześciąt, s. 46; skarbonka, s. 51; cennik, s. 64; dialog dzieci, s. 68; zegary, s. 86; książki, s. 100; telefon, s. 106; dzieci i tata, s. 144; worki, grządką, warzywa, zioła, kwiaty, s. 207; grządkę, s. 208; paragon, s. 218; paragon, s. 219; paragon, s. 223; słodkości, s. 231; masa karmelowa, s. 232; mężczyzna w altanie, s. 265; książka i zeszyt, s. 284); opracowanie na podstawie ilustracji: Joanny Bartosik (domy, s. 82; kartka z kalendarza, s. 135; monety, linijka, odważniki, s. 228); Michała Bednarskiego (dialog dzieci, s. 48; dialog dzieci, s. 50; dialog, s. 210; dialog, s. 241; dziewczynka, s. 272; dialog, s. 286); Patricji Bliuj-Stodulskiej (półka z książkami, s. 12; bilet, s. 58; kalendarz, s. 136; kartka z kalendarza, s. 136; mapa, s. 145); Pauliny Dereckiej (dzieci zrywające jabłka, s. 11; przyjęcie urodzinowe, s. 30; pan z nartami, s. 102; rozkład jazdy, s. 133; dziewczynka, s. 167; dzieci z babcią, s. 182); Marcina Franczaka (dzieci, s. 23, 27, 28, 40, 43, 54, 77, 82, 94, 113, 114, 118, 128, 159, 172, 207, 230, 232, 254, 256, 277, 301); Olgi Kawacińskiej (schodki, s. 62); Ewy Łabaj (pomnik ulamka, s. 203); Joanny Ławniczek (dialog, s. 96; dialog, s. 109; dialog, s. 116; ciasta, s. 158; dzieci, s. 162; dialog, s. 234); Renaty Motyki (masło, tarta, arbuz, s. 158; dziewczynki przy stole, s. 177); Jagi Słowińskiej (dialog, s. 141; dziewczynka, s. 190; elementy z tabeli, s. 210; zakupy, s. 216; morele, jogurt, szynka, s. 225); Kingi Trafas (tablica, s. 85; chłopiec z kalendarzem, s. 135);

Agnieszka Król (oś czasu, s. 79);

Joanna Kunert (serwetka, s. 194; mapa, s. 253);

Tamara Kwiatkowska (s. 226-227);

Ewa Łabaj (czekoladki, s. 27; uczniowie, s. 35; myśląca dziewczynka, s. 36; talerz z mandarynkami, s. 57; drzewa, s. 202; serwetka, s. 281);

Joanna Ławniczek (kobieta, drzwi, s. 71; dialog, s. 121; koszykarz, s. 143; pizza, s. 163; kartka i szpilka, s. 234; mapa, s. 298);

Renata Motyka (linijka, miarka krawiecka, s. 6; termometr, s. 7; czekoladki, zegar, książka, s. 11; czekolada, s. 26; cyfry arabskie, s. 68, bułka, s. 158; ulamki, s. 160; bułki, batoniki, jabłka, s. 162-163; kartkówka, s. 171);

Magdalena Plich opracowanie na podstawie ilustracji Kay Humelt (zapalczane łamigłówki, sudoku, kwadrat magiczny, s. 60-61);

Karolina Skorupska (kątomierz, cyrkiel, linijka, ekierka, s. 242, 243, 244, 248, 249, 250, 253, 255, 263, 266, 267, 286, 288; mapa s. 245; zapalniczki, s. 251; słońce z cieniem, s. 260; zegar, s. 264; zegary, s. 299);

Jaga Słowińska (dialog dzieci, s. 39; kwaciarka, s. 42; kolorowe drzewo, s. 47; wzorec metra, linijka, s. 141; koty, s. 215);

Agnieszka Staniec (ilustracje na stronach działowych, s. 5, 67, 95, 129, 157, 209, 233);

Katarzyna Surman-Pusz (kostki, s. 12);

Tomasz Suszczyński (dzieci, s. 199; sok pomarańczowy, s. 296; fragment mapy miasta s. 302);

Kinga Trafas (Król Maciuś I, s. 85; zegarmistrz, s. 130; domy, s. 166; mrówka, s. 294)

Anna Wojciechowska (produkty, s. 106; plansza do gry EKO-logiczna misja PSZOK, EKO-odznaki, EKO-punkty, s. 127);

Agata Zarzycka (Sumer, s. 43).

Wykaz dysponentów praw autorskich do obrazów i zdjęć zamieszczonych w publikacji

Archiwum: (banknoty i monety, s. 21, 22, 39, 72, 82, 104, 217, 218; Bitwa pod Grunwaldem, s. 89; flagi, s. 205);

BE&W: (Wisława Szymborska, s. 90; Maria Skłodowska-Curie, s. 90), ALAMY (strzyżyk, s. 222);

Chariza Krystian Carto Team: (mapa, s. 52; mapa, s. 84);

ChatGPT: Sora (rodzina z dwójką dzieci, s. 155);

EAST NEWS: (Czesław Miłosz, s. 90), Lukasz Szeląg (Kamil Stoch, s. 81), AFP (Daniel Tammet, s. 226), Bios Photo (płetwal błękitny, s. 78), PA (Lech Wałęsa, s. 90), MUZEUM LITERATURY (Władysław Reymont, s. 90; Henryk Sienkiewicz, s. 90), MAREK BAZAK (zegar w Łowiczu, s. 88);

Freepek: (plecak, s. 5; pizza, motyl, wazon, kwiaty, s. 157);

Magnific: (liczydło, s. 102, sklep zoologiczny, s. 192; witraż, s. 270; rabata z kwiatami, s. 281);

Joanna Misiak-Piotrowska (najdłuższa deska świata – skansen w Szymbarku, s. 44);

Narodowy Bank Polski: katalog monet (monety kolekcjonerskie, s. 295);

OpenStreetMap udostępnioną na podstawie licencji Open Database License (ODbL) <https://opendatacommons.org/licenses/odbl/1-0/> (mapa na okładce);

Shutterstock: mernk (drzewo pod drogowym znakiem, s. 5), bluefish_ds (choinki, s. 5), Nom de plume (szkice krokusy i płotek, s. 5), kichikimi (język, s. 5), DG-Studio (linijka, s. 5), vvoe (lipa, s. 25), CnOPhoto (dąb, s. 25), StevenRussellSmithPhotos (klon, s. 25), irin-k (biedronka, s. 34), Elena Blokhina (konie na padoku, s. 41), Plotitsyna NiNa (jamnik, s. 48), Dmitri Gomon (owczarek niemiecki, s. 48), volofin (cocker spaniel, s. 48, 49), Olga Kuzyk (pekińczyk, s. 49), belu gheorghe (dog, s. 49), Peter Hermes Furian (kwadraty – potęgowanie, s. 62), Albert Nowicki (wodospad Siklawa, s. 64), Uniyok (warzywa, owoce, s. 65), Roman Samborskyi (dziewczynka, s. 67), Arcady (maska, s. 67), Anastasiia Bublyk (kurtyna, s. 67), Tatiana Popova (pilot, s. 68), iconstock (klawiatura, s. 68), urfin (kalkulator, s. 68, 221), Julian W (słoń afrykański, s. 78), Andrey_Kuzmin (katalog biblioteczny, s. 83), photka (sadzonka brzozy w doniczce, s. 93), Joe Stenly (sadzonka dębu w doniczce, s. 93), Manfred Ruckszio (sadzonka buku w doniczce, s. 93), ILYA AKINSHIN (sadzonka świerku w doniczce, s. 93), IURII.B (sadzonka sosny w doniczce, s. 93), JOM3D (roślinność, s. 95), White Space Illustrations (namiot, s. 95), TALVA (namioty tło, s. 95), Sanit Fuangnakhon (autobus, s. 129), b113 (samolot, s. 129), Net Vector (wieża lotów, s. 129), ArtStockers (bilet, s. 129), PHOTOCREO Michal Bednarek (kolumna Zygmunta III Wazy, s. 145), Krivosheev Vitaly (telewizor, s. 146), AlekseyKarpenko (mysi królik zwyczajny, s. 146), AndreAnita (bielik, s. 146), Maksim Toome (samochód, s. 147), Andrew Mayovskyy (stół, s. 147), ene (książka, s. 147), Grzegorz Czapski (list, s. 147), 19sr81 (znaczek, s. 147), Africa Studio (waga kuchenna, s. 147), Elnur (waga łazienkowa, s. 147), graphixmania (waga szalkowa, s. 147), Anton Vierietin (mężczyzna podnoszący ciężary, s. 149), pixs4u (pudełko prezentowe złote, s. 150), New Africa (pudełko prezentowe pomarańczowe,

s. 150), Pixel-Shot (pudełko prezentowe niebieskie, pudełko prezentowe zielone, s. 150), kolopach (słoik konfitur, s. 151), BlueRingMedia (puszka groszku, s. 151), Dimedrol68 (zegar, s. 152), Wongsakorn 2468 (kalendarz, s. 152), Gudman (linijka, s. 152), zhengzaishuru (waga, s. 152), S-F (dłonie, s. 152), Ezalo (gogle narciarskie, s. 155), Jiri Hera (kask narciarski, s. 155), wabeno (buty narciarskie, s. 155), MD.Shamim Howlader (walizka żółta, s. 155), Good Life_stock (walizka czerwona, s. 155), Dream01 (pizza, s. 165), Mikael Damkier (czekolada, s. 167), Artfriend (słoik z miodem, s. 190), GSDesign (maliny, s. 209), ineartestpilot (dżem, s. 209), beinluck (marchew, s. 209), Follow Art (sok pomarańczowy, s. 209), shutterport (mrówka, s. 209), Medwedja (cenówka, s. 209), Seja aka Lita (gruszki, s. 209), Neamov (pralka, s. 220), robert mcgillivray (albatros, s. 222), Soho A Studio (torby papierowe, s. 231), Bankrx (tangram, s. 233), LutsenkoLarissa (krajobraz, s. 233), Ann Art Fox (drzewka, s. 233), jokerpro (chodnik, s. 247), 596700986 (tory kolejowe, s. 247), nikiteev_konstantin (gwiazda, s. 258), Fourleaflover (plan biegu, s. 259), Sergio Delle Vedove (drzwi, s. 260), photodaria (nożyczki, s. 260), DibasUA (wachlarz, s. 260), Daniel Prudek (flaga Nepalu, s. 274), Anton_Ivanov (obrazy, s. 275), BondRocketImages (kuchnia, s. 275), Momizi (tablica, s. 276), Kaspri (tablica z koszem, s. 276), EFKS (boisko, s. 284), Wolna (szklanka, s. 291), studiovin (dom, s. 292), irin-k (muchy, s. 292);

Wikipedia: Adrian Gryczuk (słup kilometrowy w Warszawie, s. 80); Rafael Santi (Szkoła ateńska, s. 235), (flaga Polski, s. 274), (flaga Szwecji, s. 274), (flaga Japonii, s. 274), (flaga Watykanu, s. 274), (flaga Szwajcarii, s. 274);

Grzegorz Wrzecionowski (Dzwon Zygmunt, s. 89).

Podczas tworzenia publikacji wykorzystano narzędzia wspierane przez sztuczną inteligencję.



Grupa MAC S.A.
ul. Witosa 76
25-561 Kielce

www.mac.pl

ISBN 978-83-8227-970-2



9 788382 279702 >

indeks 884484